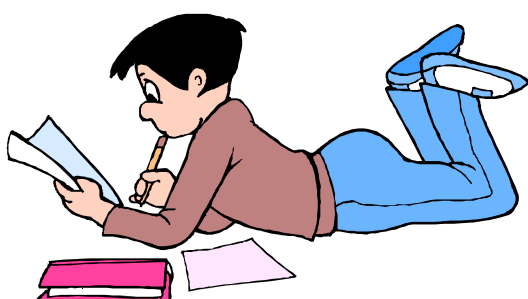


EJERCICIOS Y PROBLEMAS INTEGRADORES DE MATEMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA SECUNDARIA BÁSICA



MSc. Jesús Cantón Arenas

ÍNDICE

	Pág.
Capítulo 1. Aritmética y tecnicismo algebraico.....	
Capítulo 2. Ecuaciones y sistemas de ecuaciones lineales.....	
Capítulo 3. Funciones Lineales.....	
Capítulo 4. Geometría Plana.....	
Capítulo 5. Estadística.....	
Capítulo 6. Ejercicios y problemas variados.....	
Capítulo 7. Consolidación	
Soluciones.....	
Resumen de contenidos.....	

Introducción

Este libro está dirigido a todas las personas amantes de la Matemática, y especialmente a los estudiantes y profesores de la enseñanza secundaria básica.

Contiene ejercicios y problemas relacionados con los temas estudiados durante los tres grados de secundaria, pero con un mayor nivel de integración de los contenidos de una misma y de diferentes áreas de la Matemática, lo que les permitirá profundizar en su aprendizaje.

De esta manera nos proponemos contribuir a una preparación más integral del estudiante egresado de este nivel de enseñanza, para su tránsito hacia el nivel siguiente y proporcionar al profesor un instrumento útil de trabajo.

Los primeros cinco capítulos se han elaborado por temas, atendiendo a aquellos en que se centra la formación matemática en la Secundaria Básica, a saber: Aritmética, Tecnicismo Algebraico, Ecuaciones y Sistemas de Ecuaciones, Funciones Lineales, Geometría Plana y Estadística.

El capítulo 6 tiene ejercicios y problemas variados que se caracterizan por ser preguntas cerradas que exigen de forma particular la elaboración conceptual y la argumentación.

En el capítulo 7 aparecen variados ejercicios, agrupados en temarios, que servirán para que los estudiantes puedan comprobar los conocimientos y habilidades que van adquiriendo en los diferentes temas abordados.

Se ofrece también un capítulo con las soluciones de los ejercicios y problemas propuestos.

Deseamos que este libro, realizado con mucho amor para ustedes, les sea de gran ayuda en su formación integral y fomente entre ustedes el amor por la Matemática.

El autor.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

N → simboliza el conjunto de los números naturales: **N** = {0; 1; 2; 3; 4; ...}

Q₊ → simboliza el conjunto de los números fraccionarios y está formado por todas las fracciones de la forma $\frac{a}{b}$; $a, b \in \mathbf{N}$; $b \neq 0$, los cuales pueden escribirse como expresiones decimales finitas o infinitas periódicas.

Ejemplos: $\frac{2}{5}$; 2,31; $7,\overline{4}$

Z → simboliza el conjunto de los números enteros y está formado por los números naturales y sus opuestos: **Z** = {0; ±1; ±2; ±3; ±4; ...}

Q → simboliza el conjunto de los números racionales y está formado por los números fraccionarios y sus opuestos.

Los números racionales se escriben como expresiones decimales, cuyo desarrollo decimal es finito o infinito periódico y se pueden representar de la

forma $\frac{p}{q}$; $p, q \in \mathbf{Z}$; $q \neq 0$.

Ejemplos: -2; 2; $-0,\overline{7}$; $0,\overline{7}$; $-\frac{4}{7}$; $\frac{4}{7}$; 1,25; -1,25

II → simboliza el conjunto de los números irracionales y está formado por las expresiones decimales infinitas no periódicas.

Ejemplos: $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; 3,1416...

R → simboliza el conjunto de los números reales y está formado por los números racionales y los irracionales.

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q} \cup \mathbf{II}$$

Entre los conjuntos numéricos se cumplen las siguientes relaciones:

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}_+ \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$

$$\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$$

$$\mathbf{II} \subset \mathbf{R}$$

TANTO POR CIENTO

a es el **x%** de **b** si se cumple que: $x = \frac{a}{b} \cdot 100$

Para calcular otro de los elementos que intervienen en la relación, se puede utilizar cualquiera de los procedimientos siguientes:

- despejo en la fórmula,
- razonamientos sobre proporcionalidad,
- razonamiento sobre fracciones (reducción a la unidad).

RAZONES Y PROPORCIONES

La **razón** de dos cantidades es una división indicada o fracción y para hallarla se forma el cociente entre ellas y se puede simplificar tanto como sea posible.

La razón entre **a** y **b** es $\frac{a}{b}$ o lo que es lo mismo **a : b**, ($b \neq 0$).

La igualdad entre dos razones, recibe el nombre de **proporción**.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (b \neq 0, d \neq 0)$$

En toda proporción se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios:

$$a \cdot d = b \cdot c \quad (\text{Propiedad fundamental de las proporciones})$$

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

Sean $a, b \in \mathbf{Q}$; $a \neq 0, b \neq 0$ y $m, n \in \mathbf{Z}$, se cumple que:

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Además se cumple que: $a^0 = 1$

2. $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$a^{-k} = \frac{1}{a^k} \quad (k \in \mathbf{N})$$

3. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

4. $a^m : b^m = (a : b)^m$

5. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

NOTACIÓN CIENTÍFICA

Un número está expresado en notación científica si se escribe en la forma:

$$a \cdot 10^k ; 1 \leq a < 10 \text{ y } k \in \mathbf{Z}$$

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto o módulo de un número racional se determina de la siguiente forma:

- Si el número racional es positivo, su módulo es el propio número.
- Si el número racional es negativo, su módulo es el opuesto del propio número.
- El módulo de cero es cero.

PRODUCTOS NOTABLES

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2 \qquad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

DESCOMPOSICIÓN FACTORIAL

Factor común: $ax + bx = x(a + b)$

Diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Trinomio cuadrado perfecto: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

Trinomio $x^2 + px + q = (x + a)(x + b)$; con $a + b = p$ y $ab = q$

Trinomio $mx^2 + px + q = (ax + b)(cx + d)$; con $m = ac$; $p = ad + bc$ y $q = bd$

ECUACIONES LINEALES

- Las ecuaciones del tipo $ax + b = c$ ($a \neq 0$) se denominan lineales en una variable y se resuelven despejando la x .

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

- La ecuación del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$) se denominan cuadráticas o de segundo grado.

- Para hallar las soluciones de una ecuación cuadrática se utiliza:

♦ La factorización, (cuando se puede realizar a simple vista).

♦ La fórmula general: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

$D = b^2 - 4ac$ es el discriminante y nos permite determinar la cantidad de soluciones que tiene una ecuación cuadrática.

- Si $D > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales.
- Si $D = 0$, la ecuación tiene una solución real.
- Si $D < 0$, la ecuación no tiene soluciones reales.

FUNCIÓN LINEAL

- Una función f es una correspondencia que a cada elemento de un conjunto A , asocia un único elemento de un conjunto B . Se denota $f: A \rightarrow B$.

- El conjunto A se denomina **dominio** de la función y a sus elementos se les llaman **argumentos** o **preimágenes**.

- A los elementos de B que son correspondientes de algún elemento de A se les llaman **imágenes**, y el conjunto de ellos se denomina **conjunto imagen**.

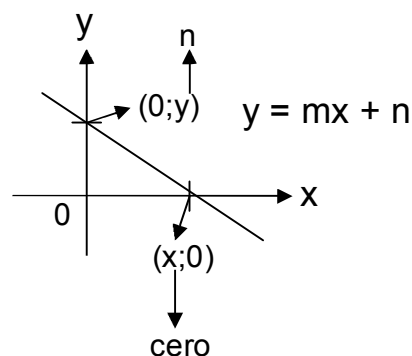
- La función que a cada $x \in \mathbf{R}$ le hace corresponder el número real $f(x) = mx + n$, donde m y n son números reales dados, se denomina **función lineal**.

- El dominio y la imagen de una función lineal es el conjunto de los números reales.

- La representación gráfica de una función lineal es una **recta**.

- Para representar una recta basta con dos puntos de su representación gráfica.

Es frecuente tomar los interceptos con los ejes de coordenadas $(x; 0)$ y $(0; y)$ para representar la recta.



- La ecuación de una función lineal es $y = mx + n$, donde m es la pendiente de la recta (su inclinación respecto al eje x) y n es el intercepto de la recta con el eje y .

- El elemento del dominio de la función $y = mx + n$ ($m \neq 0$) cuya imagen es cero, se denomina **cero** de esta función.

- El cero de una función lineal se calcula sustituyendo en la ecuación la y por cero y despejando la x . Gráficamente el cero es el intercepto de la recta con el eje x .

- La pendiente m de una recta que pasa por los puntos $P_1(x_1; y_1)$ y $P_2(x_2; y_2)$ se calcula utilizando la fórmula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} ; x_1 \neq x_2.$$

- La pendiente **m** nos indica la inclinación de la recta respecto al eje x.
- Si **m** > 0, la función es creciente y la recta se inclina hacia arriba de izquierda a derecha,
- Si **m** < 0, la función es decreciente y la recta se inclina hacia abajo de izquierda a derecha,
- Si **m** = 0, la función es constante y la recta es paralela al eje x.

SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS VARIABLES

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

- Los sistemas de ecuaciones pueden resolverse por adición y sustracción (o sea, por eliminación de variables) y por sustitución.

- Los sistemas de ecuaciones lineales de dos ecuaciones con dos variables pueden:

- ♦ tener solución única y se representa como un par ordenado de la forma (x ; y)
- ♦ tener infinitas soluciones
- ♦ no tener solución.

Si despejamos la y en las ecuaciones del sistema, obtenemos las ecuaciones de dos funciones lineales:

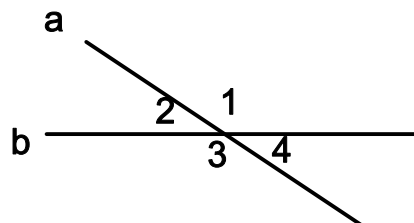
$$\begin{cases} y = m_1x + n_1 \\ y = m_2x + n_2 \end{cases}$$

cuyas representaciones gráficas son rectas y podemos concluir que:

- Si $m_1 \neq m_2$, el sistema tiene una única solución y las rectas se intersecan.
- Si $m_1 = m_2$ y $n_1 = n_2$, el sistema tiene infinitas soluciones y las rectas son coincidentes.
- Si $m_1 = m_2$ y $n_1 \neq n_2$, el sistema no tiene solución y las rectas son paralelas.

ÁNGULOS ENTRE DOS RECTAS QUE SE CORTAN

En la figura:
a y **b** se cortan en el punto O.



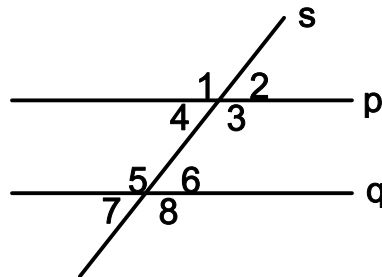
Opuestos por el vértice: $\angle 1$ y $\angle 3$; $\angle 2$ y $\angle 4$.
(Tienen la misma amplitud)

Adyacentes: $\angle 1$ y $\angle 2$; $\angle 1$ y $\angle 4$; $\angle 2$ y $\angle 3$; $\angle 3$ y $\angle 4$. (Suman 180°)

ÁNGULOS ENTRE PARALELAS CORTADAS POR UNA SECANTE

En la figura:
 $r \parallel p$ y s secante.

Correspondientes: $\angle 1$ y $\angle 5$; $\angle 4$ y $\angle 7$;
 $\angle 2$ y $\angle 6$; $\angle 3$ y $\angle 8$.
(Tienen igual amplitud)



Alternos: $\angle 1$ y $\angle 8$; $\angle 2$ y $\angle 7$; $\angle 4$ y $\angle 6$; $\angle 3$ y $\angle 5$. (Tienen igual amplitud)

Conjugados: $\angle 1$ y $\angle 7$; $\angle 4$ y $\angle 5$; $\angle 2$ y $\angle 8$; $\angle 3$ y $\angle 6$. (Suman 180°)

PROPIEDADES DE ALGUNAS FIGURAS PLANAS

Mediatriz de un segmento: Es la recta perpendicular al segmento y que pasa por su punto medio.

- Todos los puntos situados sobre la mediatriz de un segmento equidistan de los extremos de dicho segmento.

Bisectriz de un ángulo: Es la semirrecta que tiene su origen en el vértice del ángulo y divide a este en dos ángulos iguales.

- Todos los puntos situados sobre la bisectriz de un ángulo equidistan de los lados de este ángulo.

TRIÁNGULOS

En todo triángulo se cumple que:

- La suma de las amplitudes de los ángulos interiores es igual a 180° .
- La amplitud de cada ángulo exterior es igual a la suma de las amplitudes de los ángulos interiores no adyacentes a él.
- A lados iguales se oponen ángulos iguales y viceversa.
- A mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.
- La suma de dos lados cualesquiera es mayor que el tercero (Desigualdad Triangular).

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

De acuerdo a la longitud de sus lados:

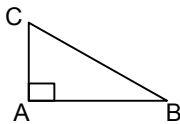
- **equilátero**: iguales sus tres lados y sus tres ángulos.
- **isósceles**: dos lados iguales y los ángulos opuestos a ellos (ángulos bases), también son iguales.
- **escaleno**: sus tres lados de diferentes longitudes.

De acuerdo a la amplitud de sus ángulos:

- **acutángulo**: sus tres ángulos agudos.
- **rectángulo**: un ángulo recto.
- **obtusángulo**: un ángulo obtuso.

TEOREMA DE PITÁGORAS

- Si un triángulo es rectángulo, se cumple que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.



$$\overline{CB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

- Si en un triángulo el cuadrado del lado mayor es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, entonces dicho triángulo es rectángulo (Teorema recíproco).

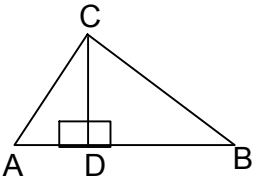
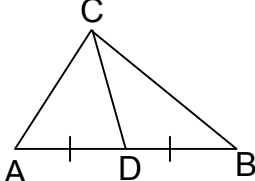
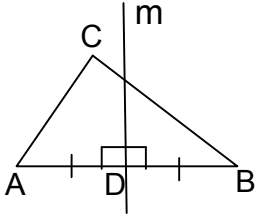
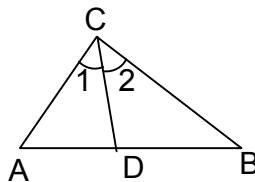
RECTAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Alturas: son los segmentos de perpendicular trazados desde los vértices hasta los lados opuestos. (Fig.1)

Medianas: son los segmentos determinados por los vértices y el punto medio del lado opuesto. (Fig.2)

Mediatrices: son las mediatrices de cada uno de los lados de un triángulo. (Fig.3)

Bisectrices: son los segmentos de bisectrices de los ángulos interiores de un triángulo, comprendidos entre cada vértice y el lado opuesto. (Fig.4)

(Fig.1)	(Fig.2)	(Fig.3)	(Fig.4)
 $\overline{CD} \perp \overline{AB}$	 $\overline{AD} = \overline{DB}$	 $\overline{AD} = \overline{DB} \text{ y } m \perp \overline{AB}$	 $\angle 1 = \angle 2$

- En todo triángulo las mediatrices se cortan en un punto (**circuncentro**) y esta misma propiedad se cumple para las alturas (**ortocentro**), las medianas (**baricentro**) y las bisectrices (**incentro**).

- En un triángulo equilátero las rectas notables, relativas a cualquiera de sus lados, coinciden. En el triángulo isósceles solamente coinciden las relativas al lado base.

- **Paralela media de un triángulo:** Segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo. Es paralelo al otro lado y su longitud es la mitad de la longitud del lado a la cual es paralelo.

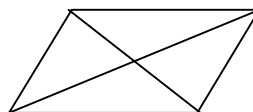
CRITERIOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS

Dos triángulos son iguales si tienen respectivamente iguales:

- Un lado y los ángulos adyacentes a él (**a.l.a.**).
- Dos lados y el ángulo comprendido (**l.a.l.**).
- Sus tres lados (**l.l.l.**).

- En triángulos iguales a lados respectivamente iguales se oponen ángulos iguales y viceversa.

PARALELOGRAMOS

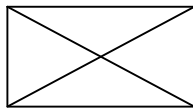


Los paralelogramos tienen sus lados opuestos iguales y paralelos. Sus ángulos opuestos son iguales y los consecutivos suman 180° . Las diagonales se cortan en su punto medio.

- La suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un cuadrilátero es 360°.

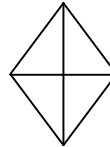
Los rectángulos y los rombos son paralelogramos especiales.

Rectángulo



- Sus cuatro ángulos son rectos.
- Sus diagonales son iguales.

Rombo



- Sus cuatro lados son iguales.
- Sus diagonales son perpendiculares y bisecan el ángulo de donde parten.

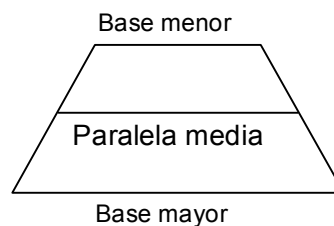
- El **cuadrado** es un paralelogramo que es a la vez rectángulo y rombo.

- **Paralela media de un paralelogramo:** es el segmento que une los puntos medios de los lados opuestos de un paralelogramo. Es paralela a los otros dos lados y tiene igual longitud que los lados a los cuales es paralela.

Trapezio

- Los trapezios son cuadriláteros que tienen un par de lados paralelos, llamados bases.

- El segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos de un trapezio (**paralela media**) es paralelo a las bases y su longitud es igual a la semisuma de las longitudes de ellas.



$$P_M = \frac{B+b}{2}$$

- **Trapezio isósceles:** Trapecio cuyos lados no paralelos tiene igual longitud.
- **Trapezio rectángulo:** Trapecio que tiene dos ángulos rectos.
- **Trapezoide:** Cuadrilátero convexo que no tiene lados paralelos.
- **Trapezoide simétrico:** Trapezoide con dos lados consecutivos iguales. Las diagonales de un trapezoide simétrico son perpendiculares.

TEOREMA DE LAS TRANSVERSALES

- En la figura: $a \parallel b$ y p, q, r , semirrectas de origen común S . a corta a p, q y r en A, C y E respectivamente; b corta a p, q y r en B, D y F respectivamente.

Se cumple que:

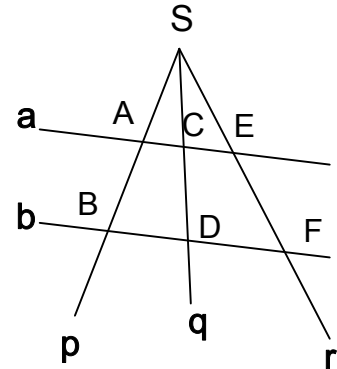
Primera parte: $\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} ; \frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{SE}}{\overline{SF}}$

Segunda parte: $\frac{\overline{SA}}{\overline{SB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD}} ; \frac{\overline{SC}}{\overline{SD}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{DF}}$

Tercera parte: $\frac{\overline{AC}}{\overline{CE}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}$

(Solamente aparecen algunos ejemplos para cada parte).

- También se cumple el teorema recíproco.



FÓRMULAS

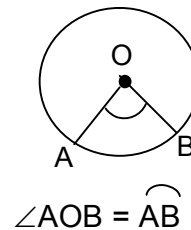
Figuras	Área	Perímetro
Triángulo	$A = \frac{b \cdot h}{2}$	$P = a + b + c$
Paralelogramo	$A = b \cdot h$	$P = 2(a + b)$
Rectángulo	$A = b \cdot h$	$P = 2(a + b)$
Rombo	$A = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$	$P = 4a$
Cuadrado	$A = a^2$	$P = 4a$
Trapezio	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$	$P = a + b + c + d$
Círculo	$L = 2\pi r$	$A = \pi r^2$

CIRCUNFERENCIA

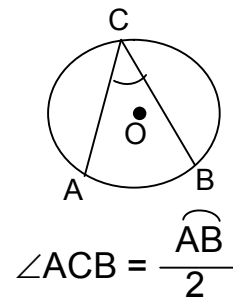
- La **circunferencia** es un conjunto de puntos que equidistan de uno llamado **centro**. La distancia de cualquiera de sus puntos al centro es el **radio**.
- El segmento determinado por dos puntos en una circunferencia es una **cuerda**. Si el centro está en la cuerda, entonces la cuerda es un **diámetro** ($d = 2r$).
- Si una recta toca a la circunferencia en un punto, es **tangente** a ella. Las tangentes trazadas desde un punto a la circunferencia (son dos) son iguales.
- La recta tangente a una circunferencia es perpendicular al radio que tiene como extremo el punto de tangencia. El teorema recíproco también se cumple.
- Si un radio (diámetro) divide a una cuerda a la mitad, es perpendicular a ella y viceversa.
- Dos puntos de una circunferencia determinan dos **arcos**. Si los puntos son los extremos de un diámetro, entonces los arcos son **semicircunferencias**.

ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

- **Ángulo central:** Es el ángulo que tiene su vértice en el centro de la circunferencia. La amplitud del ángulo central es la misma que la del arco que determina.



- **Ángulo inscrito:** Es el ángulo cuyo vértice es un punto de la circunferencia y los lados que lo forman intersecan a la circunferencia en otros dos puntos. La amplitud del ángulo inscrito es la mitad del arco que determina.



- En una misma circunferencia, o en circunferencia iguales, a ángulos centrales iguales corresponden arcos iguales y viceversa.
- En una misma circunferencia, o en circunferencia iguales, a ángulos centrales (arcos) iguales corresponden cuerdas iguales y viceversa.
- En una misma circunferencia, o en circunferencia iguales, a mayor cuerda corresponde un mayor arco.
- Los ángulos inscritos en una circunferencia, a los cuales les corresponde el mismo arco (la misma cuerda), son iguales.

- Si a un ángulo en una circunferencia le corresponde un arco que es una semicircunferencia, entonces es un ángulo recto (teorema de Tales). El teorema recíproco también se cumple.

ESTADÍSTICA

- VARIABLES ESTADÍSTICAS

- Cualitativas
- Cuantitativa $\begin{cases} \text{discretas} \\ \text{continuas} \end{cases}$

- Variables cualitativas: Se refieren a características o atributos que expresan una cualidad que no puede tomar valores numéricos, o sea, no se pueden medir.

Ejemplos:

La profesión de tus padres (profesor, médico, mecánico, etc) .
El estado civil (soltero, casado).
El color de los ojos (verdes, azules, pardos, etc).
La carrera que piensas estudiar (periodismo, magisterio, medicina, etc).

- Variables cuantitativas: Se refieren a atributos que expresan una cantidad o cantidad de magnitud y por tanto toma valores numéricos, o sea, se pueden medir.

Ejemplos:

- 1) La edad de una persona (2 años, 15 años, ...).
- 2) La cantidad de alumnos de un grupo o escuela (15, 30, 700, 1200,...).
- 3) La talla de una persona (1,64 m, 2,00 m, ...).
- 4) Los registros de temperatura de una ciudad (30°C, -5°C, 0°C, ...).

Las variables cuantitativas son de dos tipos: **discretas y continuas**.

Variable estadística discreta: Cuando solo pueden tomar un número finito o a lo sumo numerable de valores.

En el ejemplo anterior de variables cuantitativas **discretas** serían los dos primeros: la edad de una persona y la cantidad de alumnos de un grupo o escuela que sólo pueden tomar un número finito de valores.

Variable estadística continua: Cuando puede, teóricamente, tomar cualquier valor de un intervalo real.

En el ejemplo anterior de variables cuantitativas **continuas** serían los dos últimos: la talla de una persona y los registros de temperatura de una ciudad, que pueden tomar varios valores dentro de un intervalo.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL PARA DATOS SIMPLES

- La **Media Aritmética** $\bar{x}$ es el valor alrededor del cual se encuentran los datos de una lista.

Se calcula mediante la fórmula:
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

- La **Moda** de un conjunto de valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ es el valor (o los valores) que se presenta(n) con más frecuencia en ese conjunto.

- La **Mediana** de un conjunto de valores $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dispuestos en orden creciente (o decreciente) es:

- El valor que equidista de los extremos, si n es impar.
- La media aritmética de los valores centrales, si n es par.

DATOS AGRUPADOS EN CLASES

- **Clase:** Una clase es el conjunto de todos los individuos u observaciones de la variable, que se encuentran entre determinados límites.

Ejemplo: $10 \leq x < 20$, en esta clase se incluyen todos los datos comprendidos desde 10 hasta 20, sin incluir este último.

Cuando se agrupa un conjunto de datos mediante clases de frecuencias es importante el dominio de un grupo de conceptos y términos como los siguientes:

- **Rango o recorrido de la variable:** es la diferencia entre el mayor y el menor de los valores dados en los datos.

- **Límites de clases:** Son los valores extremos que delimitan cada clase. El menor es el límite inferior L_i y el mayor es el límite superior L_s .

Ejemplo: En la clase $10 \leq x < 20$, $L_i = 10$ y $L_s = 20$.

- **Amplitud de clases:** es la amplitud de la clase, la cual se obtiene mediante la diferencia: $L_s - L_i$

Ejemplo: En la clase $10 \leq x < 20$, la amplitud es 10.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL PARA DATOS AGRUPADOS EN CLASES

- **Media:** La media para datos agrupados en clases se calcula de la siguiente forma:

1. Se hallan las marcas de clase.

- **Marca de clase:** La marca de clase es la media aritmética de los valores correspondiente al límite inferior y superior de cada clase. Así, la marca de la clase i es:

$$x_i = \frac{L_s + L_f}{2}.$$

2. Se multiplica la marca de clase por la frecuencia absoluta de la clase correspondiente.

3. Se adicionan los productos hallados.

4. Se divide la suma obtenida por la cantidad de datos.

- **Clase Modal:** Es la clase de mayor frecuencia absoluta.

- **Clase Mediana:** Es la clase que contiene a la mediana.

Capítulo 1

Aritmética y tecnicismo algebraico

1) Sean las expresiones algebraicas $A = 2a - 3$, $B = (a + 5)(a - 5)$ y $C = 6a - 68$.

a) Calcula y simplifica la expresión $D = A^2 - B + \frac{1}{2}C$.

b) Factoriza la expresión D .

c) Halla el valor numérico de D para $a = \frac{9^{50} \cdot 3^{20}}{3^{121}}$ y di a qué conjunto numérico más restringido pertenece el resultado obtenido.

2) Dadas las expresiones algebraicas

$$M = \frac{(x^2 + 3)(3x^2 - 5) - (x^2 - 1)^2 + 4(x + 4)}{2x}, \quad N = 2m^4n^2 + 6m^2n^2 - 56n^2 \quad \text{y} \quad P = \frac{a^2 - 3c}{\sqrt[3]{b+2}}.$$

a) Prueba que $M = x^3 + 3x + 2$.

b) Factoriza completamente la expresión N .

c) Halla, si es posible, el valor numérico de P para $a = 2$, $b = -8$ y $c = -\frac{1}{3}$.

Si no es posible, argumenta por qué.

3) a) Calcula y simplifica la expresión $A = \frac{3}{5}x(10x - \frac{5}{3}) - (2x + 1)^2 + \sqrt[3]{27}$.

b) Expresa como producto el resultado obtenido.

c) Comprueba que el valor numérico de la expresión $B = 36a^2b^{-2} - \frac{1}{2}a^{-1}b$, para

$a = \frac{1}{2}$ y $b = -3$, es un cuadrado perfecto.

4) Sean $R = \frac{2^{-9} \cdot 125^{-3}}{0,000000004}$, $M = 2b(b - 3)$, $N = b + 1$ y $P = 4b - 0,25$.

a) Calcula el valor numérico de R y di cuántas décimas tiene dicho resultado.

b) Calcula y simplifica la expresión $M \cdot N + 2P + \sqrt{R}$.

c) Factoriza completamente el resultado obtenido.

5) a) Compara los valores numéricos de **A** y **B** si:

$$A = \frac{13,2 - 2,5 \cdot \frac{6}{5}}{\sqrt[3]{125}} \quad y \quad B = \frac{2400000000}{1000^3}.$$

b) Simplifica la expresión $\frac{3}{2}a^2(4a + \frac{2}{3}) - (5a^2 + 1)(a^2 - 2) + 7a^4$
y señala cuál es el grado del polinomio resultante.

c) Halla para qué valores de **b** se hace cero la expresión $15b^2 + b - 2$.

6) Dadas las expresiones $A = 16a^4b^4 - 8a^3b^3$, $B = 4a^2b^2$ y $C = a^2b^2 - 3^{-1}$.

a) Sustrae el triplo de **C** al cociente de **A** y **B**.

b) Prueba que la expresión resultante se puede expresar como el cuadrado de un binomio.

c) Si **a** y **b** son números enteros positivos, tales que **a** y **b** son recíprocos, entonces el valor numérico de **C** es igual a:

$$\underline{\hspace{1cm}} - \frac{1}{3} \quad \underline{\hspace{1cm}} - 3 \quad \underline{\hspace{1cm}} 4 \quad \underline{\hspace{1cm}} \frac{2}{3} \quad \underline{\hspace{1cm}} 3$$

7) Sean $R = (3x - 1)^2 - (3x + 1)(3x - 1) + 2(3x + 2)$, $Q = \frac{6^{29} \cdot 9^{15}}{18^{30}}$ y $T \neq 0$.

a) Prueba que $R \cdot Q = T^0$.

b) Descompón completamente en factores la expresión $S = x^2(a - 1) - 4(a - 1)$.

8) Simplifica la expresión $Q = \frac{12x^5y^6 + 24x^5y^4 - 36x^5y^2}{4x^2y^2}$.

a) El grado del polinomio resultante **Q** es:

$$\underline{\hspace{1cm}} 3 \quad \underline{\hspace{1cm}} 5 \quad \underline{\hspace{1cm}} 7 \quad \underline{\hspace{1cm}} 12 \quad \underline{\hspace{1cm}} 6$$

b) Factoriza completamente el resultado obtenido.

9) Dada la expresión $A = (\frac{x}{2} + 2)^2 - (\frac{x}{2} + 1)(\frac{x}{2} - 1) - 3^2$.

a) Expresa como producto la expresión que resulta de calcular **A**.

b) Calcula $B = (\frac{1}{3} + 1,5) : 7\frac{1}{3} + (-2)^3$ y di entre qué dos números enteros consecutivos se encuentra el resultado.

10) a) Calcula y simplifica la expresión $M = (x - 1)(x + 1)(x - 2) - (2x^2 - 5x + 2)$.

b) Factoriza completamente la expresión resultante **M**.

c) Halla el valor numérico de $N = \frac{15^{30}}{9^{15} \cdot 5^{32}}$ y escribe el resultado en notación científica.

11) Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

a) Si $A = (3\frac{1}{2} + \frac{2}{3}) : \frac{15}{6} - \frac{2}{3}$ y $B = \frac{0,2^{36} \cdot 0,04^{32}}{\left(\frac{1}{5}\right)^{100}}$, entonces se cumple que:

___ **A > B** ___ **A < B** ___ **A = B**

b) Efectúa: $(3x - \frac{1}{2})(2x + 4) - 3x(2x + 3) - 2\frac{1}{3}$.

c) Descompón en factores completamente la expresión $2a^5 - 32a$.

12) a) Sea $A = (\frac{1}{3} + \frac{2}{5}) : \frac{22}{5} - 2^{-1}$, di entre qué dos números enteros consecutivos se encuentra el valor numérico de **A**.

b) Prueba que la expresión reducida de $B = (\frac{x}{3} - 1)^2 - \frac{x}{6}(\frac{2x}{3} + 18) + (4x - 5)$ es igual a la tercera parte de un número disminuida en cuatro.

c) Expresa como producto la expresión $2y^3 + 48y - 22y^2$.

13) Sean $M = 5x^2 + 4$ y $P = 5x - 2$.

a) Halla el polinomio Q sabiendo que $M = P^2 - Q$.

b) Expresa Q como producto.

c) Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

Al calcular el valor numérico de $R = \frac{(-21)^2 - \sqrt{81}}{-\frac{4}{3}(0,5 - 2)}$, se obtiene un número que es:

___ cuadrado perfecto ___ cubo perfecto ___ primo ___ capicúa.

14) Sean $M = m - 1$, $N = (m + 1)(m - 5)$ y $R = 5m$.

a) Halla la expresión P si $R = M^2 - N + 3P$.

b) ¿Para qué valor de m se cumple que P es igual al opuesto y recíproco de 3?

c) Determina para qué valores de n se anula la expresión $Q = \frac{3}{4}n^2 - 9n$.

15) a) Efectúa: $D = \frac{6x^3y^5 - 18x^4y^4 + 3x^3y^3}{3x^3y^3} + (x^2 + 9xy - 1)$.

b) Descompón en factores la expresión resultante D .

c) Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

Si $A = \frac{2^{-15} \cdot 2^{-45}}{4^{-29}}$, $B = \frac{2^{29} \cdot 5^{31}}{10^{30}}$ y $C = \frac{22,5}{5} + \sqrt[3]{-8}$, entonces se cumple que:

___ $C > B > A$ ___ $B = C < A$ ___ $C = B > A$ ___ $A = B = C$

16) Sean $A = 2 + 5x$, $B = 5x - 2$ y $C = (4x - 1)^2 + 4x$.

a) Calcula $D = \frac{A}{B^{-1}} - C$ y di el grado del polinomio resultante.

b) Factoriza **D**.

c) Prueba que el valor numérico de **C** para $x = \sqrt{\frac{4^{-3} \cdot 5^{-6}}{0,000016}}$ es igual a 3^0 .

17) a) Calcula $T = \frac{(7^2)^{12}}{343^8} + 9^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$

b) Completa el espacio en blanco:

El menor número natural que hay que adicionar al valor numérico de **T** para obtener un cuadrado perfecto es _____.

c) Efectúa $[(x - 2)(x + 2)]^2 + 4(2x^2 - 4\frac{1}{4})$.

d) Descompón en factores completamente el resultado anterior.

18) a) Prueba que $3a^2b - [3ab(a - b) - (a - b^2)^2] - a^2 = b^2(a + b^2)$

b) ¿Cuántas décimas tiene el número que resulta de calcular

$$P = \frac{235000000}{\frac{100^{50}}{10^{92}}} ?$$

19) a) ¿Para qué valores enteros de x se cumple que la expresión $A = \frac{16}{x-2}$ es un número entero?

b) Descompón en factores la expresión que resulta al calcular

$$\left[3x\left(x - \frac{1}{3}\right) + (x - 1)(x + 2) - 3x^2\right]^2 - 2^2 \cdot 3,5^2$$

20) Sean $A = 3 - 2x$, $B = x^2 + 3$ y $C = 7x$.

a) Calcula y simplifica la expresión: $D = \frac{A^{30} \cdot A^{-12}}{A^{16}} - 2B + C$.

b) Factoriza la expresión resultante **D**.

c) Escribe en notación científica el número que resulta de calcular $999^2 - 1$.

21) Sea $M = 3y^3 - (y + 2)^2 - y(2y^2 - y - 3) - \sqrt[3]{-64}$.

a) Prueba que la expresión que resulta al calcular y simplificar M , se puede expresar como el producto de tres números enteros consecutivos para cualquier entero positivo y .

b) Calcula $N = \frac{2^{93} \cdot 5^{87}}{1000^{30}}$ y expresa el resultado en notación científica.

22) Sea $A = 3x(x + 2) + (x - 3)^2 - \sqrt{100}$.

a) Demuestra que la expresión que resulta de calcular A , se puede expresar como el producto de dos números impares consecutivos, para x entero positivo.

b) ¿Para qué valores naturales de x se cumple que $A = 0$?

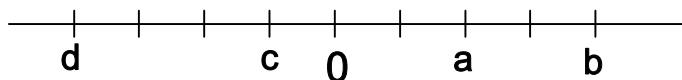
23) Sea $A = \frac{(x-2)^2 - x(x+4) + \sqrt{16}}{2(x^2 + \frac{x}{2} + 2) - (2x-1)(x+1) - 7}$

a) Prueba que $A = 4x - 4$.

b) ¿Para qué valores enteros de p se cumple que $B = 0$, si $B = 2p^2 + 7p - 15$?

c) Si $C = \frac{20}{3^{-4} \cdot 45}$ y $D = \frac{28^{31}}{16^{15} \cdot 7^{30}}$, determina cuántas decenas tiene el mínimo común múltiplo de C y D .

24) En la recta numérica aparecen representados el 0, a , b , c y d . (Todas las subdivisiones son iguales).



Escribe verdadero (V) o falso (F) según convenga.

a) $|d| = b$ b) $\frac{c}{2} > -a$ c) $c - a = 3$

d) $\frac{1}{b} = \frac{1}{d}$ e) $c - d < 2a$ f) $a^c = \frac{2}{d}$

24.1) Marca con una X la respuesta correcta.

Al simplificar la expresión algebraica $5x^2y^2 + 7 - (2xy - 3)^2$ se obtiene:

- a) ☐ $9x^2y^2 - 12xy + 16$ b) ☐ $x^2y^2 + 16$
 c) ☐ $x^2y^2 + 12xy - 2$ d) ☐ $x^2y^2 + 12xy + 16$

24.2) Halla el conjunto solución de la ecuación para $x \in \mathbb{Q}_+$.

$$\frac{x}{2} - 5 = 3(x - 1)$$

25) Sea $M = (a + 1)(a - 1)(a + 2) + a(a + 3) + 2$

a) Calcula y simplifica la expresión **M**.

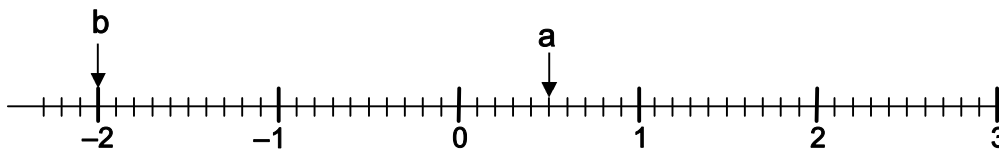
b) Prueba que la expresión obtenida se puede expresar como el producto de tres números enteros consecutivos, para todo a entero positivo.

25.1) Marca con una X la respuesta correcta.

El valor numérico de la expresión $a^3 - \frac{b \cdot c}{d}$, para $a = -1$, $b = 0,5$, $c = 8$ y $d = -2$, es:

- a) ☐ -3 b) ☐ -1 c) ☐ 1 d) ☐ 4

26) En la recta numérica aparecen representados **a** y **b**. (Todas las subdivisiones son iguales).



Calcula el valor numérico de **c** y represéntalo en la recta numérica, si

$$c = (a - 1\frac{3}{4}) : (1,5 + b)$$

26.1) Reduce tanto como sea posible la expresión

$$A = \frac{x^2y}{2}(2xy - 4) + (x - 1)(xy + y^2) + (0,5x + y)^2 - \frac{x^2}{4}$$

26.2) Factoriza completamente la expresión $B = x^4 - 14x^2 - 32$.

27) Marca con una X la respuesta correcta en cada inciso.

a) ¿Cuál de las siguientes fracciones está más cerca de $\frac{1}{2}$?

☐ $\frac{5}{12}$ ☐ $\frac{8}{15}$ ☐ $\frac{11}{20}$ ☐ $\frac{7}{16}$

b) Al factorizar el trinomio $x^2 + bx - 14$, uno de los factores es $x + 7$, entonces el otro factor es:

☐ $x + 7$ ☐ $x - 7$ ☐ $x - 2$ ☐ $x + 2$

y el valor de b es _____.

c) La ecuación $x(x + 2) = 2$ tiene por solución:

☐ $S = \{-3 ; 1\}$ ☐ $S = \{3 ; -1\}$ ☐ $S = \{0 ; -2\}$ ☐ $S = \emptyset$

28) Marca con una X la respuesta correcta en cada inciso.

a) El promedio de A y B donde $A = 99 - 81 : 3$ y $B = \frac{8}{9} + \frac{30}{27}$ es:

☐ 4 ☐ 37 ☐ 74 ☐ Ninguna de las anteriores

b) Al simplificar tanto como sea posible la expresión:

$\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{2}\right)^2 + 4x\left(\frac{y}{2} - \frac{x}{16}\right) - y^2$, se obtiene un:

☐ monomio ☐ binomio ☐ trinomio

28.1) Factoriza completamente la expresión $m^4 - \frac{1}{16}$.

29. a) Marca con una X la respuesta correcta en cada inciso.

El 50% de la mitad de un número es 28, entonces el número es:

☐ 56 ☐ 48 ☐ 12 ☐ Ninguno de los anteriores.

b) Efectúa $M = 2b(b + 3)^2 - (2b^3 - 8b^2 + 22b)$

c) ¿Para qué $x \in \mathbb{N}$ se cumple que $\mathbf{M} = 0$?

Capítulo 2

Ecuaciones y sistemas de ecuaciones

- 1) La suma de tres números es igual a 28. El número mediano es 3 unidades mayor que el menor y el número mayor es igual al triplo del menor.
- Halla los números.
 - ¿Cuántas centenas tiene el número de cuatro cifras que se forma al colocar consecutivamente, de menor a mayor, los números hallados?
- 2) El arquero cubano Juan C. Stevens, cuarto lugar olímpico en Beijing 2008, alcanzó en una ronda de una competencia 27 puntos con tres tiros. Con el primer tiro alcanzó un punto más que con el segundo y con el tercero, uno menos que con el segundo.
- ¿Cuántos puntos alcanzó con cada tiro?
 - Si el máximo de puntos a alcanzar era 30, ¿qué porcentaje de efectividad tuvo?
- 3) El perímetro de un triángulo es igual a 48 cm. Si las longitudes de sus lados son números naturales consecutivos, halla la longitud de cada lado.
- 4) En un triángulo MNP, la longitud del lado $\overline{MP}$ es el triplo de la del lado $\overline{MN}$ disminuida en 2 y la longitud del lado $\overline{NP}$ excede en 7 a la del lado $\overline{MN}$. Si el perímetro del triángulo es igual a 30 cm, halla la longitud de cada lado y di cuál de los ángulos es el mayor.
- 5) En un triángulo ABC, la amplitud del ángulo A es la quinta parte de la amplitud del ángulo B, disminuida en 4. La amplitud del ángulo C es igual al duplo de la del ángulo A. Clasifica el triángulo ABC.
- 6) Un número es el triplo de otro. El número menor excede en 3 al 25% del mayor. Determina la raíz cuadrada del mayor.
- 7) Un número excede en 5 a otro. La tercera parte del mayor es igual al 25% del menor aumentada en 10. Halla el promedio de los números.
- 8) Se quiere sentar a un grupo de alumnos en un local para presenciar una actividad. Colocando 10 alumnos por banco, quedan de pie 11 alumnos. Si se colocan 11 alumnos por banco, quedan 7 plazas disponibles.
- ¿Cuántos bancos hay en el local?
 - ¿Cuántos alumnos hay en el grupo?
- 9) En un concurso de Física, Química y Matemática se presentaron un total de 450 alumnos entre las tres asignaturas. La cantidad de participantes en Matemática fue el doble de la de Química, y en Física participaron 18 alumnos más que en Química.
- ¿Cuántos alumnos participaron por cada asignatura?

b) ¿Qué porcentaje del total de participantes lo hizo en Matemática?

10) José, Roberto y Julia realizaron el examen de ingreso al IPVCE. La nota de Roberto excede en 20 puntos a la de José y la de Julia es igual al duplo de la de José disminuida en 54. El promedio de las notas obtenidas por los tres alumnos fue de 82 puntos.

a) ¿Cuál fue la nota de cada uno?

b) ¿Qué nota debía haber obtenido José para que el promedio de las notas hubiese sido 90 puntos?

11) El promedio de las edades de tres hermanos es igual a 21. La edad del mediano excede en 3 años a la edad del menor y la edad del mayor es igual al duplo de la del menor.

a) ¿Qué edad tiene cada uno?

b) ¿Qué parte representa la edad del mediano de la suma de las edades?

12) Emmanuel realizó los exámenes de ingreso al IPVCE y obtuvo un promedio de 97 puntos. La nota que obtuvo en Historia excedió en 4 puntos a la de Matemática y en Español obtuvo un punto menos que en Matemática.

a) ¿Qué nota obtuvo en cada asignatura?

b) ¿Qué nota debía lograr en Español para que su promedio fuese un punto mayor que el obtenido?

13) Raúl tiene tres años más que su hermano Roberto y Julio tiene el doble de la edad de Roberto disminuida en 4 años. Si la edad de Julio excede en 11 años a la tercera parte de la suma de las edades de sus otros dos hermanos:

a) ¿Qué edad tiene cada uno?

b) ¿Cuál es el promedio de sus edades?

14) Los hermanos Juan y Jorge tienen 11 años menos que su hermana Rosa. Si a un tercio de la edad de Rosa le adicionamos la mitad de la edad de Juan, entonces el duplo de la edad de Jorge excede en 15 años a dicha suma.

a) Determina la edad de cada uno.

b) ¿Podrá ser alguna vez la edad de Rosa el doble de la de sus hermanos? Argumenta tu respuesta.

15) En una terminal **A** habían 153 ómnibus y en otra **B**, 12. De la terminal **A** se pasa cierta cantidad a la **B** y ahora, esta última, tiene el 25% de los ómnibus que tiene la otra.

a) ¿Cuántos ómnibus quedan en la primera terminal?

b) ¿En qué porcentaje aumentó la cantidad de ómnibus de la terminal **B?**

16) En una caja hay 100 monedas de un peso y 80 de veinte centavos. Un día se extrae la misma cantidad de monedas de cada tipo, por lo que en la caja quedan ahora \$12,00 menos de los que había.

a) ¿Cuántas monedas se extrajeron en total de la caja?

b) Si se quiere tener el dinero que hay ahora en la caja en la menor cantidad de billetes posibles, ¿cuántos billetes se necesitarán? Escribe la distribución.

17) Entre María, Carlos y Frank resolvieron varios ejercicios de Matemática. Carlos resolvió la mitad de los que hizo María y uno más. Frank resolvió la tercera parte de los que hizo María y uno menos. El total de los ejercicios resueltos por María y Carlos juntos excede en 19 al triplo de los resueltos por Frank.

- a) ¿Cuántos ejercicios resolvió cada uno?
- b) ¿Qué parte del total de ejercicios resolvió María?

18) El duplo de la suma de las edades de dos hermanos es igual a los ocho quintos de la edad de su padre. La edad del padre excede en 20 años a la edad del hijo mayor y la edad del menor es igual a la tercera parte de la de su hermano.

- a) ¿Qué edad tiene cada uno?
- b) ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triplo de la de su hijo menor?

19) Miguel de Cervantes nació en el siglo XVI y la suma de las cifras del año de su nacimiento es igual a 17. El duplo de la cifra de las decenas excede en 1 a la cifra de las unidades. ¿En qué año nació el ilustre autor de *Don Quijote de la Mancha*?

20) El año de nacimiento de Isaac Newton (siglo XVII) es un número de cuatro dígitos, que suman 13. La cifra de las unidades es la mitad de la cifra de las decenas. ¿En qué año nació Newton?

21) El precio de un almuerzo en una unidad gastronómica es \$15.00. Un grupo de personas llega al lugar para almorzar, pero como 4 de ellos eran niños, los demás le pagaron su almuerzo. Por ello, cada persona mayor tuvo que pagar \$22.50.

- a) ¿Cuántas personas en total almorzaron?
- b) ¿Cuánto dinero gastaron en total?

22) En un edificio hay 4 plantas. En la primera vive la sexta parte de los vecinos, en la segunda, el 25%; en la tercera, la quinta parte y en la última, la tercera parte y 9 vecinos más.

- a) ¿Cuántas personas viven en el edificio?
- b) ¿Qué tanto por ciento de los vecinos ocupa los dos últimos pisos del edificio?

23) Una persona gasta un día cierta cantidad de agua de un tanque y luego, cada día siguiente, gasta la mitad de lo consumido el día anterior. El tanque contenía 70 galones de agua y se vació en tres días.

- a) ¿Cuántos galones de agua consumió el primer día?
- b) Si el agua contenida en el tanque representaba las cuatro quintas partes de su capacidad, ¿cuál es dicha capacidad?

24) Un ciclista recorre una distancia determinada en tres días. El primer día recorre la tercera parte de esa distancia, el segundo día el 25% del resto y el tercer día recorre los últimos 54 km.

- a) ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?
- b) ¿Qué tanto por ciento, del total de kilómetros, representa lo recorrido entre los dos primeros días?

25) En un frigorífico hay papas almacenadas. La tercera parte es para el consumo de hospitales, el 25% del resto para centros educativos y las 150 000 toneladas restantes para consumo de la población.

a) ¿Cuántas toneladas de papas hay almacenadas en el frigorífico?

b) Si la capacidad de almacenamiento del frigorífico es de 450 000 toneladas, ¿qué porcentaje del mismo está vacío?

26) Un dependiente vende en la primera hora de trabajo el 20% de la cantidad de pomos de perfume de una caja llena, en la segunda hora vende las dos terceras partes del resto y aún quedan en la caja 16 pomos.

a) ¿Cuántos pomos contiene la caja llena?

b) Si en dos meses se han vendido 320 pomos de perfume, ¿cuántas cajas se han abierto durante ese tiempo?

27) De la ganancia obtenida en el año 2009 por una empresa agrícola, la cuarta parte del total se debió a la venta de plátanos, la sexta parte del resto fue por la venta de cítricos; el 50% de las ganancias del año fue por la venta de frutas y 190 000 pesos obtuvo por la venta de granos.

a) ¿Qué producto le reportó menos ganancia en el año?

b) ¿Qué cantidad de dinero debe obtener de ganancia en el 2010 la empresa, para superar la del año anterior en un 25%?

28) En el mes de enero, el 25% del total de trabajadores de una empresa ya había dado su aporte en la recaudación de fondos para los damnificados por un huracán, en febrero aportó la mitad del resto y en marzo lo hicieron 116 trabajadores. Actualmente sólo falta la octava parte de los trabajadores por su aporte.

a) ¿Cuántos trabajadores tiene la empresa?

b) ¿Qué tanto por ciento de los trabajadores dio su aporte en febrero?

29) Un recipiente se encuentra lleno de refresco. Se extrae primero un sexto de su contenido y luego se sacan 15 litros más, después se añade el 25% de la capacidad total del recipiente, con lo cual este vuelve a quedar lleno.

a) ¿Qué cantidad de litros tenía el recipiente?

b) ¿Qué cantidad de refresco se extrajo la primera vez?

30) En una secundaria, la cuarta parte de los estudiantes matriculados en Círculos de Interés prefirió el de Ajedrez, la tercera parte del resto, el de Gastronomía; la quinta parte de los matriculados lo hizo en el Círculo de Interés Pedagógico y los 96 restantes, en el de Mecánica.

a) Si la cantidad de estudiantes matriculados en los círculos representan los $\frac{16}{17}$ de la matrícula de la escuela, ¿cuál es dicha matrícula?

b) ¿Qué tanto por ciento de la matrícula de la escuela se incorporó al Círculo de Interés Pedagógico?

31) Luis resolvió la guía de Historia que orientó su profesor de la siguiente forma: el primer día contestó el 40% del total de preguntas, el segundo día la tercera parte del resto, 18 preguntas el tercer día y 10 el último día; quedándole por resolver 2 preguntas por dudas que tenía.

a) ¿Cuántas preguntas tenía la guía?

b) ¿Qué tanto por ciento del total de preguntas no pudo resolver?

32) En un rectángulo cuyo perímetro es 26 cm, uno de los lados es 3,0 cm más largo que el otro. Calcula el 20% de su área.

33) La suma de 2 números es 52. La diferencia entre el triplo de uno y el quíntuplo del otro es 100.

a) ¿Cuáles son los números?

b) Verifica si el número de tres dígitos que se forma al colocar el número menor a continuación del mayor, es divisible por 3. Fundamenta tu respuesta.

34) Entre Leo y Ronald han realizado 120 horas de trabajo voluntario. Si Leo hubiera realizado 15 horas menos, entonces tendría el doble de la cantidad de horas realizadas por Ronald.

a) ¿Cuántas horas realizó cada uno?

b) ¿Qué tanto por ciento de las horas realizadas por Leo tiene Ronald?

35) En un triángulo isósceles el duplo del ángulo desigual es menor en 15° que la amplitud de cada ángulo base. Halla la amplitud de los ángulos.

36) La edad de Eduardo más el duplo de la edad de Mary suman 100 años. La edad de Mary excede en 20 años a la de Eduardo.

a) ¿Cuántas veces es mayor la edad de Mary que la de Eduardo?

b) ¿Será posible que alguna vez sea el triplo? Fundamenta.

37) El perímetro de un triángulo isósceles es igual a 28 dm. Si la diferencia entre las longitudes de los lados iguales y el lado desigual es de 2 dm, calcula, en metros, la longitud de cada lado.

38) Un terreno tiene 40 m más de largo que de ancho. Si se disminuye el largo en 20 m y el ancho se aumenta en 10 m, entonces el perímetro del terreno sería de 300 m.

a) ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?

b) ¿En cuánto disminuye su área?

39) El perímetro de un rectángulo es de 28 cm. Si se disminuye en 3 el largo y se aumenta en 3 el ancho, la figura será un cuadrado. Halla el 75% del área del rectángulo.

40) La suma de las dos cifras de un número es 10. Si se invierte su orden, se obtiene otro número que es igual al triplo del anterior, menos 2. ¿Cuál es el cuadrado perfecto más próximo al número original?

41) La diferencia de dos números es un sexto. El triplo del mayor menos el duplo del menor es igual a 1. Halla el producto de estos números.

42) La diferencia de dos números es 685, y su cociente es 5, siendo 25 el resto de la división. Determina el sucesor del número que se obtiene al colocar el número mayor a continuación del menor. (Sugerencia: Ten en cuenta la relación $D = d \cdot c + r$)

43) Luis tiene 10 años más que Roberto. El duplo de la edad de Roberto excede en 10 años a la edad de Luis. Halla el promedio de sus edades.

44) Entre dos ómnibus viajan 75 alumnos. La cantidad de alumnos que viaja en uno de ellos disminuida en 15 es igual a la mitad de los que viajan en el otro. ¿Cuántos alumnos viajan en cada ómnibus?

45) Un hotel dispone de habitaciones dobles y sencillas. Tiene un total de 120 habitaciones y una capacidad de 200 personas.

a) ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

b) Si el hotel está lleno a un 86% de su capacidad, ¿cuántas personas pueden hospedarse aún en el hotel?

46) En un corral hay cerdos y pollos. El abuelo mandó a Pedrito que los contase para que estuviese un rato tranquilo y al regresar, a los pocos segundos, Pedrito rápidamente respondió: abuelo, hay 22 cabezas y 60 patas.

a) ¿Cuántos animales de cada tipo hay?

b) ¿Qué porcentaje representan los pollos del total de animales?

47) En una base de transporte hay un total de 42 ómnibus, unos tienen 12 asientos y los otros con 40. Si se llenan todos los ómnibus de la base con pasajeros sentados, se pueden transportar a la vez 1 344 personas.

a) ¿Cuántos ómnibus hay de cada tipo en la base?

b) Si en este momento están averiados la cuarta parte de los ómnibus de 12 personas y el 20% de los de 40 personas, ¿cuántos ómnibus, en total, están prestando servicio?

48) En una obra de la construcción se utilizaron 50 camiones para transportar 480 t de concreto. Unos camiones cargan 6,0 t y otros 10 t.

a) ¿Cuántos camiones se utilizaron de cada tipo?

b) ¿Qué porcentaje, del total de toneladas, se transportó en camiones de 10 t?

49) Una de las obras que se construye en la capital, es abastecida de arena por camiones de 8,0 m³ y 4,5 m³ de capacidad. Un día llegaron 33 camiones que transportaron 187 m³ de arena.

a) ¿Cuántos viajes de cada tipo llegaron a la obra ese día?

b) Si aún se necesitan 100 m³ más de arena y se van a transportar en camiones de 8,0 m³ de capacidad, ¿cuántos viajes se tendrán que dar?

50) En la última “Feria Internacional del Libro” compré 12 libros. Unos me costaron \$1,50 y los otros \$3,00, por lo que gasté \$24,00.

a) ¿Cuántos libros compré de cada precio?

b) Si el dinero invertido representa el 6% de mi salario mensual, ¿cuál es mi salario anual?

51) a) Halla el precio de una libra de azúcar crudo y una de azúcar refino, si 4 libras de azúcar refino y 6 libras de azúcar crudo costaron \$1,20 y 10 libras de azúcar refino y 2 libras de azúcar crudo costaron \$1,70.

b) ¿Cuánto debe pagar un núcleo de 6 personas, por el azúcar de la cuota, si cada persona recibe 2 libras de azúcar crudo y 3 libras de refino?

52) Yander rompió su alcancía el día de su cumpleaños. Al contar el dinero se percató que tenía \$100.00 en 196 monedas de 20 ¢ y un peso.

a) ¿Cuántas monedas eran de un peso y cuántas de 20 ¢?

b) Si la cantidad de monedas de cada tipo hubiese sido a la inversa, ¿cuánto dinero más hubiese tenido?

53) A una función de teatro asistieron 392 personas entre mayores y niños. Si los mayores pagaron 60 ¢ y los niños 40 ¢ y la recaudación total fue de \$192,80.

a) ¿Cuántos mayores y cuántos niños asistieron a la función?

b) Si el teatro se llenó a un 80% de su capacidad, ¿cuántas personas caben en él?

54) A un juego de baloncesto entre Capitalinos y Ciego de Ávila asistieron 4 000 espectadores. Los adultos pagaron por sus entradas \$1,00 y los niños \$0,80, por lo que se recaudaron \$3 720,00.

a) ¿Cuántos adultos y cuántos niños asistieron al juego?

b) ¿Qué parte del total de espectadores eran niños?

55) Compré ayer 10 piñas y 5 mangos y gasté \$95,00. Si los hubiese comprado hoy, hubiese gastado \$12,00 menos, ya que el precio de la piña lo rebajaron un 10% y el del mango un 20%.

a) ¿Cuál era el precio de cada fruta ayer?

b) ¿Cuánto cuesta una piña hoy?

56) Un camión descarga en una tienda pomos de refresco de 1,5 L y de 2,0 L. En total dejaron 300 pomos que representaban 540 L.

a) ¿Cuántos pomos de cada tipo descargaron en la tienda?

b) Si los pomos de 1,5 L cuestan \$25,00 y los de 2 L cuestan \$32,00, ¿cuánto dinero se obtendrá por la venta de los 300 pomos?

c) Si los pomos vienen en paquetes de 24, ¿cuántos paquetes se descargaron?

57) En un torneo de Ajedrez, Leinier Domínguez jugó 14 partidas y acumuló 11 puntos. ¿Cuántas partidas ganó y cuántas hizo tablas, si se sabe que no perdió ninguna partida?

(En el Ajedrez se otorga 1 punto al ganador y 0,5 puntos a cada jugador por empate)

58) Con la finalidad de completar el uniforme (un pantalón y una camisa) de los trabajadores de una tienda, el administrador hizo una compra al almacén de 20 pantalones y 50 camisas por un valor de \$1500,00. Posteriormente, por el mismo precio de cada pieza, se hizo una segunda compra de 5 pantalones y 4 camisas por un valor de \$205,00. Si posteriormente llegaron a la empresa tres nuevos trabajadores, ¿cuánto debe pagar la administración por la compra de los tres últimos uniformes?

59) El doble de la edad de Juan excede en 50 años a la de Eduardo, y un cuarto de la edad de Eduardo es 35 años menor que la de Juan. Halla la razón entre las edades de Juan y Eduardo.

60) Luis es mayor en 26 años que su hijo. Dentro de 12 años, la edad de Luis será el doble que la de su hijo. ¿Cuántos años tiene cada uno actualmente?

61) La edad de un hijo más la tercera parte de la edad del padre suman 22 años. Dentro de 6 años la edad del padre excederá al duplo de la edad del hijo en 10 años.

a) ¿Cuáles son sus edades actuales?

b) Halla el promedio de sus edades dentro de 6 años.

62) El triplo de la edad de Alicia menos cuatro veces la edad de Esther es 3 años. Hace 4 años el duplo de la edad de Esther sobrepasaba en 1 año la edad de Alicia.

a) ¿Cuáles son sus edades actuales?

b) Halla el promedio de sus edades hace 4 años.

63) Entre dos sacos hay 210 aguacates. Si del que más tiene se sacan 30 y se echan en el otro, ambos tendrían igual cantidad. ¿Cuántos aguacates hay en cada saco?

64) Entre dos sacos tienen 200 pelotas. Si del saco de más pelotas se sacan 30 y se echan en el otro, entonces la cantidad de pelotas en este último excedería en 36 a las que habría en el otro.

a) ¿Cuántas pelotas habían en cada saco al inicio?

b) ¿En qué tanto por ciento aumentó la cantidad de pelotas del saco que recibió las 30?

65) En una fiesta entre muchachos y muchachas habían 140 personas. Al cabo de cierto tiempo se fueron 10 muchachos y llegaron 5 muchachas, por lo que la cantidad de hembras ahora excede en 5 a la de varones. ¿Qué porcentaje del total de personas eran muchachos al comienzo de la fiesta?

66) En una escuela se alquilaron 2 ómnibus para una actividad. Entre ambos trasladaban 82 estudiantes, pero el que más llevaba se averió ligeramente. Para poder llegar decidieron trasladar 21 estudiantes del ómnibus averiado al otro, por lo que ahora en este último viajan 40 estudiantes más que en el averiado.
¿Cuántos estudiantes viajaban en cada ómnibus al inicio?

67) José tenía dos sacos de arroz, uno de los cuales tenía 24 libras más que el otro. Si del saco de mayor peso se saca la cuarta parte y se echa en el otro, entonces este último tendrá 32 libras más que el otro.

a) ¿Cuántas libras se pasaron de un saco a otro?

b) Si cada persona recibe 7 libras en el mes, ¿cuántas personas podrán recibir su cuota completa con la cantidad de arroz que hay entre ambos sacos?

68) En una caja hay 30 mangos y en otra 50. Un día se extraen los 22 que estaban maduros entre ambas cajas. Ahora en la caja que tenía 50, hay 2 mangos menos que el duplo de los que hay en la otra.

a) ¿Cuántos mangos maduros se extrajeron de cada caja?

b) ¿Qué tanto por ciento del total de mangos se maduró?

69) En una Secundaria Básica todos los profesores son licenciados o másteres. La cantidad de licenciados era el doble que la de másteres aumentada en 3. Al finalizar el curso 6 profesores defendieron con éxito su tesis de maestría, por lo que ahora la cantidad de licenciados excede en 1 a la cantidad de másteres.

a) ¿Cuántos profesores tiene la escuela?

b) ¿Qué tanto por ciento de los profesores faltan aún por hacerse máster?

70) Juan tiene que pagar entre luz y teléfono \$58,00 mensuales. Si lo que paga por luz excede en \$12,40 a lo que paga por el teléfono:

a) ¿Cuánto paga por cada servicio?

b) Si Juan paga los 12 meses del año el mismo precio por la luz y su salario mensual es de \$250,00, ¿qué tanto por ciento de su salario anual invierte en pagar la luz de un año?

71) En un campo hay sembrados, entre tomate y col, 213 hectáreas. Si el doble de la cantidad de hectáreas sembradas de tomate excede en 125 a la tercera parte de las sembradas de col:

a) ¿Cuántas hectáreas hay sembradas de cada cultivo?

b) Si se recogen la mitad de las hectáreas sembradas de col y el 25% de las de tomate, ¿cuántas hectáreas quedan sembradas más de col que de tomate?

72) En un terreno hay sembradas 120 hectáreas entre col, tomate y lechuga. La mitad de las hectáreas sembradas son de tomate, y de lechuga hay el 50% de las de col.

a) ¿Cuántas hectáreas más hay sembradas de col que de lechuga?

b) ¿Qué parte, del total de hectáreas sembradas, corresponden a lechuga?

73) En un terreno se cosecharon 486 quintales entre papas y boniatos. Si se recoge el 50% de los quintales de papas y el 25% de los de boniato, la cantidad de quintales recogidos sería igual a 179.

a) ¿Cuántos quintales se cosecharon de cada cultivo?

b) ¿Cuántos quintales más de boniato que de papas quedan en el terreno?

74) En una granja estatal tenían sembradas 480 ha más de papas que de cereales. Después de recoger el 80% del cultivo de papas y la cuarta parte del cultivo de cereales, quedaron en el campo 300 ha más de cereales que de papas.

a) ¿Qué cantidad de papas habían sembradas inicialmente?

b) ¿Qué parte del total de hectáreas sembradas al inicio corresponden a cereales?

75) En un terreno hay sembrados, entre col y tomate, 100 ha. Se recogió la cuarta parte de las hectáreas de col y el 40% de las de tomates, por lo que quedaron en el terreno 63 ha.

a) ¿Cuántas hectáreas de cada tipo había sembradas en el terreno al inicio?

b) ¿Cuántas hectáreas de tomates se recogieron?

76) En un almacén habían, entre arroz y frijoles, 1 200 sacos. Se consumieron ya 15 sacos de frijoles y un 50% de los sacos de arroz. Si el doble de los sacos de frijoles que quedan excede en 370 a los que quedaron de arroz, ¿cuántos sacos hay actualmente en el almacén de cada tipo?

77) En una granja tenían sembradas 400 hectáreas más de cebolla que de ajo. Después de recoger el 80% de las hectáreas sembradas de cebolla, quedaron en el terreno 400 ha más de ajo que de cebolla.

a) ¿Qué cantidad de hectáreas de cada cultivo había sembradas inicialmente en la granja?

b) ¿Cuántas hectáreas de cebolla quedaron sembradas?

78) En un organopónico, con 48 hectáreas, se dedicaron 40 al cultivo de tomate y col. Después de recoger el 60% de las hectáreas sembradas de tomate y 6 ha de col, quedaron en el terreno el triplo de hectáreas de tomate que de col.

a) ¿Cuántas hectáreas quedan sembradas de cada cultivo?

b) ¿Qué tanto por ciento, del total de hectáreas del organopónico, se dedicaron al cultivo de la col?

79) En una brigada de 30 estudiantes que recogían papas y tomates se obtuvo el siguiente resultado:

“Si al duplo de la cantidad de estudiantes que están recogiendo papas se le sustrae 20, entonces la cantidad de estudiantes que están recogiendo tomate excederá en 2 a dicha diferencia”.

a) ¿Qué cantidad de estudiantes están recogiendo papas?

b) Si la norma de recogida de papas de la brigada en el día es de 320 sacos y se cumplió a un 120%; y la de tomate es de 150 cajas y se cumplió a un 95%, ¿cuántos sacos y cuántas cajas recogieron?

c) ¿Cuál fue el promedio de sacos recogidos por estudiante?

80) En una escuela hay 546 alumnos de matrícula. Si hubiese 37 hembras menos y 17 varones más, la cantidad de hembras y varones fuese la misma.

a) ¿Cuántos varones y cuántas hembras hay en la escuela?

b) ¿Qué tanto por ciento de la matrícula representan las hembras?

81) La diferencia entre el duplo de juegos ganados y la cantidad de juegos perdidos por un equipo de pelota es igual a 60. La tercera parte de los ganados es igual al 50% de los perdidos.

a) ¿Cuántos juegos efectuó el equipo?

b) ¿Qué tanto por ciento de juegos ganó?

82) La diferencia entre la cantidad de pesos recaudados por la venta de productos el martes con respecto al lunes en una cafetería fue de \$1 500,00. La cuarta parte de lo recaudado el lunes más el 20% de lo recaudado el martes son \$2 550,00.

a) ¿Cuánto dinero se recaudó entre ambos días?

b) Si diariamente la cafetería debe recaudar \$6 000,00, ¿qué porcentaje de cumplimiento tuvo cada día?

83) El cuádruplo de la edad de Ariel excede en 96 a la tercera parte de la de su abuelo. Si entre ambos tienen 102 años, ¿cuántos años después del abuelo, nació Ariel?

84) La suma del 25% de un número y las tres quintas partes de otro menor es igual a 32. Si el cuádruplo del menor es igual al mayor, ¿cuántas centenas tiene el número de cuatro cifras que se forma al poner el número menor a continuación del mayor?

85) Entre dos jugadores de un mismo equipo, A y B, anotaron 42 puntos en un juego de Baloncesto. La diferencia entre el triplo de los anotados por A y el duplo de los anotados por B es igual a 26.

a) ¿Cuántos puntos más que B, anotó A?

b) Si el equipo marcó en ese juego un total de 98 puntos, ¿qué tanto por ciento del total de puntos correspondieron a B?

86) Entre Raquel y René tienen 37 años. Si el doble de la cantidad de años que tiene Raquel excede en 14 al triplo de la edad de René, ¿qué edad tiene cada uno?

87) En un estado venezolano la cantidad de pacientes operados de la vista excede en 750 a los que faltan por operar. Si en total eran 3 250 pacientes, ¿qué tanto por ciento falta por operar?

88) En una granja entre gallinas y patos hay 412 animales. Si el duplo de la cantidad de patos excede en 131 a la tercera parte de las gallinas.

a) ¿Cuántos animales hay de cada tipo?

b) Si cada gallina pone 4 huevos diarios y sabiendo que a cada persona le corresponden 8 huevos, ¿cuántas personas pueden recibir su cuota con la producción de un día de la granja?

89) Entre Juan y Luis recogen 342 latas de café en una semana. Si Juan hubiera recogido 100 latas más, entonces esa cantidad excedería en 58 latas a las recogidas por Luis.

a) ¿Cuántas latas recogió cada uno?

b) ¿Qué tanto por ciento del total de latas recogió Luis?

90) En un avión viajan 300 pasajeros. El duplo de la cantidad de hombres excede en 132 al 60% de la cantidad de mujeres. Halla qué parte del total de pasajeros son hombres.

91) Un número es el doble de otro. La diferencia entre el 75% del mayor y el menor es igual a 12. Si se coloca el menor a continuación del mayor, ¿cuál es el cubo perfecto más próximo al número formado?

92) En un rectángulo el lado menor es igual al 60% del mayor y su perímetro es 64 cm. Halla su área en dm^2 .

93) Dos fábricas debían producir entre ambas, según sus respectivos planes mensuales de producción, 360 bicicletas. La primera de ellas cumplió su plan al 112% y la segunda al 110% y entre las dos produjeron 400 bicicletas.

a) ¿Cuál era el plan de producción de cada fábrica?

b) ¿Cuántas bicicletas produjo cada una?

94) En una fábrica se debían producir 3 000 ventiladores entre el primer y el segundo semestres del año. En el primer semestre se cumplió el plan previsto a un 120% y el del segundo semestre, por falta de piezas, solo se cumplió a un 90%, por lo que en el primer semestre se produjeron 660 ventiladores más que en el segundo.

a) ¿Cuál era el plan de cada semestre en la fábrica?

b) ¿En qué tanto por ciento se sobrecumplió el plan anual?

95) Antes de una competencia Juan pesaba la mitad que Abel aumentada en 40 libras. Después de la competencia, Juan rebajó 20 libras y Abel un 10% de lo que pesaba, por lo que entre ambos pesan actualmente 300 libras. ¿Cuánto pesaba cada uno antes de la competencia?

96) Luis y Julio se preparan para una competencia de Levantamiento de Pesas. Luis pesa 60 kilogramos más que Julio. Al terminar el entrenamiento, Luis pesa el 80% de lo que pesaba y Julio el 90%, por lo que ahora el peso de Luis excede en 44 kilogramos al de Julio. ¿Cuántas libras rebajó cada atleta?

97) Una casa **A** consume 20 kWh más que otra **B**. Al tomar medidas de ahorro, la casa **A** disminuyó su consumo en un 20% y la **B** lo redujo a un 75%, por lo que ahora entre ambas casas consumen 171 kWh. ¿Cuántos kWh más consume la casa **A** que la **B** actualmente?

98) En febrero una casa de vivienda consumió en el mes, durante el período nocturno, el doble de la electricidad que consumió durante el período diurno. Medidas internas aplicadas en ese núcleo familiar hicieron que en marzo, durante el período nocturno, el consumo eléctrico del mes disminuyera en un 25% y durante el período diurno se ahorra un 20%, por lo que el consumo eléctrico de la vivienda este mes fue de 184 kWh.

a) ¿De cuánto era el consumo nocturno en la vivienda en el mes de febrero?

b) ¿En qué porcentaje disminuyó el consumo de energía de un mes a otro, una vez aplicadas las medidas?

99) Dos fábricas **A** y **B** se dedican a la producción de alimentos para el ganado vacuno. La cantidad de toneladas que se propuso producir **A** excede en 30 a las previstas por **B**. La fábrica **A** sólo produjo el 40 % y la **B**, las tres décimas partes de lo previsto, por lo que entre las dos solamente produjeron 47 toneladas.

a) ¿Cuántas toneladas produjo una fábrica **C** que obtuvo 3,4 veces lo obtenido por **B**?

b) ¿Cuántas toneladas más de alimentos produjo la fábrica **C** que las producidas por las fábricas **A** y **B** juntas?

100) Como parte de las medidas de beneficio a la población, en un Consejo Popular de un municipio, dos brigadas de trabajadores sociales **A** y **B** se planificaron visitar entre ambas 330 viviendas. En un momento en que fue controlada la actividad, la brigada **A** había visitado las dos terceras partes de la cantidad de viviendas que se había propuesto visitar, mientras que la brigada **B**, había visitado el 80% de las viviendas que se había planificado visitar, por lo que solo faltaban por visitar 86 viviendas,

a) ¿Cuántas viviendas había visitado cada brigada, hasta el momento en que fue controlada la actividad?

b) ¿Qué parte del total de viviendas a visitar le corresponde a la brigada **A**?

101) El perímetro de un triángulo isósceles mide 65 cm y sus lados iguales están con el desigual en la razón 4:5. ¿Cuánto mide cada lado del triángulo?

102) La razón entre dos números es igual a 3. Si al mayor se le resta 40 y al menor se le suma 40, la razón entre ambos sería ahora igual a 1. Halla el promedio de dichos números.

103) Un camión de mercancías, transporta 80 sacos menos de frijoles que de arroz. Al llegar a un establecimiento, descarga 30 sacos de frijoles y 100 de arroz; por lo que la diferencia entre el doble de los sacos de frijoles que lleva ahora y los de arroz es solo 10.

a) ¿Cuántos sacos de cada tipo transportaba el camión al principio?

b) ¿Qué parte de la cantidad de sacos de frijoles que llevaba, descargó en el establecimiento?

104) En mi casa tenía 6 bombillos incandescentes y 2 ahorradores, por lo que consumía diariamente 400 W. Ahora cambié 4 incandescentes por ahorradores y consumo 160 W menos.

a) ¿Cuánto consume cada tipo de bombillo?

b) ¿Cuántos kiloWatt consumiré en un año, no bisiesto, si los cambio todos por ahorradores?

105) Una recta r pasa por los puntos $A(1; -1)$ y $B(-2; -7)$ y otra recta s corta al eje " x " en 4 y al eje " y " en -4 . Halla las coordenadas del punto de intersección de las rectas r y s .

106) Ricardo tiene un terreno rectangular de 30 m de ancho y 50 m de largo. Para lograr un terreno con mayor área, cambia de lugar las cercas que lo rodean, disminuyendo su ancho y aumentando su largo, de forma tal que su perímetro aumentó 30 m. Ahora el nuevo terreno tiene 55 m más de largo que de ancho.

a) ¿En cuántos metros disminuyó el ancho y en cuántos aumentó el largo de su terreno Ricardo?

b) ¿Cumplió Ricardo su objetivo con las modificaciones realizadas? Fundamenta tu respuesta.

107) El promedio de las notas de un estudiante en Matemática, Español e Historia, en las pruebas de ingreso a los camilitos, fue de 90 puntos. En Historia obtuvo 90 puntos, y la nota de Matemática sobrepasó en 4 puntos a la de Español. ¿En qué asignatura sacó mayor nota y de cuánto fue?

108) En una UBPC se plantaron 2 caballerías más de papas que de boniatos. Después de una semana de trabajo en la recolección, los trabajadores verificaron que aún quedaba por recoger el 21% de la plantación de papas y el 75% de la de boniatos, lo que implicaba que faltaban por recoger 3,9 caballerías más de boniatos que de papas. ¿Cuántas caballerías de cada cultivo se habían plantado?

109) En un almacén habían 40 artículos que se debían vender a \$10,00 cada uno. Pero como algunos estaban defectuosos, se vendieron con una rebaja de un 10% de su precio y el resto se vendió a un 150 % de su precio, obteniéndose una ganancia de \$128,00. ¿Cuántos artículos estaban defectuosos?

110) Dos grupos de estudiantes de un IPUEC están recogiendo papas. Al inicio de la jornada se le entregó a cada uno cierta cantidad de sacos vacíos. La tercera parte de los sacos entregados al grupo B excede en 4 a la cuarta parte de los entregados al grupo A. Al terminar la sesión de campo, entre los dos grupos lograron llenar todos los sacos, pero el grupo A, llenó 30 sacos menos que los que le habían sido entregados y la cantidad de sacos que logró llenar el grupo B excede en dos al duplo de los que llenó el grupo A. ¿Cuántos sacos vacíos se entregaron al inicio de la jornada a cada grupo?

111) Entre dos Secundarias Básicas había, a principio de curso, 62 alumnos de noveno grado que manifestaron interés por estudiar carreras pedagógicas. A mediados de curso, el número de interesados en la secundaria **A** se incrementó en un 20%, y en la secundaria **B**, en un 25%, de modo que entre ambos centros hay ahora 76 alumnos que desean estudiar una carrera pedagógica. ¿Cuántos alumnos del grado aspiran en estos momentos a una carrera pedagógica en cada escuela?

112) Un kilogramo de trigo produce 1,2 libras de carbohidratos y 0,6 libras de proteínas, mientras que 1 kg de maíz produce 0,9 libras de carbohidratos y 0,8 libras de proteínas. ¿Cuántos kilogramos de cada tipo hay que utilizar para producir un pienso que contenga exactamente 123 libras de carbohidratos y 86 libras de proteínas?

113) En una UBPC se sembraron 720 ha entre malanga, boniato y plátano. El 60% del total fueron sembradas de malanga. Si se hubieran sembrado 62 ha más de plátano, entonces las hectáreas sembradas de boniato representarían el 75% de las sembradas de plátano.

- a) ¿Cuántas hectáreas se sembraron de cada cultivo?
- b) ¿Qué tanto por ciento representan las hectáreas sembradas de plátano con relación a las de malanga?

114) En una conferencia participan 600 delegados de 160 países. El 20% de los delegados son asiáticos, de Europa y América, hay igual cantidad y el resto son de África. El duplo de la cantidad de delegados africanos es inferior en 40 a los delegados europeos.

- a) ¿Cuántos delegados participan por África?
- b) ¿Qué parte del total de delegados no son europeos?

115) En una tabla gimnástica de una escuela participa, en la primera parte, un varón por cada dos hembras. En la segunda parte de la presentación se incorporan 40 varones, por lo que la relación cambia a cinco varones por cada seis hembras.

- a) ¿Cuántos varones y cuántas hembras participan inicialmente en la tabla?
- b) Si la cantidad de participantes en la tabla representa las dos quintas partes de la matrícula de la escuela, ¿cuántos alumnos tiene la escuela?

Capítulo 3

Funciones Lineales

1. Dadas las siguientes ecuaciones de funciones:

$$f(x) = x^2 - 3$$

$$g(x) = -2x - 6$$

$$h(x) = \frac{x-3}{4}$$

$$l(x) = \frac{2}{x} + 5$$

$$s(x) = 10$$

$$p(x) = 3 - 5x$$

$$t(x) = x^3 - x^2 + 1$$

1.1. Determina cuáles de ellas corresponden a funciones lineales.

1.2. Completa los espacios en blanco colocando la letra de la función correspondiente:

a) La función lineal que tiene como cero $x = -3$ es ____.

b) La función lineal cuya gráfica corta al eje “y” en 3 es ____.

c) La función lineal cuya pendiente tiene valor 0,25 es ____.

d) La función lineal de monotonía creciente es ____.

e) La función lineal cuya representación gráfica contiene al punto (0,2 ; 2) es ____.

f) La función lineal cuya imagen es constante es ____.

g) La función lineal cuya representación gráfica no corta al eje de las abscisas es ____.

1.3. Representa gráficamente las funciones lineales seleccionadas.

1.4. Halla las coordenadas del punto de intersección de las gráficas de las funciones g y p.

2. Sean A(-2 ; -2) , B(6 ; -2) y C(0 ; 6) los vértices de un $\triangle ABC$.

a) Representa en un sistema de coordenadas el $\triangle ABC$.

b) Escribe la ecuación de la función lineal, cuya representación gráfica contiene a la mediana relativa al lado $\overline{AB}$, en el $\triangle ABC$.

c) Halla el área del triángulo.

d) ¿Qué coordenadas debe tener un punto M, del segundo cuadrante, para que el cuadrilátero ABCM sea un paralelogramo?

3) Sean $A(-1 ; 1)$, $B(3 ; -2)$, $C(7 ; 1)$ y $D(3 ; 4)$ los vértices de un paralelogramo ABCD.

a) Representalo en un sistema de coordenadas rectangulares.

b) Escribe la ecuación de la función lineal f , cuya representación gráfica contiene al lado $\overline{BC}$ del paralelogramo.

c) Clasifica el paralelogramo ABCD.

d) Calcula su área.

e) Determina las coordenadas del punto de intersección de sus diagonales.

4. Sea la ecuación de la función lineal $f(x) = \frac{1}{3}x + 4$.

a) Representala gráficamente.

b) Halla la ordenada de un punto N, de la representación gráfica de f , cuya abscisa es igual a -3 .

c) Halla la abscisa de un punto M, de la representación gráfica de f , cuya ordenada es igual a $3,5$.

*d) Si trazamos por $x = 88$ una recta perpendicular al eje “x” y formamos el $\triangle ABC$, donde: A es el intercepto de la gráfica de f con el eje “x”, B es el punto de intersección de la gráfica de f con la recta $x = 88$ y C es intercepto de la recta $x = 88$ con el eje “x”; ¿cuántos puntos, de coordenadas enteras, estarán situados sobre la hipotenusa del $\triangle ABC$?

5. Dados los puntos $A(-4 ; 12)$ y $B(6 ; 4)$.

a) Escribe la ecuación de la función, cuya representación gráfica pasa por los puntos A y B.

b) Representa gráficamente dicha función.

c) Calcula el área del cuadrilátero limitado por $\overline{AB}$, el eje “x” y las proyecciones de A y B sobre el eje “x”.

d) Si $\overline{AB} = 13$ u, calcula el perímetro del cuadrilátero.

6. De una función lineal $f(x) = mx + n$ se conoce que $f(6) = 2$ y $f(-3) = -4$.

a) Escribe su ecuación.

b) Representala gráficamente para $-9 \leq x \leq 15$.

c) Calcula su cero.

d) Di tres valores del dominio de f para los cuales la gráfica de f está por encima del eje “x”? ¿Y tres para los cuáles esté por debajo?

7. En la figura aparece representada la función lineal f , que corta a los ejes de coordenadas en **A** y **B**.

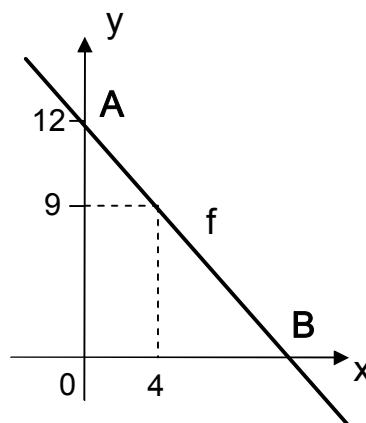
a) Escribe su ecuación.

b) Prueba que $\frac{f(8) + 2f(0)}{f(-\frac{2}{3})} = \frac{12}{5}$

c) Verifica si el punto $P(-2; 13,5)$ pertenece a la representación gráfica de f .

d) Calcula el área del $\triangle AOB$, donde **O** es el origen de coordenadas.

e) Si $\overline{AB} = 20$ u, calcula el perímetro del $\triangle AOB$.

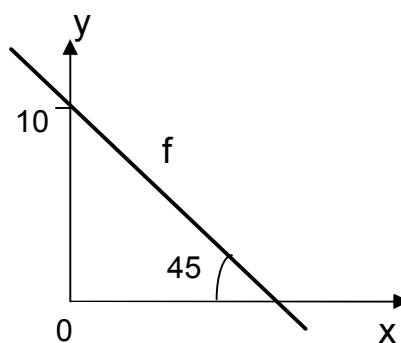


8. En la figura aparece representada la función lineal f , cuya representación gráfica forma con el eje “x” un ángulo de 45° .

a) Escribe la ecuación de f .

b) Representa en el mismo sistema de coordenadas las funciones lineales $g(x) = -2x + 10$ y $h(x) = 6$.

c) Calcula el área del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos de intersección de las gráficas de f y g con la gráfica de h y con el eje “x”.



d) Calcula $\frac{2^{f(70)} : 2^{g(40)}}{4^{h(3)}}$.

9. En la gráfica aparece representada la función lineal g.

a) La función g es:

___ creciente ___ decreciente ___ constante

b) La ecuación de la función g es:

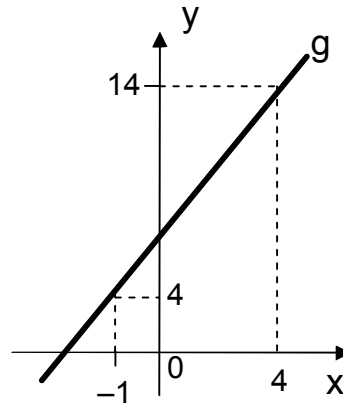
___ $g(x) = -2x + 6$ ___ $g(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

___ $g(x) = 2x + 6$ ___ $g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

c) El cero de la función g es ___.

d) Halla la abscisa de un punto M, de la representación gráfica de g, cuya ordenada es igual a 5.

e) Si $g(a) + g(a - 2) = -4$, halla el valor de a.



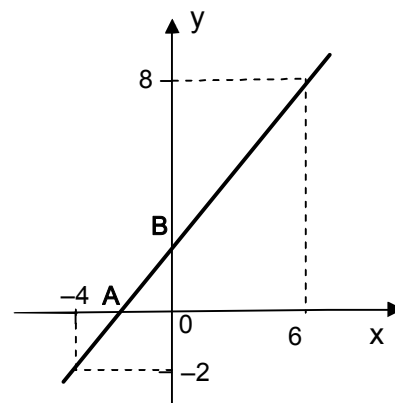
10. En la figura aparece representada la función lineal f que corta al eje “x” en el punto A y al eje “y” en el punto B.

a) Escribe su ecuación.

b) Halla la ordenada de un punto N de su representación gráfica, cuya abscisa es igual a $-\frac{4}{3}$.

c) ¿Para qué valores de t se cumple que $f(2t) \cdot f(t - 3) = 30$?

d) ¿Qué coordenadas debe tener un punto C, situado sobre el eje “x”, para que el $\triangle ABC$ tenga 10 u^2 de área? Dar todas las posibilidades.

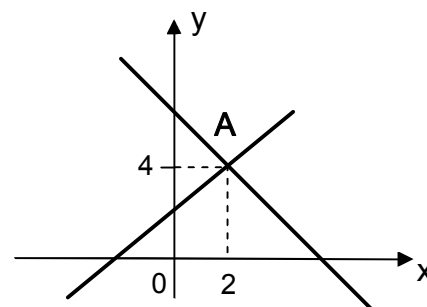


11. En el sistema de coordenadas aparecen representadas las funciones lineales

$f(x) = mx + 2$ y $g(x) = -\frac{4}{3}x + n$, que se cortan en el punto A.

a) Identifica cuál es el gráfico de la función f y cuál el de la función g.

b) Escribe la ecuación de f y la de g.



c) Calcula $\sqrt{g(-\frac{1}{4}) + f^2(-5)}$

d) Halla el área del triángulo cuyos vértices son el punto A y los interceptos de las gráficas de f y g con el eje de las abscisas.

12. En la figura aparecen representadas las funciones lineales f y g, que cortan al eje “x” en los puntos A y C respectivamente, y se cortan entre sí en el punto B.

12.1. Marca con una X la respuesta correcta:

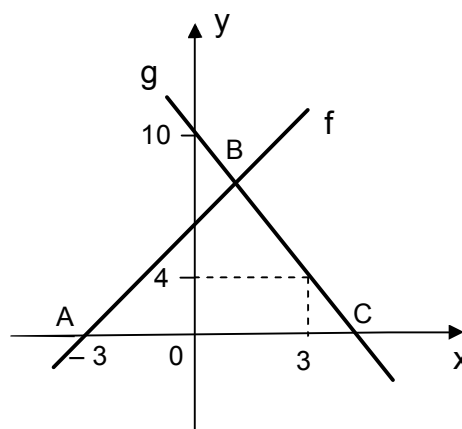
a) La ecuación que define a la función f es:

☐ $f(x) = -3x + 5$ ☐ $f(x) = 2x - 3$

☐ $f(x) = 2x + 6$ ☐ $f(x) = 4x + 12$

b) De acuerdo a la gráfica de la función g, podemos afirmar que su pendiente es:

☐ positiva ☐ negativa ☐ cero ☐ uno



12.2. Escribe la ecuación que define a la función g.

12.3. Halla las coordenadas del vértice C del $\triangle ABC$.

12.4. Calcula el área del $\triangle ABC$.

12.5. Halla el valor de a, si $f(a + 1) - g(a - 2) = 3a$.

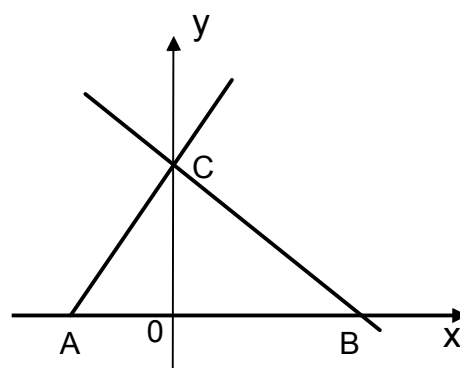
12.6. Si el $\angle BAC = 63,5^\circ$, halla la amplitud del $\angle ABC$.

13. En la gráfica están representadas las funciones lineales f y g, que se cortan en el punto C situado sobre el eje “y”, y cortan además al eje “x” en los puntos A y B formando el $\triangle ABC$.

a) Si la ecuación de la función f es $f(x) = -0,5x + 2$, identifica en la figura cuál es su representación gráfica.

b) Si el área del $\triangle ABC$ es $6,0 \text{ u}^2$, escribe la ecuación de la función g.

c) Si el $\angle BCO = 63,5^\circ$, halla la amplitud de



los ángulos interiores del $\triangle ABC$, donde O es el origen de coordenadas.

d) Determina las coordenadas de un punto M, del primer cuadrante, tal que el cuadrilátero ABMC sea un paralelogramo.

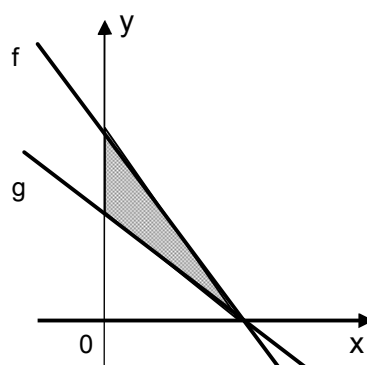
e) Escribe la ecuación de la función lineal h, cuya gráfica contiene a la diagonal $\overline{AM}$ del paralelogramo.

14. En el sistema de coordenadas aparecen representadas las funciones lineales $f(x) = -3x + n$ y $g(x) = -2x + 6$, cuyas gráficas se cortan en el eje "x".

a) Escribe la ecuación de la función f.

b) Calcula el área de la superficie rayada.

c) Halla el valor de **a**, sabiendo que $f(2a) - g(a - 1) = -4a^2$.



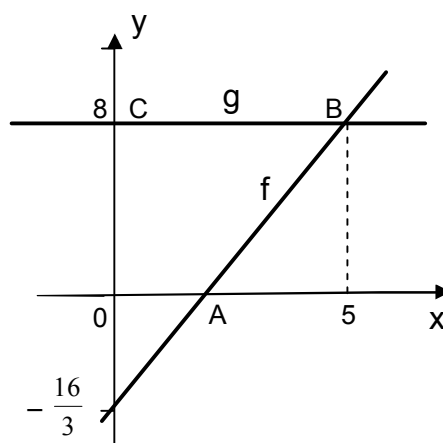
15. En la figura aparecen representadas las funciones lineales f y g, las que cortan a los ejes de coordenadas en los puntos A y C respectivamente, y se cortan entre sí, en el punto B.

a) Escribe las ecuaciones de las funciones f y g.

b) Halla el área del trapecio OABC, donde O es el origen de coordenadas.

c) Si $\overline{AB} = 8,5$ u, halla el perímetro del trapecio.

*d) ¿Cuántos puntos del plano, con coordenadas enteras, son puntos interiores del trapecio OABC?



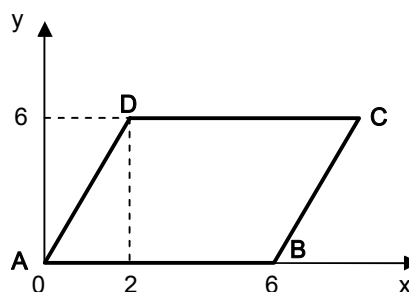
16. En la gráfica aparece representado un paralelogramo ABCD, cuyo lado $\overline{AB}$ está sobre el eje “x” y el vértice A coincide con el origen de coordenadas.

a) Escribe las coordenadas de cada vértice.

b) Escribe las ecuaciones de las funciones lineales cuyas gráficas contienen a las diagonales del paralelogramo.

c) Calcula el área del paralelogramo ABCD.

d) Halla las coordenadas del punto de intersección de las diagonales.

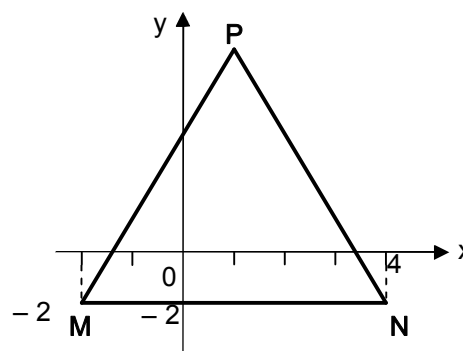


17. En el sistema de coordenadas rectangulares aparece representado el $\triangle MNP$.

a) Escribe las coordenadas de los vértices M y N.

b) Escribe la ecuación de la función lineal cuya gráfica contiene al lado $\overline{MN}$ del triángulo. ¿Qué tipo de función representa?

c) Si la ecuación de la función cuya gráfica contiene el lado $\overline{MP}$ es $f(x) = mx + 6$ y la que contiene al lado $\overline{NP}$ es $g(x) = -4x + n$, halla las coordenadas del vértice P.



d) ¿Cuáles deben ser las coordenadas de un punto Q del IV cuadrante, para que el cuadrilátero MPNQ sea un rombo?

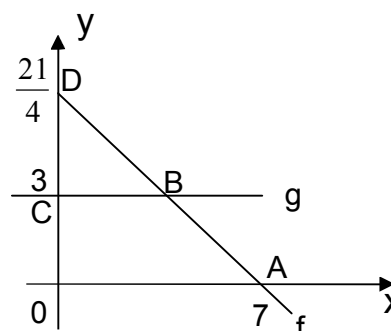
e) Calcula el área del rombo.

18. En la figura aparecen representadas la función lineal f, cuya gráfica corta a los ejes de coordenadas en A y D, y la función lineal g, que corta al eje “y” en C y a la gráfica de f, en el punto B.

a) Escribe las ecuaciones de las funciones lineales f y g.

b) Halla las coordenadas del punto B.

c) Calcula el área del cuadrilátero OABC,



donde O es el origen de coordenadas.

d) Si $\overline{AB} = 5u$, halla el perímetro del $\triangle DOA$.

LA FUNCIÓN LINEAL EN LA VIDA COTIDIANA

1) La tabla muestra la conversión de millas por hora a kilómetros por hora.

millas/h	10	20	30
km/h	16,1	32,2	48,3

a) ¿Representa esta correspondencia una función? Argumenta.

b) Escribe la ecuación que representa a dicha correspondencia.

c) Representala gráficamente la información de la tabla en un sistema de coordenadas.

d) ¿Qué nombre recibe este tipo de función lineal?

e) En un juego de béisbol, Pedro Luis Lazo realizó varios lanzamientos con una velocidad aproximada de 156 km/h. ¿Cuántas millas aproximadamente representa?

f) Si su lanzamiento de menor velocidad fue de 87 millas/h aproximadamente, ¿cuántos km/h aproximadamente tenía ese lanzamiento?

2) La siguiente tabla muestra la relación entre temperaturas en grados Celsius y su equivalente en grados Fahrenheit.

T(°C)	0	100
T(°F)	32	212

a) Escribe la ecuación que describe la correspondencia entre ambas magnitudes.

b) Representa en un sistema de coordenadas esta correspondencia.

c) Un avión se dispone a aterrizar en el aeropuerto “José Martí” y el piloto informa que la temperatura en ese momento era 35°C. Un turista inglés que viaja a bordo pregunta a la aeromoza a cuánto equivale en °F, que es como se da la temperatura en su país. ¿Qué temperatura le informará la aeromoza?

d) Un deportista cubano que compite en Inglaterra, se siente resfriado y acude al médico para comprobar su temperatura. El médico le informa que tiene 100,4°F. ¿Tendrá fiebre el deportista? Si la respuesta es afirmativa, diga qué temperatura tiene.

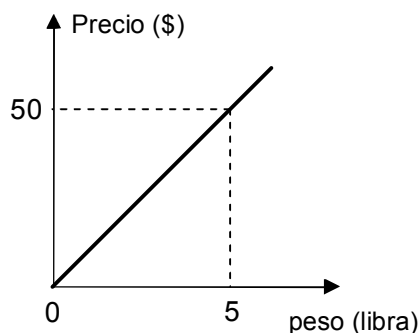
3) En una cafetería se vende queso crema a granel, por libra. La gráfica muestra la relación peso (p) – precio (P) de este producto.

a) ¿Cuál es el precio de una libra?

b) Escribe la ecuación que establece la relación entre ambas magnitudes.

c) Si una persona compra una libra y media y paga un billete de \$20,00, ¿cuánto dinero debe recibir de vuelto?

d) Si a una persona le cobraron por la cantidad de queso comprado \$55,00, ¿cuántos kilogramos compró?



4) El profesor de Matemática escribe un número real en la pizarra y pide a Reinier escribir al lado, el número que resulta de multiplicar por $-\frac{1}{2}$ dicho número y adicionar a ese resultado, 4.

a) ¿La correspondencia que se establece entre los números escritos por el profesor y los que escribe Reinier, es una función? Argumenta tu respuesta.

b) De ser una función, di qué tipo de función es.

c) Escribe la ecuación que representa la correspondencia anterior.

d) Representala gráficamente en un sistema de coordenadas.

e) ¿Qué número escribe Reinier, cuando el profesor escriba -4 ?

f) ¿Qué número escribió el profesor, si Reinier escribió el cero?

5) Una persona debe pagar \$5,00 fijo por el alquiler de una bicicleta en la playa, y \$0,40 por cada hora que la tenga alquilada.

a) Escribe la ecuación de la función que describe dicha situación.

b) Representa en un sistema de coordenadas la dependencia entre el tiempo, en horas, y el precio, en pesos, para las primeras 10 horas de alquiler.

- c) ¿Cuánto pagará una persona por alquilar una bicicleta cuatro horas y media?
- d) ¿Cuánto tiempo tuvo alquilada la bicicleta una persona que pagó \$8,28?
- e) Si el fin de semana se descuenta un 20%, del precio total a pagar por el uso de la bicicleta, ¿cuánto pagará una persona que alquile una bicicleta el domingo por 10 horas?

6) La gráfica muestra el proceso completo de llenado de una probeta, que contenía cierta cantidad de agua.

a) El volumen inicial del agua en la probeta era:

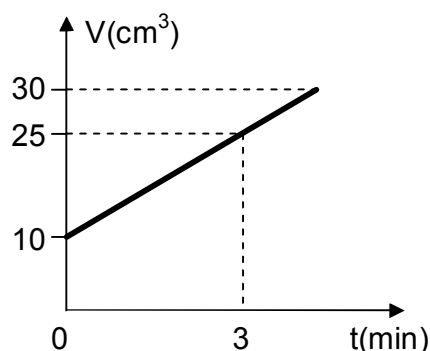
___ 25 cm^3 ___ 30 cm^3 ___ 10 cm^3 ___ 3 cm^3

b) Escribe la ecuación del proceso representado.

c) ¿Qué capacidad, en cm^3 , tiene la probeta?

d) ¿Qué cantidad de agua había en la probeta a los 30 segundos de iniciado el proceso de llenado?

e) ¿En qué tiempo se llenó la probeta?



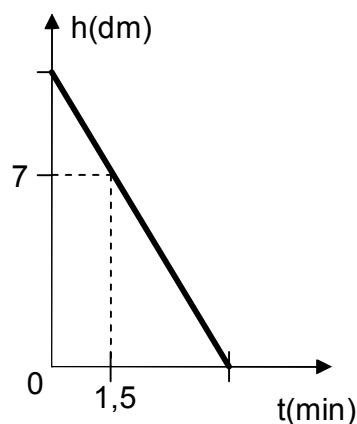
7) La gráfica muestra cómo varía la altura del agua en un recipiente, a partir de las 11:55 a.m.

a) Di si el recipiente se está llenando o vaciando. Argumenta tu respuesta.

b) Si la ecuación que describe el proceso representado es $h = -2t + n$, ¿cuál era la altura inicial del agua en el recipiente?

c) ¿A los cuántos minutos, de iniciado el proceso, la altura del agua en el recipiente era de 1 dm?

d) ¿A qué hora se vació completamente el recipiente?

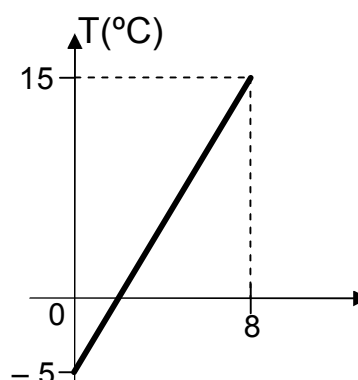


8) La gráfica muestra el proceso de calentamiento de una sustancia durante varias horas.

a) ¿Cuál fue la temperatura mínima alcanzada por la sustancia durante el proceso?

b) ¿Cuál fue la temperatura máxima alcanzada por la sustancia durante el proceso?

c) Escribe la ecuación que describe el proceso



de calentamiento?

d) ¿A las cuántas horas de iniciada la medición la temperatura de la sustancia fue de 0°C ?

e) ¿Durante cuánto tiempo estuvo ascendiendo la temperatura?

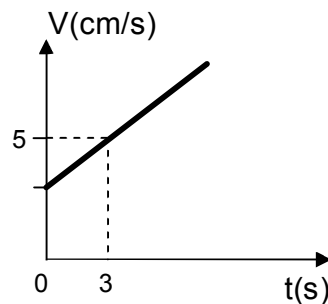
f) ¿Cuántos grados varió la temperatura durante el proceso de calentamiento?

9) En la gráfica se ha representado el resultado de una práctica de laboratorio, en la que se realizaron mediciones de la velocidad de un carrito que se desplazaba con movimiento acelerado por una superficie horizontal.

a) La ecuación que describe el proceso representado es:

___ $V = 3t + 5$ ___ $V = \frac{2}{3}t$

___ $V = \frac{2}{3}t + 5$ ___ $V = \frac{2}{3}t + 3$



b) ¿Qué velocidad tenía el carrito al iniciarse la medición?

c) ¿Qué velocidad tenía el carrito a los 9 segundos?

d) Si la última velocidad medida durante la práctica de laboratorio fue de 23 cm/s , ¿cuánto tiempo duró el proceso de medición?

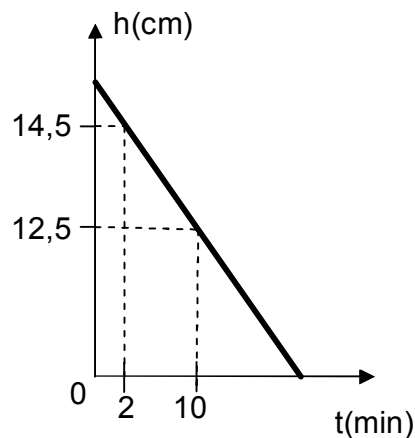
10) La gráfica muestra cómo varía la altura de una vela, ya usada, después de ser encendida.

a) ¿Qué altura tenía la vela al ser encendida?

b) ¿Al cabo de cuántos minutos la altura de la vela es de 5 cm ?

c) ¿Cuánto tiempo demoró la vela en apagarse completamente?

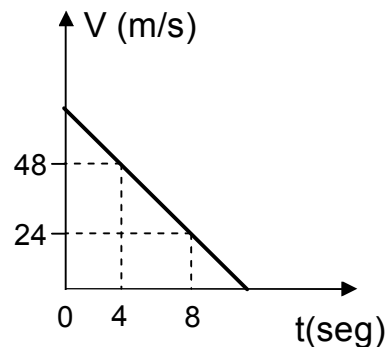
d) Si la altura que tenía la vela al encenderla representaba las tres cuartas partes de su altura original, entonces dicha altura era de:



___ 20 mm ___ 20 dm ___ 200 mm ___ $0,2 \text{ dm}$

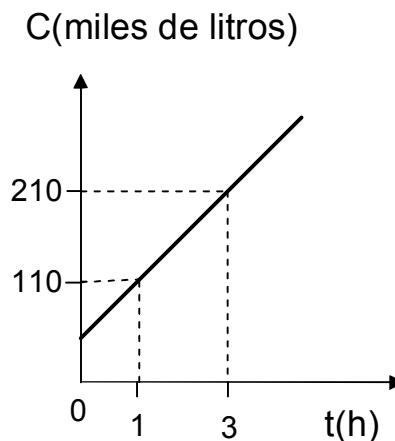
11) La figura muestra el gráfico de una función lineal, que describe la relación entre el tiempo y la velocidad de un móvil.

- Escribe la ecuación del proceso representado.
- ¿Qué velocidad tenía el móvil al iniciarse la medición?
- ¿A los cuántos segundos se detuvo el móvil?
- ¿Qué velocidad tenía el móvil a los 10 segundos?
- ¿A los cuántos segundos la velocidad del móvil era de 30m/s?



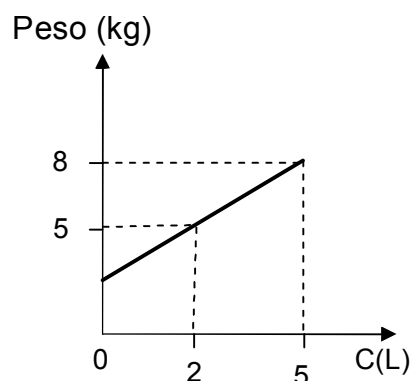
12) La gráfica representa la relación entre el tiempo (t), en horas, y la cantidad de agua (C), en miles de litros, que tiene una piscina desde el momento que se abren llaves para llenarla.

- ¿Qué cantidad de agua tenía la piscina cuando abrieron las llaves?
- Si se comienza a llenar a las 8:00 p.m., ¿qué cantidad de agua tendrá a la 1:00 a.m.?
- Si demoró 10 horas en llenarse a partir de que abrieron las llaves, ¿qué capacidad tiene la piscina?
- Si la piscina hubiese estado vacía, ¿qué tiempo hubiera demorado en llenarse?



13) La gráfica muestra la relación entre el peso (P), en kilogramos, de un recipiente y la cantidad de agua (C) que contiene, en litros.

- ¿Cuánto pesa el recipiente vacío?
- ¿Cuál es la capacidad del recipiente, si para lleno pesa 53 kg de agua?
- ¿Cuánto pesará el recipiente si contiene agua hasta las tres quintas partes de su capacidad?
- ¿Cuántos litros de agua tendrá el recipiente si su peso es de 3 400 g?



14) El profesor de 9no grado realiza el siguiente juego con dos de sus estudiantes:

- El profesor dice un número real en voz alta.

- Ana debe decir el número que ella obtiene al multiplicar dicho número por -3 , y sumarle 2 a continuación.

- Lázaro debe decir el número que obtiene al dividir por 2, el número dicho por su profesor, y restarle al resultado 5.

Llamaremos f y g , a las funciones lineales que asignan a cada número dicho por el profesor, el correspondiente dicho por Ana y Lázaro respectivamente.

a) Escribe las ecuaciones de las funciones lineales f y g .

b) ¿Qué número dice Ana, cuando el profesor dice $\frac{2}{3}$?

c) ¿Qué número dice Lázaro, cuando su profesor dice 0,5?

d) ¿Qué número dijo el profesor, si Ana dijo 2,6?

e) ¿Qué número dijo el profesor, si Lázaro dijo 0?

f) ¿Existe algún número real, que diga el profesor, para el que se cumpla que Ana diga el mismo número que Lázaro? Si la respuesta es afirmativa, halla dicho número y el número que dirán sus alumnos.

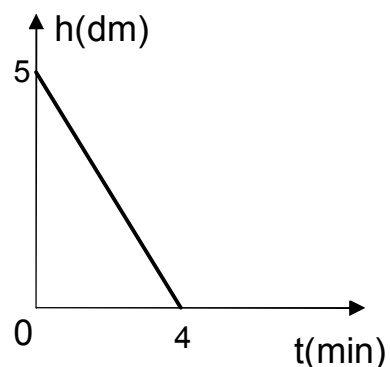
g) Representa gráficamente las funciones f y g y verifica el resultado obtenido en el inciso anterior.

15) Se tienen dos botellones de agua iguales y llenos. Para vaciarlos se abre la llave de cada uno, pero una llave más que la otra. La gráfica muestra cómo varía la altura en el proceso de vaciado del botellón **A**.

a) Escribe la ecuación de la función lineal que describe el proceso representado.

b) Si la ecuación que describe el proceso de vaciado del botellón **B** es $h = -\frac{5}{6}t + 5$, representa en el mismo gráfico dicho proceso.

c) ¿Cuál de las llaves, la de **A** o la de **B**, se abrió más?



Argumenta tu respuesta.

d) ¿Cuánto minutos más tarde se vació un botellón que el otro?

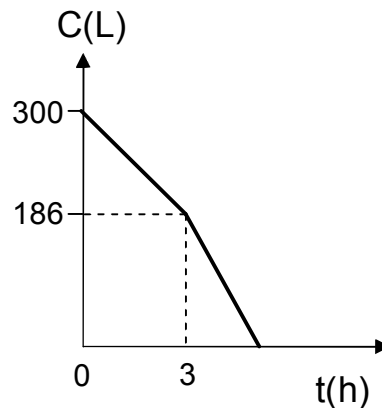
16) A las 9:20 a.m. comienza a vaciarse un tanque con agua para limpiarlo y pintarlo. La gráfica muestra la cantidad de agua (C), en litros, que van quedando en el tanque.

a) ¿Cuántos litros de agua contenía el tanque al iniciarse el proceso de vaciado?

b) ¿Cuántos litros de agua había perdido el tanque a las 3 horas?

c) Si la ecuación que describe el proceso de vaciado a partir de las 3 horas es $C = mt + 465$, ¿a qué hora se vació completamente el tanque?

d) Argumenta mediante cálculos, ¿en cuál de los tramos el agua del tanque disminuye más rápidamente?



17) Se tiene dos recipientes cilíndricos **A** y **B**, con igual altura, pero **A** con mayor capacidad que **B**. La figura muestra cómo varía la altura de cada uno, durante el proceso completo de llenado, por dos llaves que vierten igual cantidad de litros por minuto.

a) Identifica cuál de las gráficas corresponde al proceso de llenado del recipiente **A** y cuál a la del **B**.

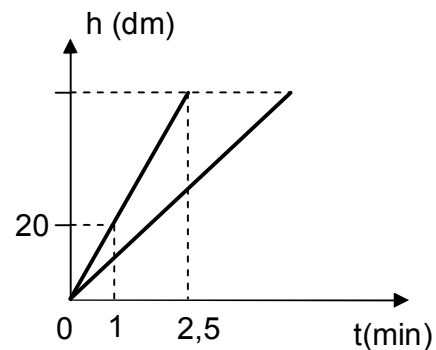
b) Escribe la ecuación que describe el proceso de llenado del recipiente **B**.

c) ¿Qué altura tienen ambos recipientes?

d) Si la ecuación que describe el proceso de llenado del recipiente **A** es $h = \frac{125}{8}t$, ¿cuánto tiempo demoró en llenarse?

e) La diferencia de tiempo entre el llenado de ambos recipientes fue de:

___ 7 seg. ___ 7 min. ___ 42 seg. ___ 70 min.

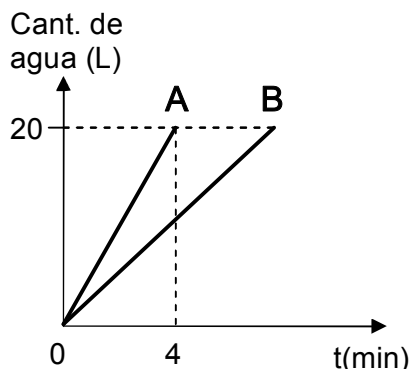


18) Se tienen dos recipientes iguales, **A** y **B**, vacíos completamente. Se comienzan a llenar, a las 8:45 a.m., por dos llaves que vierten diferente cantidad de litros de agua por minuto. La gráfica muestra el proceso de llenado de ambos recipientes.

a) ¿Qué recipiente, **A** o **B**, se llenó primero?
Argumenta tu respuesta.

b) La ecuación que describe el proceso de llenado del recipiente **A** es:

☐ $C = 5t$
☐ $C = 4t + 20$
☐ $C = 5t + 20$
☐ $C = \frac{1}{5}t$



c) ¿Qué capacidad, en litros, tienen ambos recipientes?

d) Si la ecuación que describe el proceso de llenado del recipiente **B** es $C = 4t$, ¿a qué hora se llenó completamente?

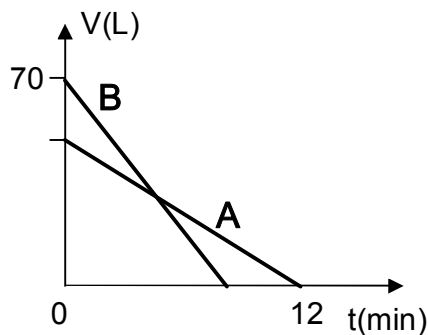
e) A los dos minutos y medio de estarse llenando, ¿cuál era la diferencia en la cantidad de litros de agua que tenían?

f) ¿Qué parte, de la capacidad del recipiente **B**, faltaba por llenar aún a las 8:49 a.m.?

19) Pedro se dispone a limpiar los dos tanques de agua que tiene en la casa en su lucha contra el mosquito *Aedes Aegypti*. Para extraer el agua que le queda a los tanques, abre sus llaves. La gráfica muestra el volumen de agua, en litros, que va quedando en los tanques durante el proceso de vaciado.

a) La ecuación que describe el proceso de vaciado del tanque **A** es:

☐ $V = -\frac{35}{6}t + 70$
☐ $V = 12t + 70$
☐ $V = -5t + 60$
☐ $V = -5t$



b) ¿Qué cantidad de agua tenía el recipiente **A**?

c) Si a los 4 minutos el recipiente **B** tenía 45 litros de agua, ¿cuánto tiempo demoró en vaciarse?

d) ¿A los cuántos minutos, de iniciarse el proceso de vaciado, los recipientes tenían la misma cantidad de agua? ¿Y cuántos litros tenían?

e) Si la cantidad de agua contenida en el recipiente **A** representaba el 80% de su capacidad, ¿cuál es dicha capacidad?

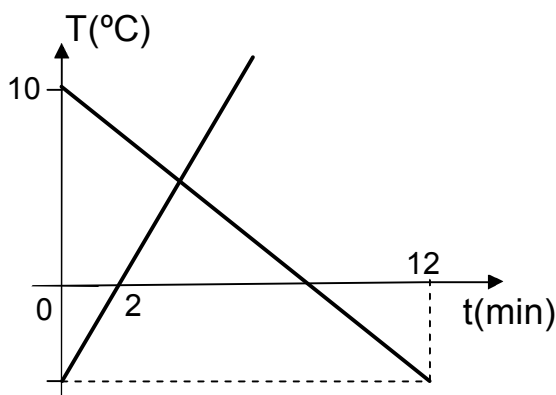
20) La gráfica muestra cómo varía la temperatura de dos sustancias **A** y **B**, durante varios minutos, a partir de las 10:00 a.m.

a) Identifica en la figura, con **A**, la representación gráfica de la sustancia que se calienta y con **B**, a la que se enfría

b) La ecuación que describe el proceso de calentamiento de la sustancia **A** es:

___ $T = \frac{5}{2}t + 2$ ___ $T = -5t + 2$

___ $T = \frac{5}{2}t - 5$ ___ $T = 2t - 5$



c) La temperatura inicial de la sustancia **B** fue ____.

d) ¿A qué hora la sustancia **B** alcanzó los 0°C de temperatura?

e) ¿A los cuántos minutos de iniciada la medición ambas sustancias alcanzaron la misma temperatura? ¿Y de cuánto fue?

21) Dos sustancias **A** y **B** tienen la misma temperatura. A las 2:45 a.m. se inicia un proceso de enfriamiento que se refleja en la figura.

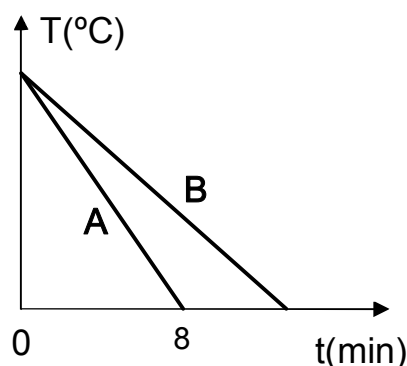
a) ¿Cuál de las dos sustancias se enfría más lentamente? Argumenta tu respuesta.

b) La ecuación que describe el proceso de enfriamiento de la sustancia **A** es:

___ $T = 5t + 40$ ___ $T = 8t + 40$

___ $T = -5t + 40$ ___ $T = -8t + 40$

c) La temperatura inicial de la sustancia **B** fue de ____.



d) Si a las 2:48 a.m. la sustancia **B** tenía 30°C de temperatura, escribe la ecuación de la función lineal que describe su proceso de enfriamiento.

e) ¿A qué hora la sustancia **B** alcanzó los 0°C de temperatura?

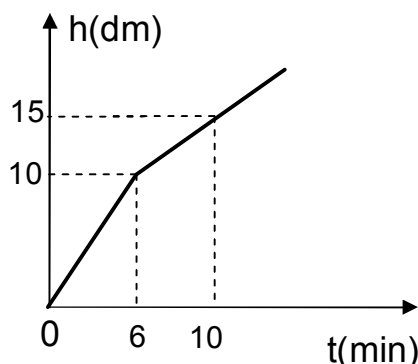
22) La gráfica de la figura muestra cómo varía la altura del agua en un tanque que se estaba llenando.

a) ¿En qué tramo la presión del agua es menor?

b) La ecuación que describe el proceso de llenado durante los primeros 6 minutos es:

___ $h = \frac{3}{5}t$ ___ $h = \frac{3}{5}t + 10$

___ $h = \frac{5}{3}t$ ___ $h = \frac{5}{3}t + 10$



c) ¿Qué altura alcanzaba el agua en el tanque a los 8 minutos de iniciado el proceso de llenado?

d) A partir de los 6 minutos la presión del agua no varió hasta llenarse completamente el tanque, cuya altura era de 30 dm, ¿cuántos minutos en total duró el proceso de llenado?

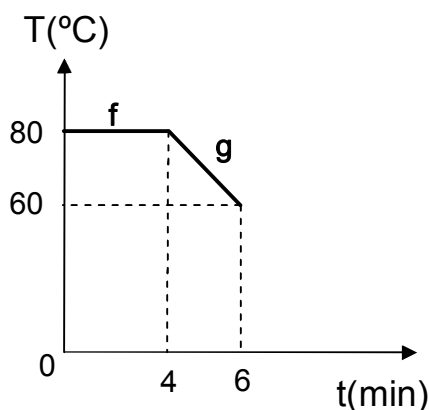
23) La gráfica muestra cómo varía la temperatura de una sustancia durante cierto tiempo.

a) Escribe la ecuación de f y de g.

b) ¿Qué temperatura tenía la sustancia a los 2 minutos?

c) ¿Durante cuánto tiempo mantuvo la misma temperatura?

d) ¿Entre los 4 y 6 minutos la sustancia se calienta o se enfría? Argumenta.

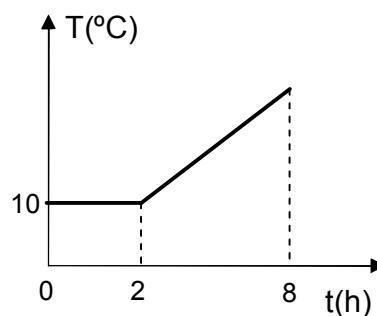


e) Si después de los 6 minutos la sustancia continúa con un comportamiento igual al que describe la función g, ¿a los cuántos minutos alcanzará una temperatura de 0°C?

24) La figura muestra cómo varía la temperatura de una sustancia durante 8 horas a partir de las 2:30 p.m.

a) ¿Qué temperatura tenía la sustancia a las 3:00 p.m.?

b) A partir de las 2 horas la temperatura comenzó a ascender, proceso que se describe a través de la ecuación función lineal $T = mt + 2$. ¿Qué temperatura tenía la sustancia a las 8 horas de estarse midiendo?



c) ¿A qué hora la temperatura de la sustancia alcanzó los 20°C ?

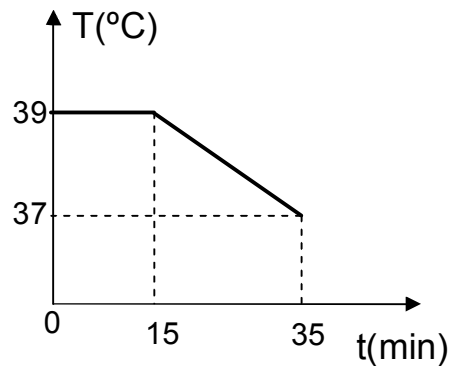
d) ¿Durante cuánto tiempo la temperatura estuvo ascendiendo?

25) La figura muestra cómo varió la temperatura de un paciente después de tomarse las pastillas para la fiebre, a las 11:35 a.m.

a) ¿Cuál era la temperatura del paciente al tomarse las pastillas?

b) ¿A qué hora le comenzó a hacer efecto la pastilla?

c) ¿A los cuántos minutos de comenzar el efecto de las pastillas la temperatura alcanzaba los 38°C ?



d) ¿Durante cuánto tiempo estuvo descendiendo la temperatura del paciente?

e) ¿Cuántos grados varió la temperatura del paciente durante los 35 minutos?

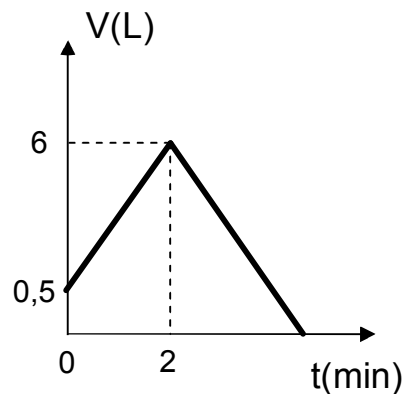
26) Un recipiente tiene dos llaves, una que permite la entrada del agua, y otra que permite su salida. El recipiente tiene cierta cantidad de agua y a la 1:45 p.m. se abre la llave que permite la entrada del agua, hasta que se llena. Inmediatamente se cierra esta llave y se abre la de salida. La gráfica muestra, aproximadamente, el proceso descrito.

a) Escribe la ecuación de la función que describe el proceso de llenado.

b) ¿Qué capacidad, en litros, tiene el recipiente?

c) ¿Durante cuánto tiempo se estuvo llenando?

d) Si la ecuación de la función que describe el proceso de vaciado es $V = -2t + n$, ¿a qué hora se vació completamente?



e) ¿Cuánto tiempo se demoró en vaciarse?

f) Si hubiese estado vacío, ¿cuánto tiempo, aproximadamente, hubiese demorado en llenarse?

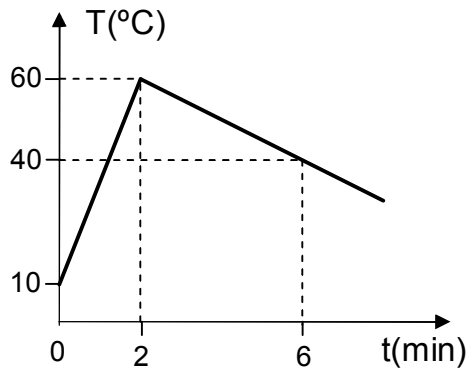
27) La gráfica muestra cómo varía la temperatura de una sustancia durante varios minutos.

27.1. Completa los espacios en blanco.

a) La temperatura inicial de la sustancia fue _____.

b) La mayor temperatura alcanzada fue _____.

c) La temperatura estuvo ascendiendo durante _____.



27.2. ¿A los cuántos minutos la sustancia alcanzó los 5°C ?

27.3. ¿Qué temperatura tenía la sustancia a los 2 minutos y 42 segundos de iniciada la medición?

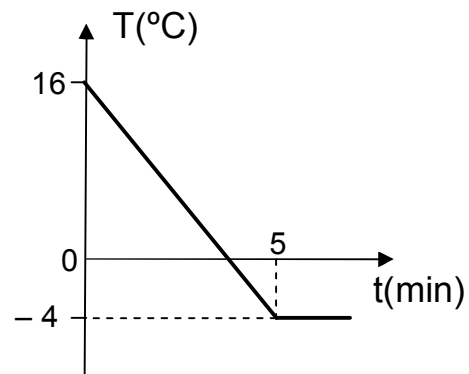
27.4. ¿Cuántos minutos transcurrieron para que la temperatura de la sustancia fuera 0°C ?

28) La siguiente gráfica muestra la variación de la temperatura dentro de un frigorífico minutos después de ponerse a funcionar.

a) ¿Qué temperatura había en el frigorífico al iniciarse su medición?

b) ¿Qué temperatura alcanzaba el frigorífico a los 2 minutos y 30 segundos de estarse midiendo?

c) ¿Qué temperatura alcanzaba a los 6 minutos?



d) ¿Durante cuánto tiempo estuvo descendiendo la temperatura?

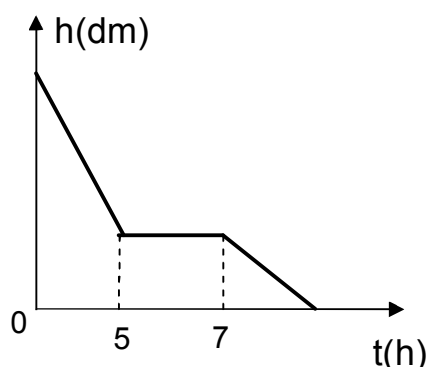
e) ¿A los cuántos minutos de estarse midiendo, la temperatura alcanzó los 0°C ?

29) La gráfica muestra cómo varía la altura del agua en un recipiente durante algunas horas. a partir de las 5:08 p.m.

a) Selecciona cuál de las siguientes ecuaciones refleja lo ocurrido durante las primeras 5 horas.

_____ $f(t) = \frac{14}{5}t + 20$ _____ $f(t) = -\frac{14}{5}t + 20$

_____ $f(t) = -\frac{14}{5}t - 20$ _____ $f(t) = \frac{14}{5}t - 20$



b) ¿Cuál era la altura inicial del agua en el recipiente?

c) ¿El recipiente se está llenando o vaciando durante las primeras 5 horas?

d) ¿Qué altura alcanzaba el agua a las 5 horas?

e) ¿A qué hora la altura del agua en el recipiente era de 15,8 dm?

f) Marca con una X la respuesta correcta. La altura del agua del recipiente no varió durante:

___ 2 minutos ___ 7 horas ___ 120 minutos ___ No se puede determinar

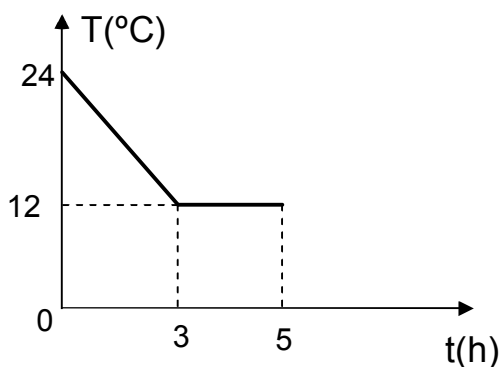
g) A partir de las 7 horas, la altura del agua disminuye según la función de ecuación $g(t) = -0,08t + 0,96$. ¿A qué hora se vació completamente el recipiente?

30) La gráfica muestra la variación aproximada de la temperatura en una ciudad durante varias horas.

a) Escribe la ecuación de la función que describe el comportamiento de la temperatura durante las 3 primeras horas.

b) ¿Qué ocurrió las 2 horas siguientes? Escribe la ecuación de dicho tramo.

c) ¿Qué temperatura había en la ciudad a las 2 horas de iniciarse la medición?



d) ¿Qué tiempo transcurrió para que la temperatura alcanzara los 21°C?

e) Si a partir de las 5 horas la temperatura tuvo un comportamiento igual al de la función de ecuación $g(t) = -2t + 22$, representa dicho tramo hasta que la temperatura alcanzó los 0°C .

31) Una máquina produce tapas de pomos pequeños que van cayendo en una caja que se cierra al llenarse. Al comenzar la producción del día, a las 8:00 a.m., la caja contenía cierta cantidad de tapas. La gráfica muestra la cantidad de tapas que se van almacenando en la caja durante el proceso.

a) ¿Cuántas tapas había en la caja al comenzar la jornada laboral ese día?

b) ¿Cuántas tapas había en la caja al transcurrir 4 horas de trabajo? ¿Y cuántas había producido, en esa jornada de trabajo, la máquina?

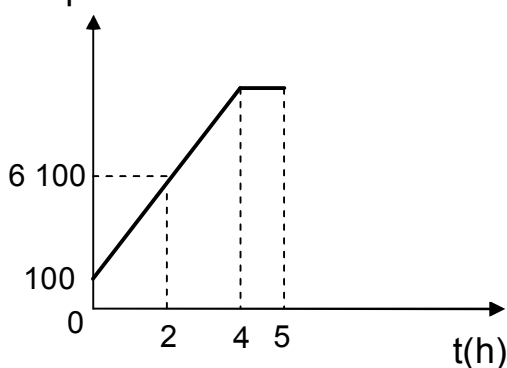
c) ¿A qué hora se detuvo la producción y durante cuánto tiempo?

d) Si el proceso de producción a partir de las 5 horas se puede describir a través de la función $g(t) = 2\,800t - 1\,900$, ¿cuántas tapas se tenían acumuladas al cabo de las 8 horas?

e) Representa en la gráfica el tramo que refleja la producción entre las 5 y las 8 horas.

f) Si se necesitan 4 200 tapas más para poder cerrar la caja, ¿cuántas horas más debe estar trabajando la máquina?

Tapas acumuladas



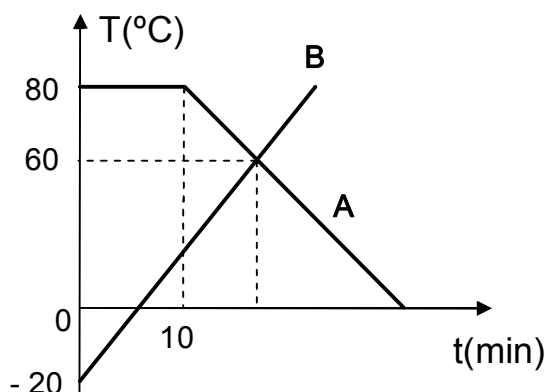
32) La gráfica muestra la variación de temperatura de dos sustancias **A** y **B** durante cierto tiempo a partir de las 9:45 a.m.

a) ¿Durante cuánto tiempo no varió la temperatura de la sustancia **A**?

b) Sea $f(t) = mt + 100$ la ecuación que representa el comportamiento de la temperatura de la sustancia **A** a partir de los 10 minutos, ¿a qué hora alcanzó los 0°C ?

c) ¿Cuál fue la temperatura inicial de la sustancia **B**?

d) ¿A los cuántos minutos de iniciada la medición ambas sustancias alcanzaron la misma temperatura?



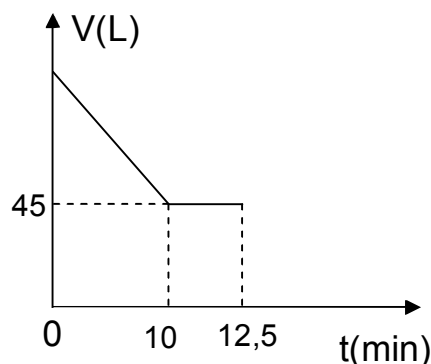
e) ¿Cuántos minutos antes que la sustancia **A**, alcanzó los 0°C la sustancia **B**?

33) La figura muestra la cantidad de agua, en litros, que va quedando en un tanque que estaba completamente lleno, durante varios minutos.

a) La ecuación que describe el proceso durante los 10 primeros minutos es:

___ $V = 10t + 45$ ___ $V = -\frac{1}{2}t + 50$

___ $V = -10t + 45$ ___ $V = \frac{1}{2}t + 50$



b) La capacidad del tanque es ____.

c) ¿Qué tanto por ciento de la cantidad total de agua que había en el tanque se extrae durante los 10 primeros minutos?

d) La cantidad de agua en el tanque no varió durante:

___ 12,5 min ___ 2 min y 5 seg ___ 2 min y 30 seg ___ 2 min y 50 seg

e) A partir de los 12 minutos y medio, se vuelve a extraer agua hasta vaciar el tanque completamente a los 21 minutos y medio. Escribe la ecuación de la función lineal que describe el proceso final de vaciado.

f) Representa en la gráfica la variación de la altura del agua después de los 12 minutos y medio.

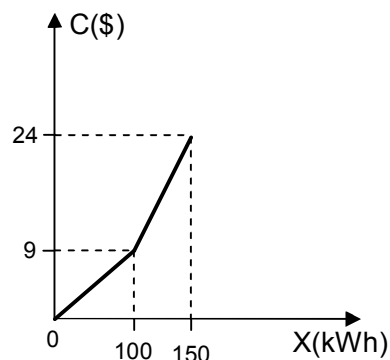
34) En el sistema de coordenadas rectangulares se ha representado la variación del costo del consumo eléctrico $C(\$)$ de una vivienda durante un mes según la tarifa actual del país, hasta 150 kWh.

a) ¿Cuánto cuesta cada uno de los 100 primeros kWh?

b) En el mes febrero en casa de Pedro consumieron 90 kWh, ¿cuánto dinero les costó el consumo eléctrico ese mes?

c) En el mes de julio se excedieron en el consumo y pagaron \$21,60. ¿Cuál fue el consumo durante ese mes?

d) ¿Cuánto cuesta cada kWh consumido entre 100 y 150?



e) Si a partir de 150 kWh y hasta 200 kWh , cada kilowatt cuesta \$0,40, representa en el mismo gráfico este tramo.

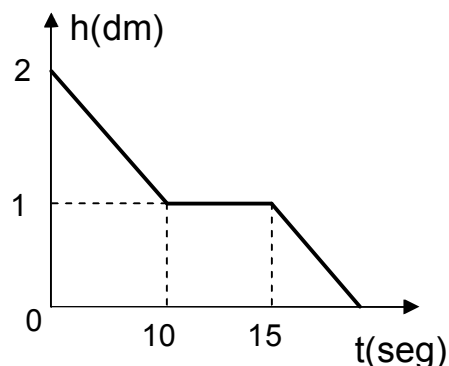
35) Una pelota se coloca en la punta de una canal lisa y comienza a rodar por ella. La figura muestra cómo varía la altura de la pelota durante el recorrido por la canal hasta llegar al suelo.

35.1. Completa los espacios en blanco:

a) La pelota se colocó inicialmente a una altura de _____ .

b) La altura de la pelota no varió durante _____ .

35.2. ¿Qué posición, con respecto al eje horizontal, tiene la canal después de los 10 segundos de recorrido de la pelota y hasta los 15 segundos?



35.3. Determina mediante cálculos, ¿a qué altura estaba la pelota a los 4 segundos?

35.4. Si la ecuación que describe el descenso de la pelota después de los 15 segundos es

$$h = -\frac{1}{5}t + 4, \text{ ¿cuánto tiempo demoró en llegar al suelo?}$$

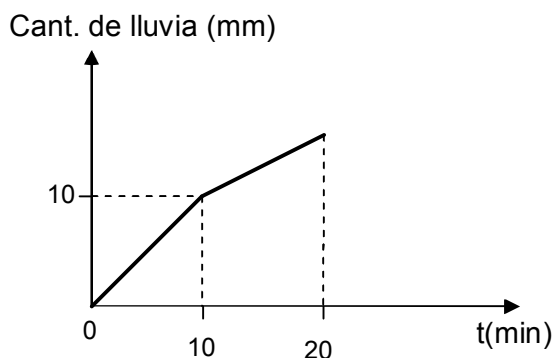
35.5. ¿En cuál de los dos tramos de descenso, la pelotita rodó más rápido? Argumenta tu respuesta?

36) La gráfica muestra la cantidad de lluvia caída, en milímetros, en una localidad, durante varios minutos.

a) ¿Qué cantidad de agua cayó durante los primeros 10 minutos?

b) Si a partir de los 10 minutos la intensidad de la lluvia varió, proceso que se describe a través de la ecuación $C = mt + 6$, ¿qué cantidad de lluvia se había registrado a los 20 minutos?

c) ¿En cuál de los tramos representados la intensidad de la lluvia fue menor? Argumenta tu respuesta.



d) Si a partir de los 20 minutos escampó durante 15 minutos, representa en la gráfica esta situación.

37) La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia durante 12 horas a partir de las 8:35 a.m.

a) ¿Cuál fue la temperatura inicial de la sustancia?

b) ¿Qué temperatura tenía a la hora y media?

c) Determina mediante cálculos, ¿a qué hora alcanzó los 0°C por primera vez la sustancia?

d) Marca con una X la respuesta correcta. La temperatura no varió durante:

___ 2 min ___ 30 min ___ 7200 seg ___ 120 seg

e) ¿A las cuántas horas, de iniciada la medición, la sustancia alcanzó la temperatura mínima y de cuánto fue?

f) ¿Durante cuánto tiempo estuvo descendiendo la temperatura?

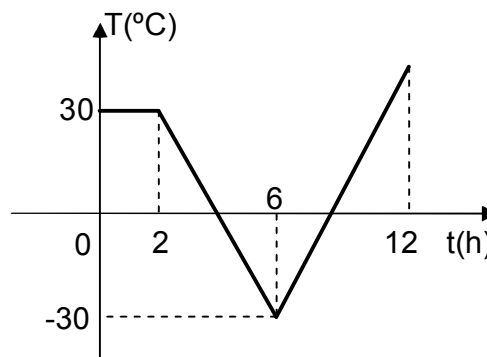
g) Selecciona la respuesta correcta. La ecuación que describe el proceso de ascenso de la temperatura es:

___ $T = -\frac{35}{3}t - 30$ ___ $T = \frac{35}{3}t - 30$ ___ $T = -\frac{35}{3}t - 100$ ___ $T = \frac{35}{3}t - 100$

h) ¿Durante cuánto tiempo estuvo ascendiendo la temperatura?

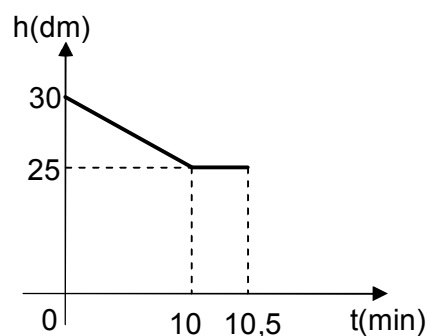
i) Calcula la temperatura máxima alcanzada por la sustancia.

j) ¿Cuántos grados varió la temperatura durante el proceso de medición?



38) La gráfica muestra el proceso de vaciado de una piscina que estaba llena de agua.

a) ¿Qué altura alcanza el agua de la piscina estando llena?



b) La ecuación que describe el proceso de vaciado durante los 10 primeros minutos es:

___ $h = 0,5t + 30$ ___ $h = -0,5t + 25$

___ $h = -0,5t + 30$ ___ $h = -25t + 30$

c) La altura del agua en la piscina no varió durante:

___ 30 seg ___ 5 seg ___ 5 min ___ 30 min

d) ¿A qué altura se encontraba el agua a los 4 minutos de iniciado el proceso de vaciado?

e) ¿A los cuántos minutos la altura del agua era 26 dm?

f) Si a partir de los 10 minutos y medio el proceso de vaciado se acelera, lo cual se describe a través de la ecuación $f(t) = -5t + 77,5$, ¿cuántos minutos, en total, demoró en vaciarse la piscina?

g) Representa gráficamente el proceso de vaciado a partir de los 10 minutos y medio.

39) La gráfica muestra cómo varía la temperatura en una ciudad durante varias horas a partir de las 8:30 a.m.

a) Si la ecuación que describe la variación de temperatura durante las 6 primeras horas es

$T = -\frac{10}{3}t + n$, ¿cuál fue la temperatura inicial registrada?

b) La temperatura no varió durante:

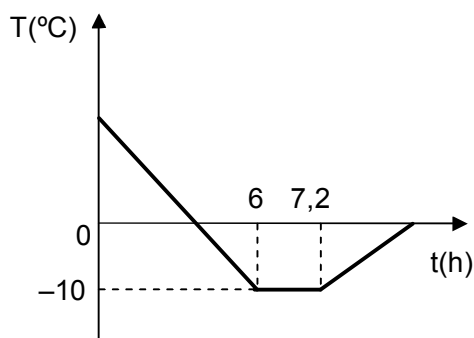
___ 1h y 2 min ___ 1h y 20 min

___ 1h y 12 min ___ 7h y 2 min

c) ¿A qué hora la temperatura alcanzó por primera vez los 0°C ?

d) ¿A las cuántas horas de iniciada la medición la temperatura en la ciudad era 5°C ?

e) Si el proceso de ascenso de la temperatura se describe a través de la ecuación $g(t) = mt - 55$, ¿a qué hora la temperatura alcanzó nuevamente los 0°C ?



40) La gráfica muestra la variación de la altura del agua en un recipiente, a partir de las 10:00 a.m.

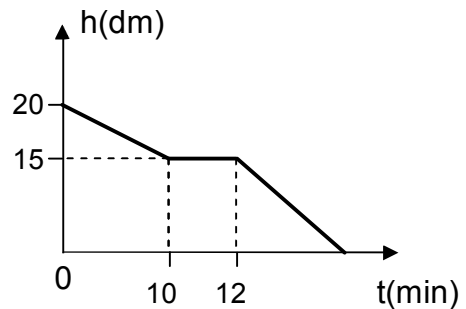
a) ¿Qué altura tenía el agua a las 10:04 a.m.?

b) La altura del agua no varió durante:

___ 2 h ___ 12 min ___ 2 seg ___ 120 seg

c) Si la ecuación que describe el proceso de vaciado después de las 12 horas es $h = mt + 30$, ¿a qué hora se vació el recipiente?

d) ¿A los cuántos minutos la altura del agua en el recipiente alcanzó los 50 cm?



41) Luis salió de la escuela a las 4:30 p.m. y antes de regresar a su casa quiso pasar a ver a un amigo del aula que está enfermo, estuvo un rato con él y luego regresó a su casa en la bicicleta. La gráfica muestra un aproximado del recorrido realizado.

a) ¿A qué distancia vive Luis de la escuela?

b) ¿A qué distancia se encuentra la escuela de la casa del amigo?

c) La ecuación que describe el recorrido hacia la casa del amigo es:

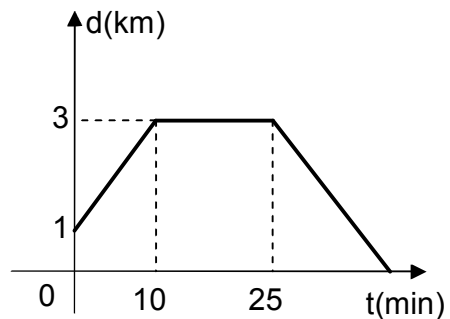
___ $d = 3t + 1$ ___ $d = 0,2t + 1$

___ $d = 0,2t + 3$ ___ $d = -0,2t + 1$

d) ¿Cuánto tiempo demoró Luis en ir de la escuela a la casa del amigo?

e) ¿Cuánto tiempo estuvo con él?

f) Si el trayecto de regreso a su casa se describe a través de la ecuación $d = mt + 8$, ¿a qué hora llegó Luis a la misma?



42) La gráfica muestra cómo varía la temperatura de una sustancia durante 10 horas, a partir de las 10 a.m.

a) ¿Cuál fue la temperatura inicial medida a la sustancia?

b) ¿Durante cuánto tiempo estuvo ascendiendo la temperatura?

c) ¿Cuántos grados varió la temperatura de la sustancia durante las primeras dos horas?

d) ¿A qué hora la temperatura alcanzó los 0°C , por primera vez?

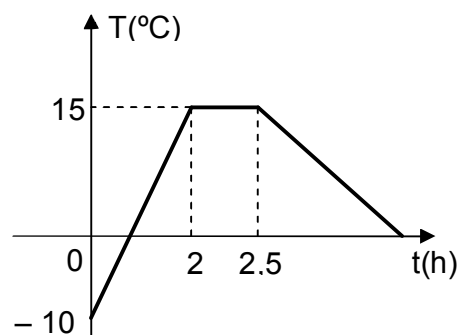
e) La temperatura de la sustancia no varió durante:

___ 30 horas ___ 5 min ___ 5 horas ___ 30 min

f) ¿A partir de las 2 horas y media la sustancia se calienta o se enfría? Argumenta.

g) ¿Durante cuánto tiempo estuvo descendiendo la temperatura?

h) ¿Qué temperatura tenía la sustancia a las 8 horas de comenzada la medición?



43) Ana vive a cierta distancia de la casa de Luis. Ambos se reúnen en casa de Ana y salen, a las 10:42 a.m., a ver a un compañero de aula para copiar una guía. Copian la guía y van hacia la casa de Luis, para resolverla juntos. La gráfica muestra el recorrido aproximado realizado desde que salieron de casa de Ana.

a) La ecuación que describe el recorrido aproximado hacia la casa del compañero de aula es:

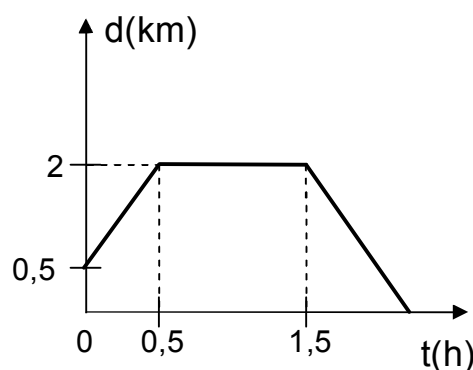
___ $d = 0,5t + 0,5$ ___ $d = 2t + 0,5$

___ $d = 3t + 0,5$ ___ $d = 0,5t + 2$

b) ¿A cuántos kilómetros vive Luis de Ana?

c) ¿Qué tiempo demoraron en llegar a casa del compañero?

d) ¿Cuánto tiempo estuvieron en su casa?



e) Si la ecuación que describe el tramo de regreso a casa de Luis es $d = mt + \frac{23}{4}$,
¿a qué hora llegaron?

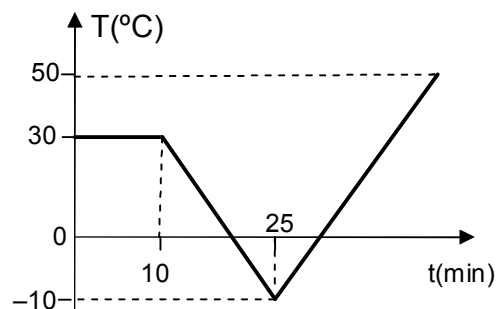
44) La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia, durante varios minutos, a partir de las 12:30 p.m.. La ecuación que describe la variación de la temperatura en uno de los tramos representados es $T = 4t + n$.

a) ¿Cuál fue la temperatura inicial de la sustancia?

b) ¿Durante cuánto tiempo no varió su temperatura?

c) ¿A los cuántos minutos, de iniciada la medición, su temperatura alcanzó por primera vez los 0°C ?

d) ¿A qué hora la sustancia alcanzó la temperatura máxima? ¿Y la mínima?



45) La gráfica muestra la variación de la temperatura de una sustancia durante varias horas a partir de las 10:40 a.m.

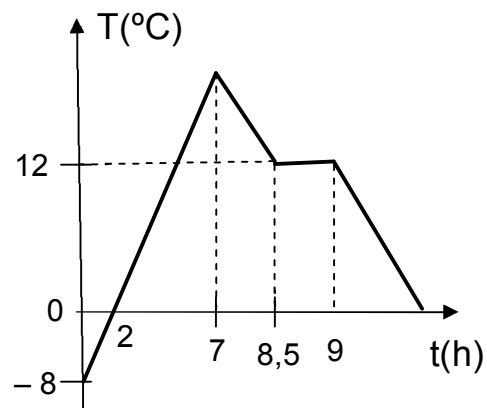
a) La temperatura mínima alcanzada por la sustancia fue:

___ 0°C ___ 8°C ___ -8°C ___ 2°C

b) La temperatura estuvo ascendiendo durante:

___ 2 h ___ 7 min ___ 420 min ___ 12 h

c) ¿Cuál fue la temperatura máxima alcanzada por la sustancia?



d) ¿Cuántos grados varió la temperatura de la sustancia durante las primeras 7 horas?

e) ¿Qué temperatura alcanzó la sustancia a las 12:40 p.m.?

f) La ecuación que describe el proceso de descenso de la temperatura a partir de las 7 horas es:

___ $T = -\frac{16}{3}t + 20$ ___ $T = -\frac{16}{3}t + \frac{172}{3}$ ___ $T = 8,5t + 20$ ___ $T = -8,5t + 20$

g) ¿Durante cuánto tiempo estuvo descendiendo la temperatura hasta su estabilización a las 8 horas y media?

h) La temperatura no varió durante:

___ 9 horas ___ 30 minutos ___ 1 hora y media ___ 30 segundos

i) Si la ecuación que describe la variación de la temperatura a partir de las 9 horas es $T = -6t + n$, ¿a qué hora alcanzó, por segunda vez, la sustancia los 0°C de temperatura?

46) Se tiene tres recipientes idénticos, **A**, **B** y **C**. Uno está lleno y se pone a vaciar, los otros dos se ponen a llenar, pero uno tiene agua y el otro está vacío. La gráfica muestra cómo varía la cantidad de agua (C), en litros, de cada recipiente durante los procesos descritos; a partir de las 2:15 p.m.

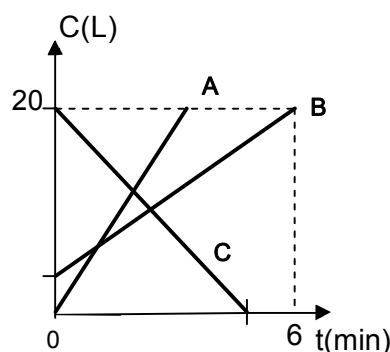
46.1. Marca con una X la respuesta correcta.

a) El recipiente que está vacío es:

___ **A** ___ **B** ___ **C** ___ No se puede determinar.

b) El recipiente que se está vaciando es:

___ **A** ___ **B** ___ **C** ___ No se puede determinar.



c) La ecuación que describe el proceso de llenado del recipiente **B** es:

___ $C = 5t$ ___ $C = 3t + 2$

___ $C = 5t + 2$ ___ $C = 3t$

46.2. Si el recipiente **A** se llenó en 4 minutos, escribe la ecuación de su proceso de llenado.

46.3. ¿A qué hora los recipientes **A** y **B** tuvieron igual cantidad de agua, y cuántos litros fueron?

46.4. Si a las 2:20 p.m. se vació completamente el recipiente, escribe la ecuación que describe su proceso de vaciado.

46.5. ¿Cuál de los recipientes tenía mayor cantidad de agua al minuto y medio de iniciarse los procesos representados, y cuántos litros tenía?

47) La gráfica muestra la variación de la temperatura de tres sustancias a partir de las 11:05 a.m.

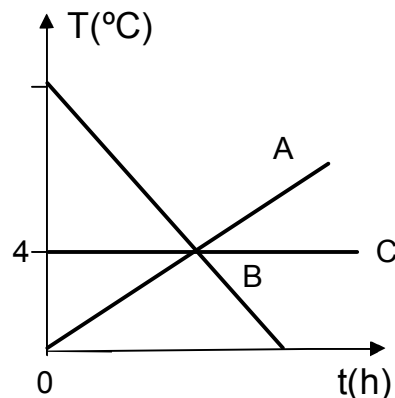
47.1. Marca con una X la respuesta correcta.

a) ¿Cuál de las tres sustancias se enfría?

☐ A ☐ B ☐ C ☐ No se puede determinar

b) ¿Cuál de las tres sustancias se calienta?

☐ A ☐ B ☐ C ☐ No se puede determinar



c) La ecuación de la función que describe el comportamiento de la sustancia B es:

☐ $T = t + 4$ ☐ $T = -\frac{5}{2}t + 10$ ☐ $T = 4t$ ☐ $T = -\frac{5}{2}t + 4$

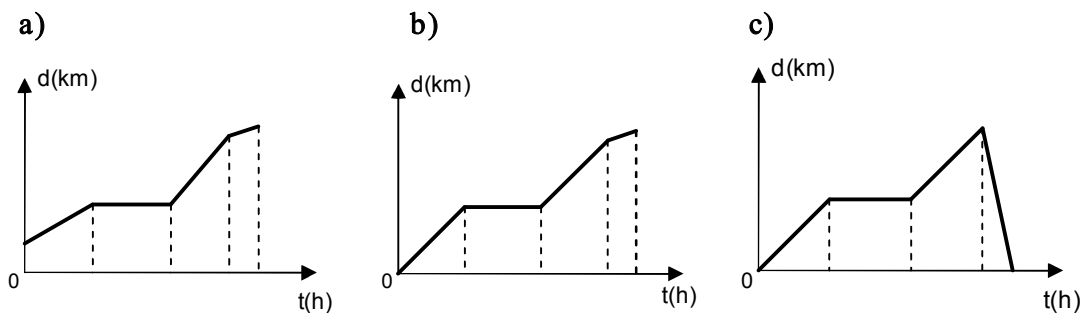
47.2. Escribe la ecuación que describe el comportamiento de la temperatura de las sustancias A y C.

47.3. ¿A qué hora las tres sustancias alcanzaron la misma temperatura?

47.4. ¿Cuánto tiempo demoró la sustancia B en alcanzar los 0°C de temperatura?

48. Leo sale de su casa en el auto y recorre 200 km en una hora. Luego se detiene durante dos horas para almorzar y reemprende el viaje. Recorre 300 km en dos horas y los últimos 50 km, los realiza en media hora.

48.1. Selecciona cuál de los siguientes gráficos se corresponde con la situación descrita.



48.2. Completa los espacios en blanco.

- a) El auto recorrió un total de _____.
- b) En llegar a su destino Leo demoró _____.
- c) El tramo donde alcanzó mayor velocidad fue el _____.
- d) Si Leo salió de su casa a las 2:40 p.m., llegó a su destino a las _____.

48.3. Escribe la ecuación que describe el recorrido del auto entre las 3 horas y las 5 horas.

49. Una persona en su motocicleta recorre 30 km en 10 minutos, pero entra en una parte de la carretera que está en mal estado, y recorre esos 20 km en 15 minutos. En el último tramo vuelve a acelerar y recorre los 40 km restantes en 15 minutos.

- a) Representa en una gráfica la distancia recorrida (d), en kilómetros, respecto al tiempo (t) empleado, en minutos.
- b) ¿Cuántos kilómetros en total recorrió?
- c) ¿Cuánto tiempo demoró en el recorrido?
- d) ¿En cuál de los tramos, primero o tercero, el motociclista alcanzó mayor velocidad? Argumenta tu respuesta.
- e) ¿Cuántos kilómetros había recorrido al cabo de 13 minutos?
- f) ¿En cuántos minutos había recorrido 58 km?

50. Luis va a casa de su amigo, que vive en la otra cuadra, a resolver la tarea. Al salir de su casa camina 8 metros en 20 segundos y se detiene 5 segundos, para atarse un cordón del zapato. Sigue caminando y recorre 20 metros en 30 segundos, hasta llegar a casa del amigo.

- a) Representa la situación anterior en una gráfica, donde (d) es la distancia recorrida, en metros, y (t) el tiempo empleado para recorrerlos, en segundos.
- b) ¿A qué distancia vive Luis de su amigo?
- c) ¿Qué tiempo demoró en llegar?
- d) ¿En qué tramo hizo el recorrido más rápido, antes o después de atarse el cordón?
- e) De no haberse detenido y manteniendo el paso inicial, ¿qué tiempo hubiese demorado en hacer el recorrido?
- f) ¿A los 31 segundos de haber salido de su casa, ¿cuántos metros le faltaban para llegar a casa del amigo?

Capítulo 4 Geometría Plana

1) En la figura:

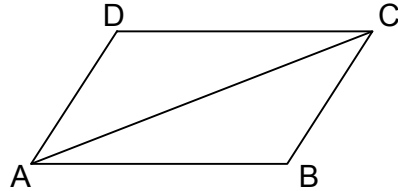
- ABCD paralelogramo

- $\overline{AC}$ diagonal.

a) Probar que $\triangle ABC = \triangle ADC$.

b) Si el $\angle B = 110^\circ$ y $\angle BAC = 30^\circ$, calcula la amplitud del $\angle BAD$ y del $\angle DAC$.

c) Si el $P(\triangle ABC) = 11 \text{ cm}$ y el $P(ABCD) = 12 \text{ cm}$, halla la longitud de $\overline{AC}$.



2) En la figura:

- $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ se cortan en O,

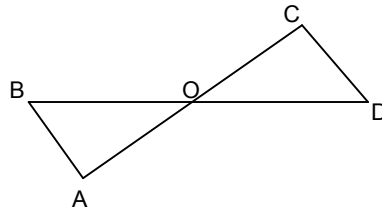
- O es punto medio de $\overline{AC}$,

- $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.

a) Probar que $\triangle AOB = \triangle COD$.

b) Si el $A(\triangle AOB) = 15 \text{ cm}^2$, halla el área de la figura.

c) Si el $\angle AOD = 140^\circ$ y $\angle D = 50^\circ$, clasifica el $\triangle AOB$.



3) En el $\triangle ABC$:

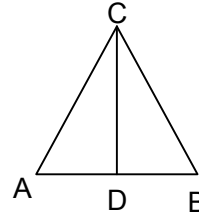
- $\overline{CD}$ altura relativa a $\overline{AB}$,

- $\overline{AB} = 2 \overline{AD}$.

a) Probar que $\triangle ACD = \triangle CDB$.

b) Clasifica el $\triangle ABC$ según sus lados.

c) Si el $A(\triangle ABC) = 18 \text{ m}^2$ y $\overline{AD} = 600 \text{ cm}$, calcula $\overline{CD}$.



4) En la figura:

- $\overline{EG}$ y $\overline{HF}$ se cortan en O,

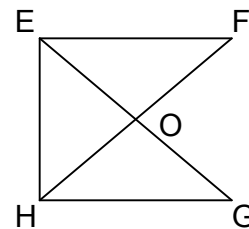
- O es punto medio de $\overline{EG}$,

- $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$.

a) Prueba que $\overline{EF} = \overline{HG}$.

b) Si el $A(\triangle EFOGH) = 30 \text{ dm}^2$, y el $A(\triangle EOH) = 6,0 \text{ dm}^2$, calcula el $A(\triangle HOG)$.

c) Si el $\angle EOF = 30^\circ$ y el $\angle EFO = 65^\circ$, calcula el $\angle G$.



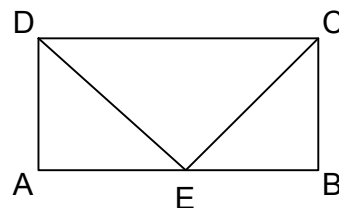
5) En la figura:

- ABCD rectángulo,

- E es el punto medio de $\overline{AB}$.

a) Probar que $\triangle ADE = \triangle CBE$.

b) Si el $A(ABCD) = 50 \text{ m}^2$ y $\overline{AB} = 100 \text{ dm}$,



calcula el $A(\triangle DEC)$ y el $P(ABCD)$.

c) Clasifica el $\triangle ADE$ según la longitud de sus lados.

6) En el paralelogramo $MNPQ$:

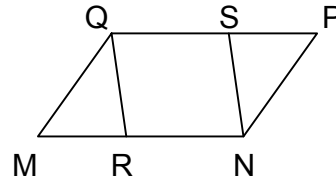
- S punto de $\overline{QP}$ y R punto $\overline{MN}$,

- $\angle MRQ = \angle PSN$.

a) Prueba que $\overline{QR} = \overline{NS}$.

b) Si el $A(\triangle MRQ) = 8,2 \text{ cm}^2$ y el $A(MNPQ) = 25 \text{ cm}^2$, calcula el $A(QRNS)$.

c) Si el $\angle SNR = 72^\circ$ y el $\angle MQR = 28^\circ$, halla los ángulos interiores de $MNPQ$.



7) En el trapecio isósceles $ABCD$:

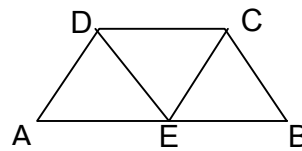
- E punto de la base $\overline{AB}$,

- $\angle AED = \angle CEB$.

a) Probar que $\triangle ADE = \triangle CBE$.

b) Si $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{DC} = 8,0 \text{ cm}$ y la distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ es de 42 mm , calcula el $A(ABCD)$ y el $A(\triangle DEC)$.

c) Si el $P(ABCD) = 26,6 \text{ cm}$, halla la longitud de $\overline{BC}$.



8) En la figura:

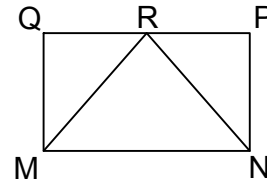
- $MNPQ$ rectángulo,

- R punto de $\overline{QP}$ y $\angle QRM = \angle PRN$.

a) Probar que $\overline{PQ} = 2 \overline{QR}$.

b) Si el $\angle QMR = 33,7^\circ$, calcula el $\angle MRN$.

c) Si $\overline{MN} = 20 \text{ m}$ y $A(MNPQ) = 300 \text{ m}^2$, calcula el $P(MNPQ)$ y el $A(\triangle MRN)$.



9) En la figura:

- $\angle ABC = \angle ACB$,

- D, B, C y E puntos alineados,

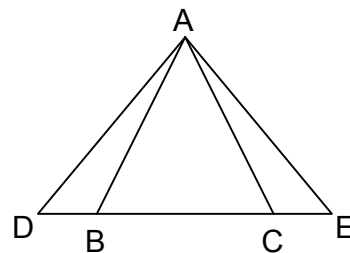
- $\overline{DB} = \overline{EC}$.

a) Prueba que el $\triangle ADE$ es isósceles de base $\overline{DE}$.

b) Si el $A(\triangle ADE) = 60 \text{ cm}^2$, $\overline{DE} = 1,0 \text{ dm}$ y

$\overline{BC} = 5,0 \text{ cm}$, calcula el $A(\triangle ADB)$.

c) Si el $\angle DAE = 45,2^\circ$ y el $\angle ABC = 75,4^\circ$, calcula el $\angle DAB$.



10) En el paralelogramo $ABCD$:

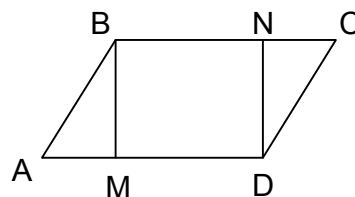
- M y N puntos de $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente,

- $\overline{AM} = \overline{NC}$.

a) Probar que $\triangle AMB = \triangle NCD$.

b) Prueba que $BMDN$ es un paralelogramo.

c) Si el $P(ABCD) = 24 \text{ dm}$, $\overline{AB} = 0,5 \text{ m}$ y $MDNB$ es



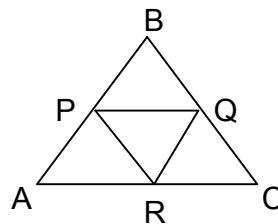
un cuadrado de 16 dm^2 de área, calcula el $A(\text{ABCD})$.

11) En el $\triangle ABC$:

- P, Q y R puntos de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ respectivamente,
- $\triangle PQR$ isósceles de base $\overline{PQ}$,
- $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ y
- $\angle A = \angle C$.

a) Probar que $\triangle APR = \triangle RQC$.

b) Si $\overline{AR} = \overline{PQ}$ y el $A(\triangle CQP) = 18 \text{ dm}^2$, calcula el área del $\triangle APR$.



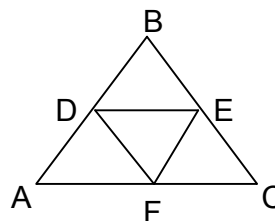
12) En la figura:

- $\triangle ABC$ equilátero,
- F punto de $\overline{AC}$ tal que $\frac{\overline{AC}}{\overline{AF}} = 2$ y
- $\overline{DE}$ paralela media del $\triangle ABC$.

a) Probar que $\triangle ADF = \triangle FEC$.

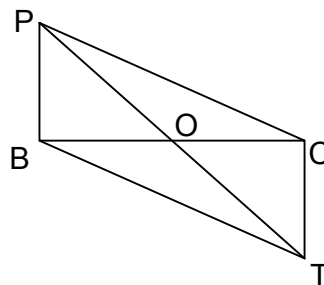
b) Calcula la amplitud del $\angle FDE$.

c) Si el $P(\triangle ABC) = 12 \text{ cm}$, halla la razón entre el perímetro del $\triangle ABC$ y el del $\triangle EDF$.



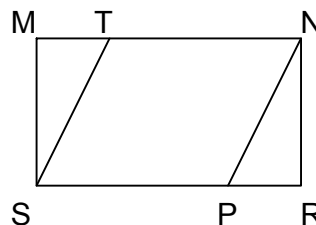
13) En la figura:

- O punto de intersección de las diagonales del cuadrilátero PBTC,
 - $\overline{PT} = 2 \overline{OP}$,
 - $\overline{PB} \perp \overline{BC}$ y $\angle BCT = 90^\circ$.
- a) Probar que $\triangle BOP = \triangle OCT$.
- b) Demuestra que BTCP es un paralelogramo.
- c) Prueba que $A(\triangle BOP) = A(\triangle OCP)$.
- d) Si el $A(\triangle BOP) = 12 \text{ m}^2$, calcula el área de BTCP.



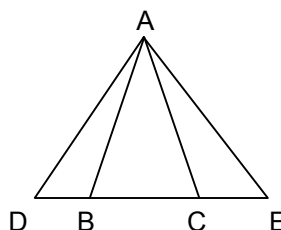
14) En el rectángulo MNRS:

- T punto de $\overline{MN}$ y P punto de $\overline{SR}$,
 - $\angle MTS = \angle NPR$.
- a) Probar que $\triangle SMT = \triangle PRN$.
- b) Demuestra que SPNT es un paralelogramo.
- c) Si el $A(\text{MNRS}) = 60 \text{ m}^2$, $\overline{SR} = 10 \text{ m}$ y $\overline{MT} = 4,5 \text{ m}$, calcula el área de SPNT.



15) En el $\triangle ADE$:

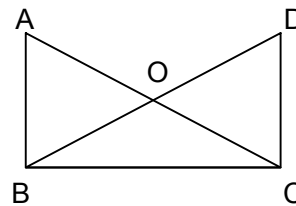
- B y C puntos de $\overline{DE}$,
 - $\overline{DC} = \overline{BE}$,
 - $\angle ABC = \angle ACB$.
- a) Probar que $\angle DAB = \angle CAE$.



b) Si $\overline{DB} = 3,0$ cm y la distancia de A hasta $\overline{DE}$ es de 8,0 cm, calcula el área del $\triangle ACE$.

16) En la figura:

- $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{AC} \cap \overline{BD} = \{O\}$,
- $\angle DCB = 90^\circ$,
- $\angle DBC = \angle ACB$.



a) Probar que $\triangle AOB = \triangle COD$.

b) Prueba que ABCD es un rectángulo.

c) Si el $A(ABCD) = 18 \text{ cm}^2$ y $\overline{AB} = 0,3$ dm, calcula el $A(\triangle BOC)$.

17) En el cuadrado ABCD:

- E y F puntos de $\overline{DC}$,
- $\overline{DE} = \overline{FC}$,
- G punto de intersección de $\overline{EB}$ y $\overline{AF}$.

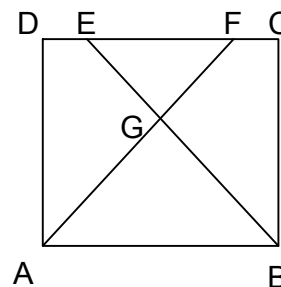
a) Prueba que $\overline{AF} = \overline{BE}$.

b) Prueba que el $\triangle AGB$ es isósceles de base $\overline{AB}$.

c) Si el $A(ABCD) = 100 \text{ m}^2$ y $\overline{DF} = \frac{3}{5} \overline{BC}$,

calcula el $A(\triangle AFC)$.

d) Si el $\angle GAB = 59^\circ$, calcula $\angle EGA$ y $\angle DEG$.

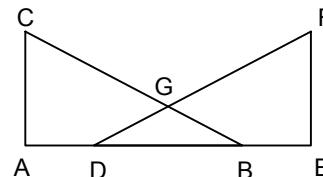


18) En la figura:

- A, D, B y E puntos alineados,
- $\overline{CA} \perp \overline{AE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$,
- $\angle C = \angle F$,
- $\angle FED = 90^\circ$
- G punto de intersección de $\overline{CB}$ y $\overline{DF}$.

a) Probar que $\triangle ABC = \triangle DEF$.

b) Sabiendo que $\overline{DF} \perp \overline{CB}$ y $\overline{FE} = 4,6$ cm, calcula el área del $\triangle ABC$.



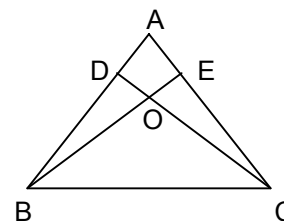
19) En la figura:

- $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{DA} = \overline{AE}$,
- O punto de intersección de $\overline{BE}$ y $\overline{DC}$,
- D y E puntos de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ respectivamente.

a) Probar que $\overline{CD} = \overline{BE}$.

b) Probar que el $\triangle BOC$ es isósceles de base $\overline{BC}$.

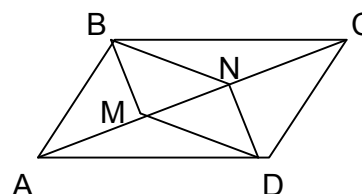
c) Si el $\angle A = 70^\circ$ y el $\angle BOC = 120^\circ$, calcula el $\angle DBO$.



20) En la figura:

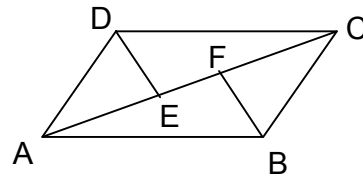
- ABCD paralelogramo,
- $\overline{AM} = \overline{CN}$,
- M y N puntos de la diagonal $\overline{AC}$.

a) Probar que MDNB es un paralelogramo.



b) Si el $A(\triangle ADC) = 80 \text{ dm}^2$, $\overline{AC} = 10 \text{ dm}$ y $\overline{MN} = \overline{AM} + \overline{NC}$, halla el $A(\text{MDNB})$.

21) En el paralelogramo ABCD, $\overline{DE}$ y $\overline{BF}$ distancias desde D y B a $\overline{AC}$ respectivamente.



a) Probar que $\overline{DE} = \overline{BF}$.

b) Prueba que DFBE es un paralelogramo.

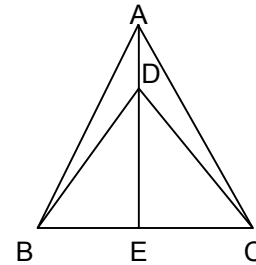
c) Si el $P(\text{ABCD}) = 70 \text{ cm}$ y $\overline{AC} = 25 \text{ cm}$, calcula el $P(\triangle ABC)$.

22) En la figura:

- $\overline{AB} = \overline{AC}$,

- E punto de $\overline{BC}$, D punto de $\overline{AE}$,

- $\angle DBC = \angle DCB$.



a) Prueba que $\overline{AE}$ es altura del $\triangle ABC$ relativa a $\overline{BC}$.

b) Si el $\angle BAC = 73,8^\circ$ y el $\angle BDC = 96,8^\circ$, calcula $\angle ABD$.

c) Si el $A(\triangle ABC) = 27 \text{ m}^2$ y $\overline{DE} = 2 \overline{AD}$, halla el área del $\triangle BDC$.

23) En el paralelogramo ABCD,

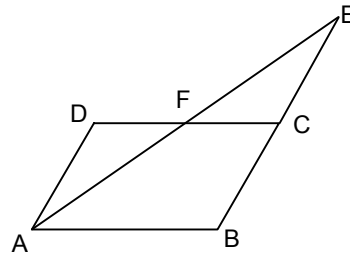
$\overline{AE}$ corta a $\overline{DC}$ en su punto medio F,

- B, C y E puntos alineados.

a) Prueba que $\overline{AD} = \overline{CE}$.

b) Prueba que C es punto medio de $\overline{BE}$.

c) Prueba que el $A(\text{ABCD}) = A(\triangle ABE)$.



24) En la figura:

- ABCD cuadrado,

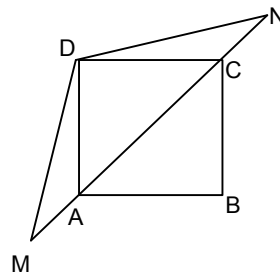
- $\triangle MDN$ isósceles de base $\overline{MN}$,

- A y C puntos de $\overline{MN}$.

a) Prueba que $\triangle MDA = \triangle DCN$.

b) Si el $A(\triangle MDA) = 4,0 \text{ cm}^2$ y $\overline{AB} = 0,03 \text{ m}$, calcula el área del $\triangle MDN$.

c) Halla la amplitud del $\angle M$, si $\angle MDA = 20^\circ$.



25) En la figura:

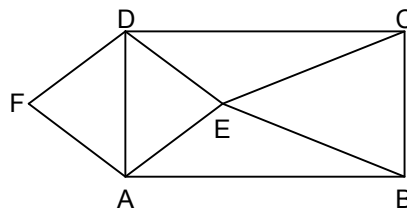
- ABCD rectángulo,

- AEDF cuadrado.

a) Prueba que el $\triangle BEC$ es isósceles de base $\overline{BC}$.

b) Si $\overline{AD} = 3,0 \text{ cm}$ y $\overline{DC} = 12 \text{ cm}$, calcula $A(\triangle DEA) + A(\triangle CEB)$.

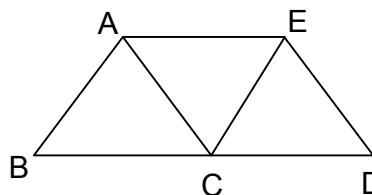
c) Si el $\angle BEC = 60^\circ$, halla el $\angle DEC$.



26) En la figura:

- C punto medio de $\overline{BD}$,
- $\triangle ACE$ isósceles de base $\overline{AE}$,
- $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$.

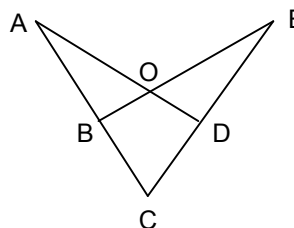
- Probar que ABDE es un trapecio isósceles.
- Si el $\angle B = 2x + 10^\circ$ y $\angle BAE = 5x - 40^\circ$, calcula la amplitud de los ángulos interiores del trapecio.



27) En la figura:

- $\overline{AB} = \overline{ED}$,
- $\overline{BC} = \overline{DC}$,
- O punto de intersección de $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$
- A, B, C y C, D, E puntos alineados.

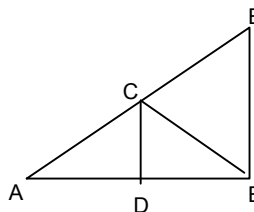
- Probar que $\overline{AD} = \overline{BE}$.
- Probar que $\overline{BO} = \overline{OD}$.
- Si el área de la figura es de 19 m^2 y el $A(\triangle ACD) = 12 \text{ m}^2$, calcula el área de BCDO.



28) En la figura:

- $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$,
- $\overline{BC}$ mediana relativa a $\overline{AE}$ en el $\triangle ABE$,
- $\angle E = \angle EBC$.

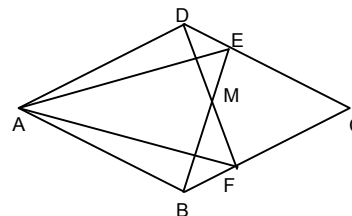
- Probar que $\triangle ACD = \triangle DCB$.
- Si el $A(\triangle ABE) = 24 \text{ m}^2$, $\overline{EB} \perp \overline{AB}$ y $\overline{BE} = 8,0 \text{ m}$, calcula el área del $\triangle CBE$.
- Si el $\angle E = \frac{2}{3} \angle A$, halla la amplitud del $\angle E$ y la del $\angle A$.



29) En la figura, ABCD rombo,

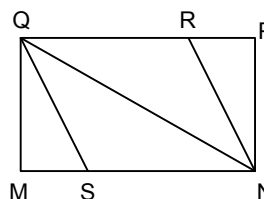
- E y F puntos de $\overline{DC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente,
- $\triangle AFE$ isósceles de base $\overline{EF}$,
- $\angle DAE = \angle FAB$.
- M punto de intersección de $\overline{BE}$ y $\overline{DF}$.

- Demuestra que $\overline{DF} = \overline{BE}$.
- Si A, M y C son puntos alineados, $A(ABCD) = 36 \text{ m}^2$, $\overline{AC} = 120 \text{ dm}$ y $\overline{AM} = 7,0 \text{ m}$, calcula el área del $\triangle AMD$.



30) En el rectángulo MNPQ,

- $\overline{QS}$ y $\overline{NR}$ bisectrices de los ángulos MQN y PNQ respectivamente
 - R y S puntos de $\overline{QP}$ y $\overline{MN}$ respectivamente.
- Probar que $\triangle MQS = \triangle RPN$.



b) Probar que $\triangle NQS = \triangle RNQ$.

c) Si el área de MNPQ es 85 cm^2 , $\overline{MN} = 10 \text{ cm}$ y $\overline{RP} = 0,03 \text{ m}$, halla el área de SNRQ.

31) En la figura:

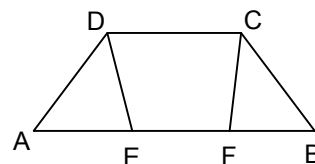
- ABCD y DEFC trapecios isósceles,

- E y F puntos de $\overline{AB}$.

a) Probar que $\overline{AE} = \overline{FB}$.

b) Si el $A(\text{DCFE}) = 10 \text{ cm}^2$, $\overline{AE} = 0,2 \text{ dm}$,

la altura del trapecio es igual a $2,0 \text{ cm}$ y $\overline{AD} = 2,3 \text{ cm}$, calcula el $P(\text{ABCD})$.



32) En la figura:

- $\triangle QRD$ y $\triangle QOD$ isósceles de

base común $\overline{QD}$,

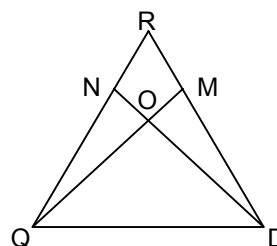
- N y M puntos de $\overline{QR}$ y $\overline{DR}$ respectivamente,

- O punto de intersección de $\overline{QM}$ y $\overline{DN}$.

a) Probar que $\overline{QN} = \overline{MD}$.

b) Probar que $\overline{NR} = \overline{RM}$.

c) Si el $P(\triangle QRD)$ excede en 8 cm al $P(\triangle QOD)$, demuestra que $\overline{RQ} - \overline{QO} = 4$.



33) En el rectángulo ABCD,

- $\overline{CE}$ bisectriz del $\angle DCA$,

- $\overline{AF}$ bisectriz del $\angle CAB$,

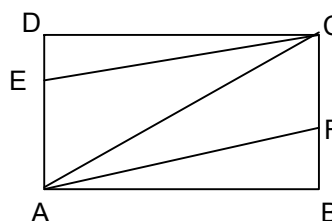
- E punto de $\overline{AD}$ y

- F punto de $\overline{BC}$.

a) Prueba que EAFC es un paralelogramo.

b) Si $\overline{ED} = 2,0 \text{ m}$, $\overline{AB} = 8,5 \text{ m}$ y el $A(\text{ABCD}) = 42,5 \text{ m}^2$, calcula el área de EAFC.

c) Si el $\angle DCA = 38^\circ$, halla el valor del $\angle AEC$.



34) En la figura:

- ABCD cuadrado, $\overline{ED} = \overline{CF}$,

- A, O, C y F ; B, O, D y E puntos alineados.

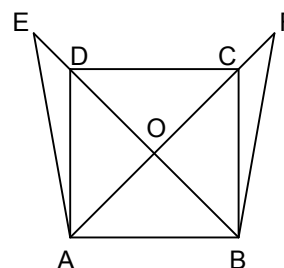
a) Probar que $\triangle AFB = \triangle AEB$.

b) Probar que $\triangle AOE = \triangle BOF$.

c) Probar que $\triangle ADE = \triangle BCF$.

d) Si el $A(\text{ABCD}) = 18 \text{ m}^2$ y $\overline{CF} = 2,0 \text{ m}$, calcula el $A(\triangle BOF)$ y el $A(\triangle BCF)$.

e) Si el $\angle E = 28^\circ$, calcula el $\angle EAD$.

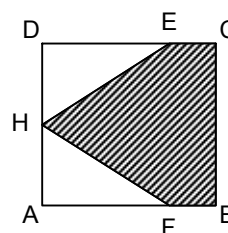


35) En el cuadrado ABCD:

- $\overline{AD} = 2 \overline{AH}$, $\overline{EC} = \overline{FB}$,

- E y F puntos de $\overline{DC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente.

a) Probar que $\angle DEH = \angle HFA$.

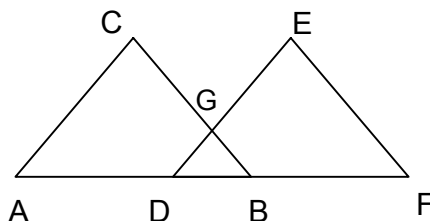


b) Si $\overline{BC} = 4,0 \text{ cm}$ y $\overline{FB} = \frac{1}{4} \overline{AB}$,

calcula el área rayada.

36) En la figura:

- $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$,
- $\overline{CB} \parallel \overline{EF}$,
- $\overline{AD} = \overline{BF}$
- A, D, B y F puntos alineados,
- $\overline{BC}$ y $\overline{DE}$ se cortan en G.

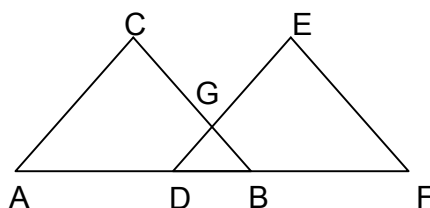


a) Prueba que $\overline{BC} = \overline{EF}$.

b) Si $\overline{AC} = 6,0 \text{ cm}$, $\overline{CB} = 8,0 \text{ cm}$, $\angle DGB = 90^\circ$ y el $A(\triangle GDB) = 6,0 \text{ cm}^2$, calcula el área del cuadrilátero GBFE.

37) En la figura:

- $\angle GDB = \angle GBD$,
- $\angle C = \angle E$,
- $\overline{CG} = \overline{GE}$
- $\overline{BC} \cap \overline{DE} = \{G\}$,
- D y B puntos de $\overline{AF}$.



a) Probar que $\overline{AB} = \overline{DF}$.

b) Probar que $\overline{AD} = \overline{BF}$.

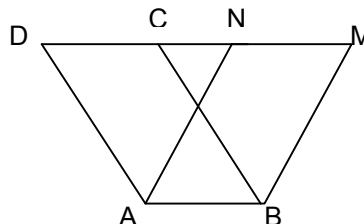
c) Si $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$, $\overline{CB} = 10 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ y $\overline{BG} = 4,0 \text{ cm}$, calcula el perímetro del $\triangle DBG$.

38) En la figura:

- ABCD y ABMN paralelogramos,
- D, C, M y N puntos alineados.

a) Prueba que $\triangle DAN = \triangle CBM$.

b) Si $\overline{AB} = 2,0 \text{ dm}$, $\overline{CN} = 0,3 \text{ dm}$ y el $A(\triangle CBM) = 6,9 \text{ dm}^2$, calcula el área de ABMD.



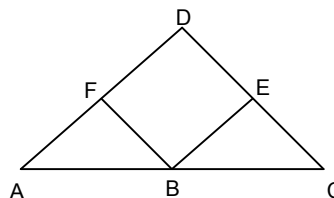
39) En la figura:

- $\triangle ADC$ isósceles y rectángulo en D,
- B punto medio de $\overline{AC}$, $\overline{BF} \perp \overline{AD}$,
- $\triangle BEC$ rectángulo en E,
- F y E puntos de $\overline{AD}$ y $\overline{DC}$ respectivamente.

a) Probar que $\overline{FB} = \overline{BE}$.

b) Prueba que BEDF es un cuadrado.

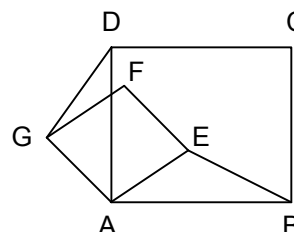
c) Si $\overline{AC} = 8,0 \text{ cm}$, calcula el área del cuadrado BEDF.



40) En la figura:

- ABCD y AEFG cuadrados.

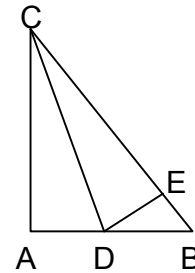
a) Prueba que $\overline{GD} = \overline{EB}$.



- b) Si el $\angle ABE = 35^\circ$, calcula el $\angle GDC$.
 c) Si el $P(\triangle AEB) = 16 \text{ cm}$ y $\overline{EB} = 7,0 \text{ cm}$, calcula la suma de los perímetros de los dos cuadrados.

41) En el $\triangle ABC$:

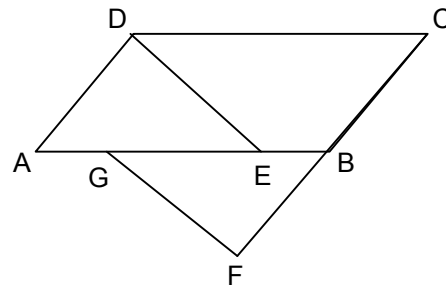
- $D \in \overline{AB}$, $E \in \overline{CB}$,
 - $\overline{DE} \perp \overline{CB}$, $\angle A = 90^\circ$,
 - $\overline{CD}$ es la bisectriz del $\angle ACB$.
- a) Prueba que $\overline{AD} = \overline{DE}$.
 b) Si el $A(\triangle ABC) = 96 \text{ cm}^2$, y el $A(\triangle ADC)$ representa el 45% del $A(\triangle ABC)$, calcula el $A(\triangle DBE)$.
 c) Probar que el $\angle EDB = 2\angle ACD$.



42) En la figura:

- ABCD paralelogramo,
 - B punto medio de $\overline{CF}$,
 - $\overline{DE} \parallel \overline{GF}$,
- G y E puntos del lado $\overline{AB}$.

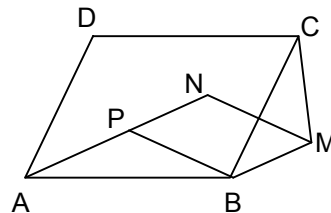
- a) Probar que $\overline{DE} = \overline{GF}$.
 b) Si el $P(ABCD) = 52 \text{ cm}$, $\overline{EB} = 4,0 \text{ cm}$ y $\overline{DE} = 0,19 \text{ m}$, calcula el $P(DEBC)$.



43) En la figura:

- ABCD y BMNP rombos
- $\angle ABC = \angle PBM$,
- A, P y N puntos alineados.

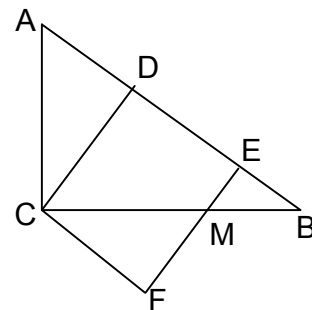
- a) Prueba que $\overline{AP} = \overline{CM}$.
 b) Si $\overline{AP} = \overline{PN}$, el $P(PBMN) = 10 \text{ cm}$ y $\overline{AB} = 4,5 \text{ cm}$, halla el perímetro del pentágono ABMCD.



44) En el $\triangle ABC$ rectángulo en C,

- CFED cuadrado,
- M punto de intersección de $\overline{CB}$ y $\overline{EF}$,
- D y E puntos de $\overline{AB}$.

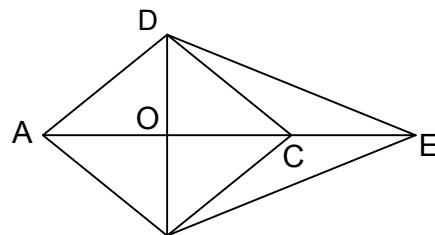
- a) Prueba que $\overline{AD} = \overline{MF}$.
 b) Clasifica el cuadrilátero CMED.
 c) Si $\overline{CF} = 4,0 \text{ m}$ y $\overline{FM} = 300 \text{ cm}$, calcula el área del cuadrilátero CMED.



45) En el rombo ABCD,

- O punto de intersección de sus diagonales,
- A, C y E puntos alineados.

- a) Probar que $\overline{DE} = \overline{BE}$.
 b) Si el $\angle CDE = 35^\circ$ y el $\angle BEC = 25^\circ$, calcula



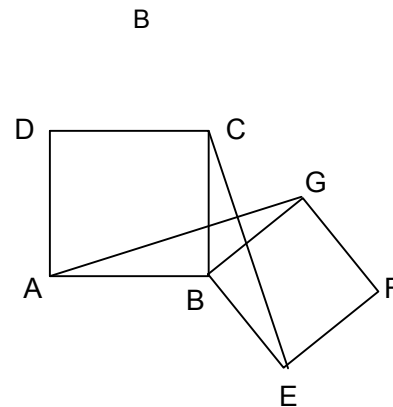
el $\angle BCE$ y el $\angle ABC$.

c) Si $\overline{CE} = 4,0 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 0,12 \text{ m}$ y el $A(ABCD) = 96 \text{ cm}^2$, calcula el $A(\triangle DCE)$.

46) Sean $ABCD$ y $BEFG$ cuadrados.

a) Demuestra que $\overline{CE} - \overline{AG} = 0$.

b) Si el $P(\triangle ABG) = 16 \text{ cm}$, la distancia de C a G es $4,0 \text{ cm}$ y $\overline{AG} = 7,0 \text{ cm}$, calcula el $P(\triangle CBG)$.



47) En el $\triangle MNP$:

- $\overline{PR}$ altura relativa a $\overline{MN}$,

- $PSRT$ rombo,

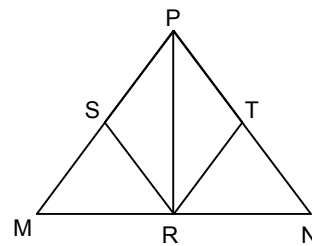
- S y T puntos de $\overline{MP}$ y $\overline{PN}$ respectivamente.

a) Prueba que $\triangle MRS = \triangle RNT$.

b) Prueba que el $\triangle MNP$ es isósceles de base $\overline{MN}$.

c) Si el $P(\triangle MNP) = 26 \text{ m}$ y $\overline{PR} = 8,0 \text{ m}$, calcula el $P(\triangle MRP)$.

d) Si $MRTS$ es un paralelogramo y $\overline{MN} = 4,0 \text{ m}$, halla el área del rombo.



48) En la figura:

- $\triangle ABC$ isósceles de base $\overline{AB}$,

- $AHED$ paralelogramo,

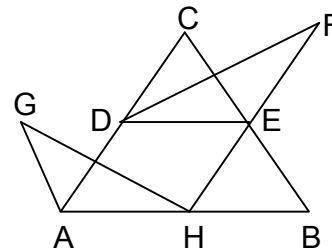
- $\angle G = \angle F$ y $\angle GAC = \angle FEC$,

- D, E y H puntos de $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente,

- H, E y F puntos alineados.

a) Demuestra que $\overline{GH} = \overline{DF}$.

b) Si el $\angle EHB = 65^\circ$, halla los ángulos interiores del $\triangle ABC$.



49) En el trapecio isósceles $ABCD$,

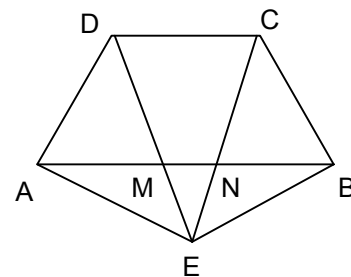
- $\triangle DEC$ isósceles de base $\overline{DC}$,

- M y N puntos de $\overline{AB}$,

- D, M y E ; C, N y E puntos alineados.

a) Prueba que el $\triangle AEB$ es isósceles de base $\overline{AB}$.

b) Si el $A(ABCD) = 26 \text{ cm}^2$, $\overline{CD} = 5,0 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 8,0 \text{ cm}$ y $A(\triangle AEB) = 8,0 \text{ cm}^2$, halla el $A(\triangle DEC)$.



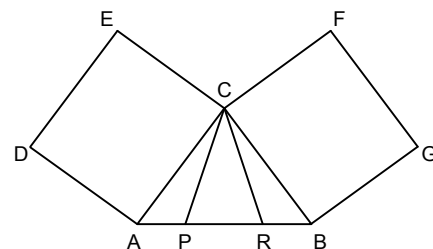
50) En la figura:

- $ACED$ y $CBGF$ cuadrados iguales,

- $\overline{AR} = \overline{PB}$

- A, P, R y B puntos alineados.

a) Probar que el $\triangle CPR$ es isósceles



de base $\overline{PR}$.

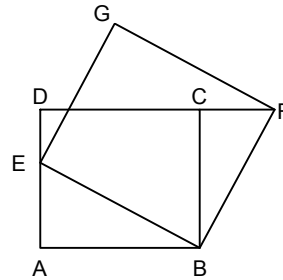
b) Si $A(ACED) = 16 \text{ m}^2$ y $P(CEDAB) = 21 \text{ m}$, calcula el $P(\triangle ABC)$.

51) En la figura:

- BFGC y ABCD cuadrados,
- D, C y F puntos alineados,
- E punto de $\overline{AD}$.

a) Probar que $\overline{AE} = \overline{CF}$.

b) Calcula el área y el perímetro del cuadrilátero EBF D, si el $A(\text{BFGC}) = 100 \text{ cm}^2$, el $A(\text{ABCD}) = 64 \text{ cm}^2$ y $\overline{AD} = 4 \overline{DE}$.



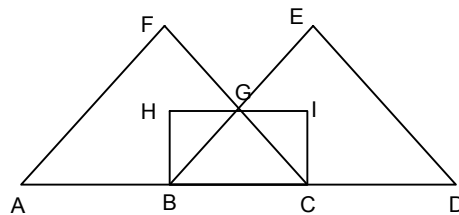
52) En la figura:

- BCIH rectángulo,
- G punto medio de $\overline{HI}$,
- A, B, C y D puntos alineados,
- $\overline{FC}$ y $\overline{BE}$ se cortan en G,
- $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{ED} \parallel \overline{FC}$ y
- $\overline{FG} = \overline{GE}$.

a) Probar que $\triangle HGB = \triangle GIC$.

b) Probar que $\triangle AFC = \triangle BED$.

c) Probar que $A(\text{ABGF}) = A(\text{CDEG})$.



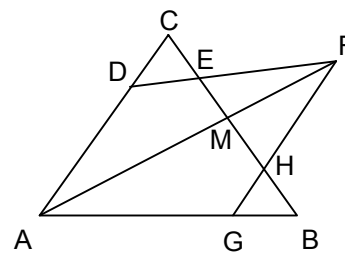
53) En la figura:

- $\triangle ABC$ isósceles de base $\overline{CB}$,
- $\overline{AF} \perp \overline{CB}$ en el punto M,
- $\overline{DC} = \overline{GB}$,
- E y H puntos de intersección de $\overline{DF}$ y $\overline{GF}$ con $\overline{CB}$ respectivamente.

a) Probar que $\triangle ADF = \triangle AGF$.

b) Probar que $\overline{CE} = \overline{HB}$.

c) Si el $P(\triangle ABC) = 16 \text{ m}$ y $\overline{AF} = 8,0 \text{ m}$, halla la longitud de la poligonal FACM.

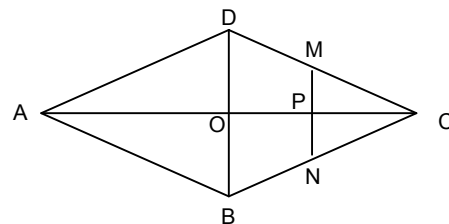


54) En la figura:

- ABCD rombo,
- $\overline{MN} \parallel \overline{DB}$,
- $M \in \overline{DC}$, $N \in \overline{BC}$,
- P punto de intersección de $\overline{MN}$ y $\overline{AC}$.

a) Probar que $\overline{DM} = \overline{BN}$.

b) Si la paralela media de BNMD es igual a 12 m, $\overline{AC} = 16 \text{ m}$ y P punto medio de $\overline{OC}$, calcula el área del cuadrilátero BNMD.



55) En la figura:

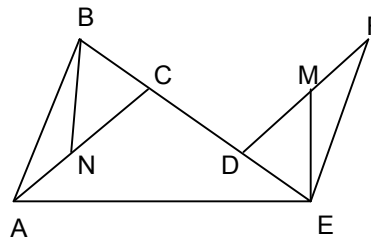
- $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$, $\overline{BN} \parallel \overline{EM}$, $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$,
- $\overline{BD} = \overline{CE}$,
- C y D puntos de $\overline{BE}$,
- N y M puntos de $\overline{AC}$ y $\overline{DF}$ respectivamente.

a) Probar que $\triangle BCN = \triangle DME$.

b) Probar que AEFB es un paralelogramo.

c) Si el $P(\triangle AEFB) = 60 \text{ cm}$ y $\overline{BE} = 200 \text{ mm}$, calcula el $P(\triangle BAE)$.

d) Si el $\angle BEF = 80^\circ$, $\angle ABN = \frac{x}{2} - 10^\circ$ y $\angle NBC = x - 30^\circ$, halla el $\angle ABN$.

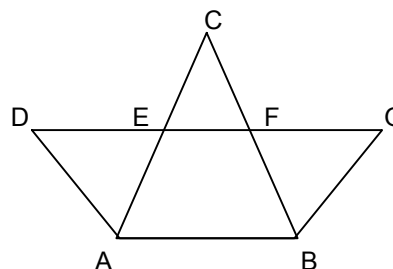


56) En la figura:

- $\triangle EFC$ isósceles de base $\overline{EF}$,
- E y F puntos medios de $\overline{DF}$ y $\overline{EG}$ respectivamente,
- $\overline{DG} \parallel \overline{AB}$,
- A, E, C y C, F, B puntos alineados.

a) Probar que ABGD es un trapecio isósceles.

b) Si el $A(\triangle ABFE) = 22 \text{ dm}^2$, $\overline{AB} = 8,0 \text{ dm}$ y $\overline{EF} = 3,0 \text{ dm}$, halla el área del trapecio ABGD.



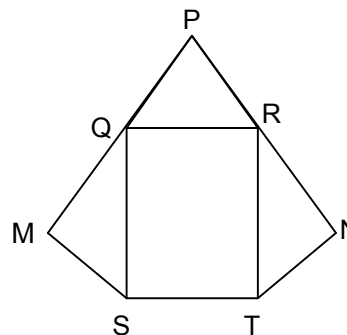
57) En la figura:

- $\overline{PM} = \overline{PN}$, $\angle PQR = \angle PRQ$,
- STRQ rectángulo,
- Q y R puntos de $\overline{PM}$ y $\overline{PN}$ respectivamente

a) Probar que $\overline{MS} = \overline{TN}$.

b) Si el $\angle P = 60^\circ$, calcula el $\angle MQS$.

c) Si el $P(\triangle STRQ) = 20 \text{ cm}$ y $\overline{RT} = 7,0 \text{ cm}$, halla el $P(\triangle QPR)$.

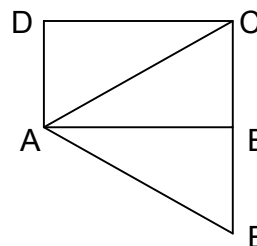


58) En la figura:

- ABCD rectángulo,
- $\overline{AB}$ bisectriz del $\angle CAE$,
- C, B y E puntos alineados.

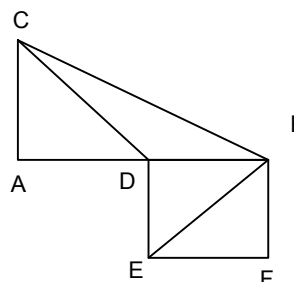
a) Prueba que $\triangle ADC = \triangle ABE$.

b) Si el $A(\triangle ABCD) = 12 \text{ cm}^2$, halla el área del cuadrilátero ADCE.



59) En la figura:

- $\triangle ABC$ rectángulo en A,
- $\overline{CD}$ mediana relativa a $\overline{AB}$ en el $\triangle ABC$,
- $\angle ACD = 45^\circ$ y DEFB cuadrado.



a) Prueba que $\triangle ADC = \triangle EFB$.

b) Si el $A(\triangle EFB) = 16 \text{ cm}^2$ y $\overline{CD} = 5,7 \text{ cm}$, halla el $P(\triangle ADC)$.

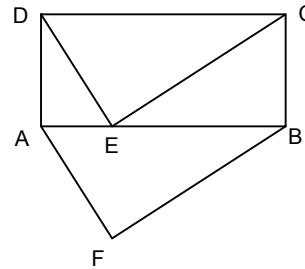
60) En la figura:

- ABCD rectángulo,
- $\overline{CE} \parallel \overline{BF}$,
- $\overline{DE} \parallel \overline{AF}$,
- E punto de $\overline{AB}$.

a) Prueba que $\overline{DE} = \overline{AF}$.

b) Demuestra que el área del $\triangle AFB$ es igual a la mitad del área del rectángulo.

c) Si el $P(ABCD) = 30 \text{ dm}$, $\overline{DC} = 90 \text{ cm}$ y $\frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{1}{3}$, halla la amplitud del $\angle BCE$.



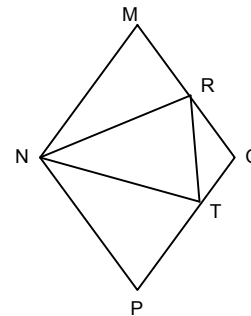
61) En la figura:

- MNPQ rombo,
- R y T puntos de $\overline{MQ}$ y $\overline{PQ}$ respectivamente,
- $\angle MNT = \angle RNP$.

a) Probar que $\triangle RNT$ es isósceles de base $\overline{RT}$.

b) Probar que $\triangle RQT$ es isósceles de base $\overline{RT}$.

c) Si el $A(\triangle MNR) = 10,5 \text{ cm}^2$, la altura relativa a $\overline{NR}$ en el $\triangle MNR$ es de 35 mm y $\overline{NR} : \overline{RT} = 3$, halla el perímetro del $\triangle NRT$.



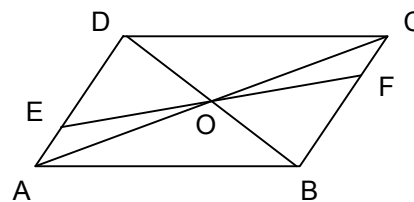
62) En la figura:

- O punto de intersección de las diagonales del paralelogramo ABCD,
- E y F puntos de $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente,
- E, O y F puntos alineados.

a) Probar que $\overline{EO} = \overline{OF}$.

b) Si G es un punto del lado $\overline{AB}$, tal que

$\overline{BG} = \frac{1}{2} \overline{AG}$ y el área del $\triangle CGB = 6,0 \text{ cm}^2$, halla el área del paralelogramo ABCD.

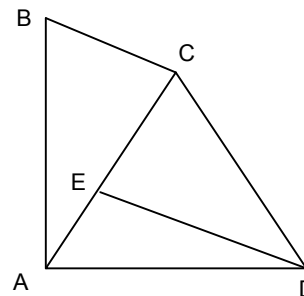


63) En la figura:

- A, E y C puntos alineados,
- $\overline{CA}$ bisectriz del $\angle BCD$,
- $\overline{BA} \perp \overline{AD}$,
- $\angle CAD = \angle CDA$,
- $\angle B = 60^\circ$ y $\angle AED = 120^\circ$.

a) Prueba que $\triangle ABC = \triangle ECD$.

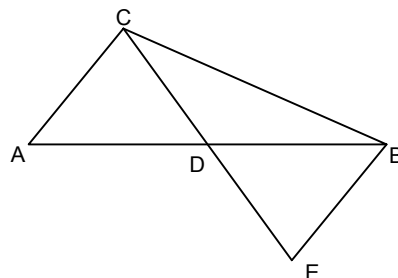
b) Halla la amplitud del $\angle ADE$.



64) En la figura :

- $\overline{AC} \parallel \overline{EB}$,
- $\overline{CE} = 2\overline{CD}$,
- D punto de intersección de $\overline{AB}$ y $\overline{CE}$.

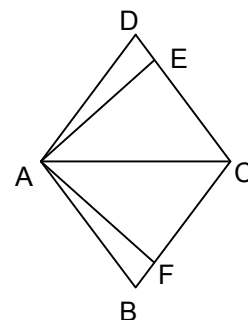
- a) Prueba que $\overline{CD}$ es mediana relativa al lado $\overline{AB}$ en el $\triangle ABC$.
- b) Si el área del $\triangle DEB = 12 \text{ dm}^2$, halla el área del pentágono ADEBC.



65) En la figura:

- ABCD rombo,
- $\overline{DE} = \overline{BF}$,
- E y F puntos de $\overline{DC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente.

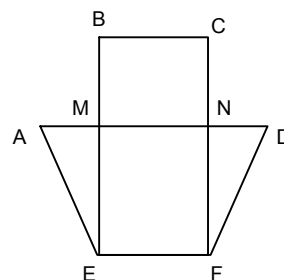
- a) Prueba que $\overline{AC}$ es la bisectriz del $\angle EAF$.
- b) Si $\overline{DE} = \frac{1}{4}\overline{DC}$ y el área del rombo es 40 cm^2 , halla el área del $\triangle ABF$.
- c) Si el $\angle D = 40^\circ$ y el $\angle DAE = 20^\circ$, halla la amplitud del $\angle EAF$.



66) En la figura:

- MNFE rectángulo,
- MNCB cuadrado,
- $\angle AEF = \angle DFE$,
- M y N puntos de $\overline{AD}$.

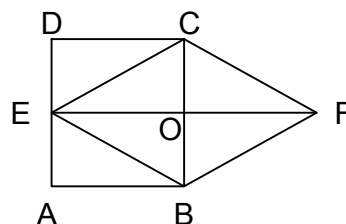
- a) Prueba que EFDA es un trapecio isósceles.
- b) Prueba que $\overline{EB} = \overline{FC}$.
- c) Si el $\angle MFC = 50^\circ$, halla la amplitud del $\angle FMC$.
- d) Si el área del $\triangle FMC$ es de 12 cm^2 , halla el área de EFCB.



67) En la figura:

- EBFC rombo,
- $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$,
- O punto de intersección de las diagonales del rombo,
- E punto medio de $\overline{AD}$.

- a) Probar que $\overline{AB} = \overline{DC}$.
- b) Si ABCD es un cuadrado de 121 dm^2 de área,



halla el área del rombo EBFC.

c) Si el $\angle CFB = 78,6^\circ$, halla el $\angle DCE$.

68) En el cuadrilátero MNPQ:

- R punto medio de $\overline{MN}$,

- $\overline{QP} \parallel \overline{MN}$,

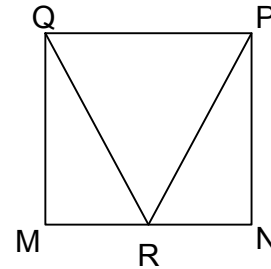
- $\overline{QR} = \overline{RP}$,

a) Prueba que $\overline{QM} = \overline{NP}$.

b) Demuestra que el $A(\triangle QMR) = \frac{A(\triangle QRP)}{2}$.

c) Si el $\angle QRP = 3x + 10^\circ$ y el $\angle RQP = \frac{x}{2} + 45^\circ$,

halla la amplitud del $\angle QRM$.



69) En la figura:

- R y S puntos de $\overline{QP}$ y $\overline{MN}$ respectivamente,

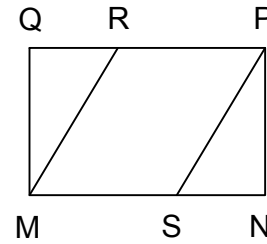
- MSPR paralelogramo,

- $\angle QMN = \angle QPN$.

a) Prueba que $\overline{QP} = \overline{MN}$.

b) Prueba que $\overline{QM} \parallel \overline{NP}$.

c) Si $\overline{MS} = \overline{NP} = 3,0$ cm, $\overline{MN} \perp \overline{NP}$ y el área de MNPQ es 12 cm^2 , halla el área del $\triangle SNP$.



70) En la figura:

- $\triangle MNP$ equilátero,

- NPQT trapecio de bases $\overline{NP}$ y $\overline{QT}$,

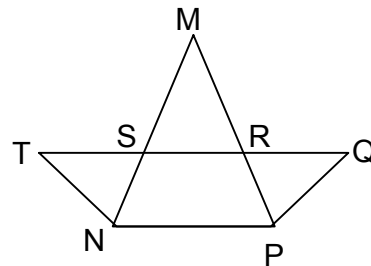
- $\angle TNP = \angle QPN$

- S y R puntos de intersección de $\overline{MN}$ y $\overline{MP}$ con $\overline{TQ}$ respectivamente.

a) Prueba que $\triangle TNS = \triangle PRQ$.

b) Si $\overline{NM}$ es bisectriz del $\angle TNP$, halla la amplitud del $\angle T$.

c) Si $\overline{NP} = 15$ cm y $\overline{NS} = 2,0$ cm, halla el perímetro de NPQT.



71) En la figura:

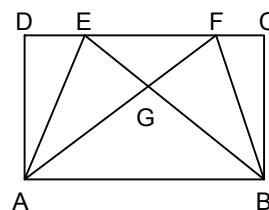
- ABCD rectángulo,

- $\triangle AGB$ isósceles de base $\overline{AB}$,

- $\angle DAE = \angle CBF$,

- G punto de intersección de $\overline{AF}$ y $\overline{BE}$,

- E y F puntos de $\overline{DC}$.



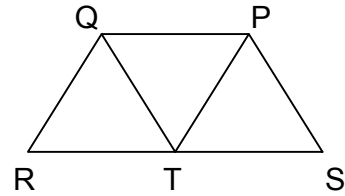
- a) Prueba que $\triangle AEG = \triangle BGF$.
 b) Si el $A(ABCD) = 80 \text{ dm}^2$, halla el $A(\triangle ABE)$.
 c) Si el $\angle GAB = 36^\circ$ y el $\angle DAE = 30^\circ$, halla la amplitud del $\angle AEB$.

72) En la figura:

- RSPQ trapecio isósceles de bases $\overline{RS}$ y $\overline{QP}$,
- $\angle RTP = \angle QTS$,
- T punto de $\overline{RS}$.

a) Prueba que el $\triangle QPT$ es isósceles de base $\overline{QP}$.

b) Si el $A(RSPQ) = 28 \text{ dm}^2$, $\overline{RQ} = 5,0 \text{ dm}$ y la distancia entre las bases del trapecio es de 40 cm, halla el perímetro del trapecio.

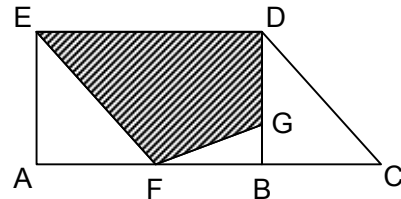


73) En la figura:

- ACDE trapecio rectángulo de bases $\overline{AC}$ y $\overline{ED}$,
- $\overline{DB} \perp \overline{AC}$ en el punto B,
- $\overline{DC} \parallel \overline{EF}$,
- F punto medio de $\overline{AB}$,
- G punto de $\overline{DB}$, B punto de $\overline{AC}$.

a) Prueba que EFCD es un paralelogramo.

b) Si el $A(\triangle AFE) = 20 \text{ dm}^2$ y el $A(\triangle FBG) = 800 \text{ cm}^2$, halla el área rayada.



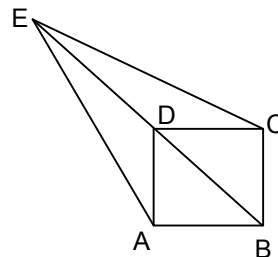
74) En la figura:

- ABCD cuadrado,
- B, D y E puntos alineados,

a) Prueba que $\overline{EB}$ es la bisectriz del $\angle AEC$.

b) Si $\overline{EB} = 18 \text{ cm}$ y $\overline{ED} = 0,12 \text{ m}$, calcula el área del $\triangle ADE$ y la del cuadrado.

c) Si el $\angle AEC = 20^\circ$, halla la amplitud del $\angle ECB$.



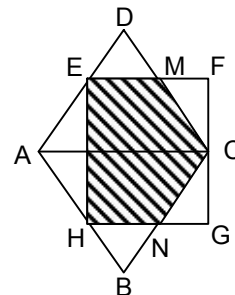
75) En la figura:

- ABCD rombo, HGFE cuadrado,
- E y H puntos de $\overline{AD}$ y $\overline{AB}$ respectivamente,
- $\overline{AC}$ mediatriz de $\overline{GF}$,
- $\overline{EF} \cap \overline{DC} = \{M\}$ y $\overline{BC} \cap \overline{HG} = \{N\}$.

a) Prueba que $\triangle MFC = \triangle NGC$.

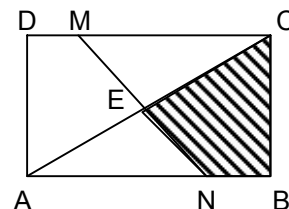
b) Demuestra que $\overline{DM} = \overline{NB}$.

c) Si el perímetro de HGFE es igual a 24 cm y $\overline{EF} = 3 \overline{MF}$, halla el área rayada.



76) En el rectángulo ABCD:

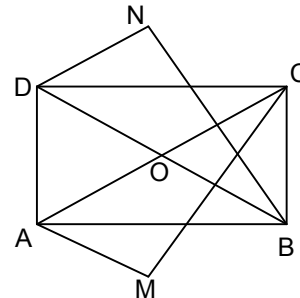
- $\overline{MN}$ y $\overline{AC}$ se cortan en E,
- $\overline{NB} = \overline{DM}$,
- M y N puntos de $\overline{DC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente.



- a) Prueba que E es punto medio de $\overline{MN}$.
 b) Prueba que AMCN es un paralelogramo.
 c) Si $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{BC} = 4,0$ cm y $\overline{AN} = 0,08$ m, calcula el área rayada.

77) En la figura:

- ABCD rectángulo,
- $\overline{CM}$ es la bisectriz del $\angle ACB$,
- $\overline{BN}$ es la bisectriz del $\angle DBC$,
- $\angle NDC = \angle MAB$,
- O punto de intersección de las diagonales del rectángulo.

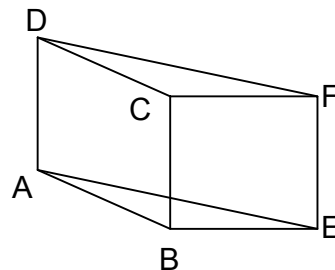


- a) Prueba que $\triangle NDB = \triangle AMC$
 b) Si $\angle DBN + \angle MAC = 90^\circ$, demuestra que $\overline{DN} \perp \overline{BN}$.
 c) Si el $\angle CAB = 30^\circ$, halla la amplitud del $\angle DOA$.
 d) Si el $P(\triangle DAO) = 30$ cm y $\overline{AB} = 17$ cm, calcula el área y el perímetro de ABCD.

78) En la figura:

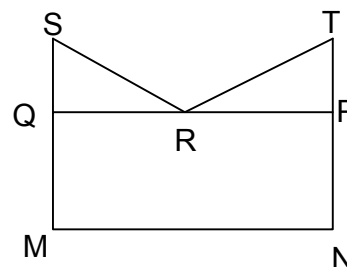
- ABCD paralelogramo,
- BEFC cuadrado.

- a) Prueba que $\overline{AE} = \overline{DF}$.
 b) Si el $\angle ADC = 40^\circ$, halla la amplitud del $\angle ABF$.
 c) Si el $A(ABCD) = 15$ dm² y el $A(BEFC) = 20$ dm², halla el área AEFD.



79) En la figura:

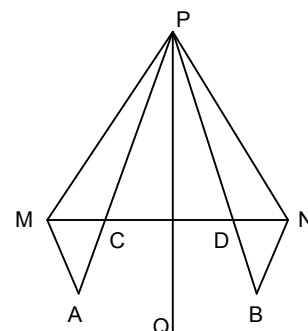
- MNPQ rectángulo,
- R punto medio de $\overline{QP}$,
- S y T puntos de las prolongaciones de $\overline{MQ}$ y $\overline{NP}$ respectivamente,
- $\angle SRP = \angle TRQ$.



- a) Probar que $\overline{MS} = \overline{NT}$.
 b) Si el $P(MNPQ) = 28$ cm, $\overline{NP} = 4,0$ cm y el $\angle S = 45^\circ$, halla el área del $\triangle SQR$.

80) En la figura:

- PQ es la mediatriz de $\overline{MN}$,
 - $\angle AMN = \angle BNM$,
 - $\angle MAP = \angle PBN$,
 - C punto de intersección de $\overline{MN}$ y $\overline{AP}$,
 - D punto de intersección de $\overline{MN}$ y $\overline{PB}$,
- a) Probar que $\overline{PA} = \overline{PB}$.



b) Si el $\angle PMN = 36^\circ$ y el $\angle MPA = 16^\circ$, halla el $\angle APB$.

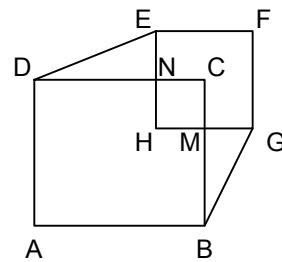
c) Si $\overline{PC} = 6,0$ cm, $\overline{PA} = 9,0$ cm y $\overline{AB} = 150$ mm, halla el perímetro del $\triangle PCD$.

81) En la figura:

- ABCD, EFGH y HMCN cuadrados,
- N y M puntos de $\overline{DC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente,
- $N \in \overline{EH}$ y $M \in \overline{BC}$.

a) Probar que $\triangle DEN = \triangle MBG$.

b) Si el $A(ABCD) = 64 \text{ dm}^2$, el $A(HGFE) = 16 \text{ dm}^2$ y el $P(HMCN) = 8,0$ dm, halla el área del $\triangle BMG$.



el

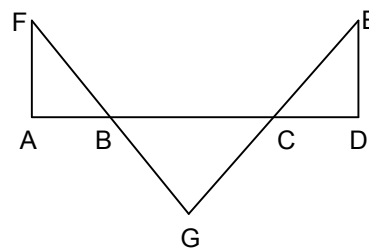
82) En la figura:

- A, B, C y D puntos alineados,
- $\triangle BGC$ isósceles de base $\overline{BC}$,
- $\overline{FG} = \overline{EG}$,
- $\triangle FAB$ rectángulo en A,
- $\overline{ED} \perp \overline{AD}$.

a) Prueba que $\overline{AB} = \overline{CD}$.

b) Si el $\angle F = 46,4^\circ$, calcula el $\angle G$.

c) Si $\overline{BC} = 2 \overline{AB}$ y el $A(\triangle AFB) = 10 \text{ dm}^2$, halla el área del cuadrilátero ADEF.



83) En la figura:

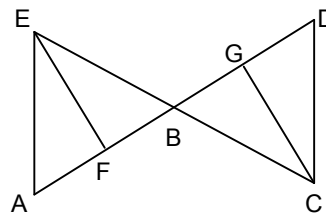
- $\overline{AD}$ y $\overline{EC}$ se cortan en B,
- G y F puntos de $\overline{BD}$ y $\overline{AB}$ respectivamente,
- $\overline{EF} \parallel \overline{GC}$,
- B punto medio de $\overline{FG}$.

a) Prueba que B es punto medio de $\overline{EC}$.

b) Demuestra que FCGE es un paralelogramo.

c) Si el $A(\triangle EFB) = 4,6 \text{ cm}^2$, halla el área de FCGE.

d) Si el $\angle EFA = 100^\circ$ y $\angle FBE = 2\angle FEB - 20^\circ$, halla la amplitud del $\angle GBC$.

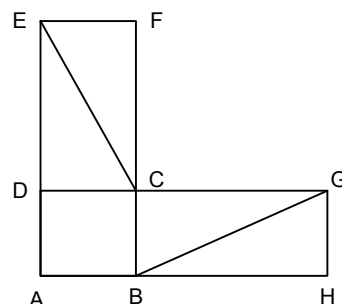


84) En la figura:

- ABCD cuadrado,
- ABFE y AHGD rectángulos,
- C punto de intersección de $\overline{FB}$ y $\overline{DG}$,
- D y B puntos de $\overline{EA}$ y $\overline{AH}$ respectivamente,
- $\angle BGH = \angle FEC$.

a) Probar que: $\triangle EDC = \triangle BCG$.

b) Si el $P(ABFE) = 20$ dm y $\overline{AE} = 7,0$ dm, halla el área de la figura.



c) Si el $\angle AEC = 35^\circ$, halla la amplitud del $\angle ECA$.

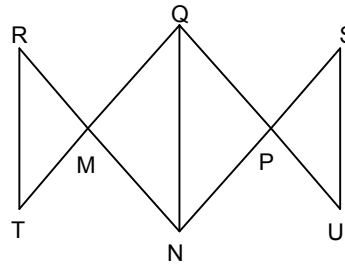
85) En la figura:

- MNPQ rombo, $\overline{QT} = \overline{QU}$,
- $\overline{RT} \parallel \overline{SU} \parallel \overline{QN}$,
- $\overline{RN} \cap \overline{TQ} = \{M\}$ y $\overline{QU} \cap \overline{NS} = \{P\}$.

a) Probar que $\overline{RT} = \overline{SU}$.

b) Si el $\angle MQP = 60^\circ$, halla la amplitud del $\angle R$.

c) Si el $P(MNPQ) = 28$ cm, $\overline{QT} = 9,0$ cm y $\overline{RT} = 3,5$ cm, halla el perímetro del $\triangle TMR$.



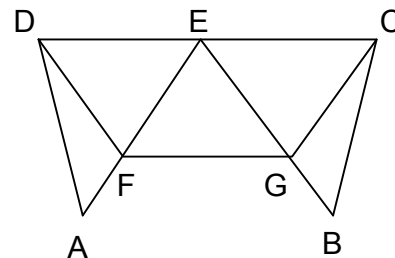
86) En la figura:

- $\triangle DFE$ y $\triangle EGC$ son equiláteros e iguales,
- $\overline{AE} = \overline{BE}$,
- D, E y C puntos alineados,
- F punto de $\overline{AE}$ y G punto de $\overline{EB}$.

a) Prueba que $\triangle ADF = \triangle BGC$.

b) Si el $P(\triangle DFE) = 30$ cm, halla el perímetro del cuadrilátero FGCD.

c) Si el $\angle ADE = 80^\circ$, halla la amplitud del $\angle A$.



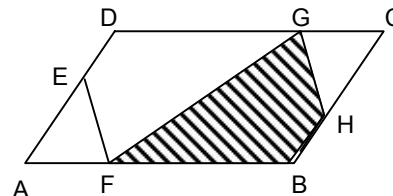
87) En la figura:

- ABCD paralelogramo,
- $\overline{DG} = \overline{FB}$,
- $\angle EFH = \angle GHF = 90^\circ$,
- F, E, G y H puntos de los lados del paralelogramo.

a) Prueba que $\overline{EF} = \overline{GH}$.

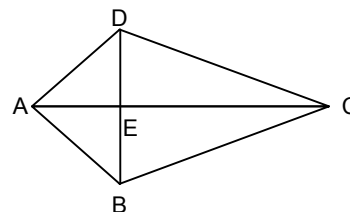
b) Clasifica el cuadrilátero EFHG.

c) Si el $A(\triangle AEF) = 6,5$ dm² y el $A(ABCD) = 36,5$ dm², calcula el área rayada.



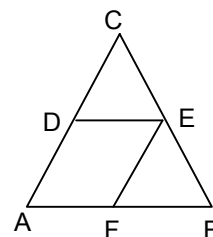
88) En la figura:

- $\triangle ABD$ isósceles de base $\overline{DB}$,
 - $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ en el punto E.
- a) Prueba que $\triangle ADC = \triangle ABC$.
- b) Sea F un punto de $\overline{AC}$, tal que ABFD sea un cuadrado y $\overline{DB} = 6,0$ dm, halla el perímetro del $\triangle ABD$.



89) En la figura:

- F punto medio $\overline{AB}$,
 - $\overline{DE}$ paralela media del $\triangle ABC$ relativa al lado $\overline{AB}$.
- a) Probar que $\triangle DEC = \triangle FEB$.



b) Si el $P(AFED) = 14 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 6,0 \text{ cm}$ y $\overline{CB} = 8,0 \text{ cm}$, halla el $P(\triangle ABC)$.

90) En la figura:

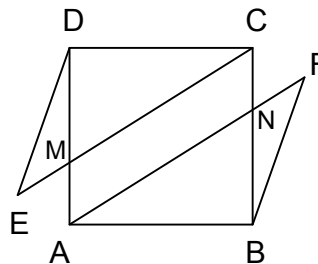
- ABCD cuadrado,
- ANCM paralelogramo,
- $\angle EDM = \angle NBF$,
- M punto de intersección de $\overline{AD}$ y $\overline{EC}$,
- N punto de intersección de $\overline{BC}$ y $\overline{AF}$.

a) Probar que $\triangle DEC = \triangle ABF$.

b) Si el $A(ABCD) = 16 \text{ cm}^2$

y $\overline{NC} = 0,01 \text{ m}$, calcula el área de ANCM.

c) Si el $\angle ECD = 37^\circ$, calcula el $\angle CAN$.

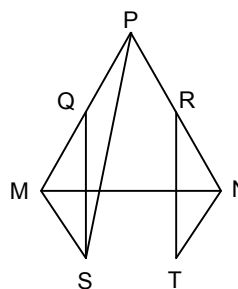


91) En la figura:

- $\triangle MNP$ equilátero,
- $\overline{MN}$ bisectriz del $\angle PMS$,
- $\overline{NM}$ bisectriz del $\angle PNT$,
- Q y R puntos de $\overline{PM}$ y $\overline{PN}$ respectivamente,
- $\overline{PQ} = \overline{PR}$ y $\angle PQS = \angle PRT$.

a) Prueba que $\overline{QS} = \overline{RT}$.

b) Si el $\angle PQS = 150^\circ$, $\overline{MS} = 1,2 \text{ dm}$, $\angle MPS = 15^\circ$ y $P(\triangle MPN) = 8,1 \text{ dm}$, halla el $P(\triangle MQS)$.



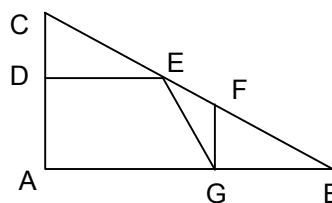
92) En la figura:

- $\triangle ABC$ rectángulo en A,
- AGED trapecio,
- D punto de $\overline{AC}$,
- $\overline{FG} \parallel \overline{AC}$,
- $\overline{DE} = \overline{EG}$, $\angle B = \angle BEG$,
- E y F puntos de $\overline{CB}$ y G punto de $\overline{AB}$.

a) Prueba que $\triangle CDE = \triangle FGB$.

b) Si $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$ y $\overline{AD} = 3,0 \text{ cm}$, calcula el área del trapecio AGED.

c) Si el $\angle GBF = 15,9^\circ$, halla la amplitud del $\angle EGF$.

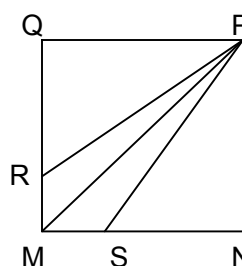


93) En la figura:

- MNPQ cuadrado,
- $\overline{SN} = \overline{RQ}$,
- S y R puntos de $\overline{MN}$ y $\overline{MQ}$ respectivamente.

a) Prueba que $\triangle MPR = \triangle MPS$.

b) Si el $\angle QPR = 37^\circ$, halla el $\angle RPS$.



c) Si el $P(\triangle RPM) = 11,7 \text{ dm}$, $\overline{RP} = 5,0 \text{ dm}$ y $\overline{MS} = 1,0 \text{ dm}$, calcula el área del cuadrado.

94) En la figura:

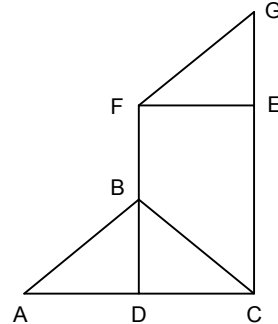
- $\triangle ABC$ isósceles y rectángulo en B,
- DCGF trapecio rectángulo de bases $\overline{CG}$ y $\overline{DF}$,
- $\angle GFE = 45^\circ$,

- B punto de $\overline{DF}$ y E punto de $\overline{CG}$,
- A, D y C puntos alineados.

a) Prueba que $\triangle ADB = \triangle FEG$.

b) Si el $A(\triangle ABC) = 36 \text{ cm}^2$ y el $A(\text{DCGF}) = 45 \text{ cm}^2$, halla el área del cuadrilátero BCEF.

c) Halla la longitud de $\overline{AC}$.

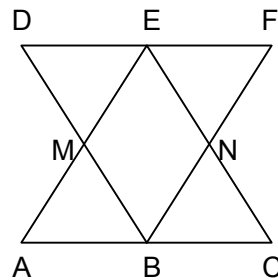


95) En la figura:

- MBNE rombo,
- $\triangle AEC$ isósceles de base $\overline{AC}$,
- E punto de $\overline{DF}$ y B punto de $\overline{AC}$,
- D y F puntos de las prolongaciones de $\overline{BM}$ y $\overline{BN}$ respectivamente,
- $M \in \overline{AE}$ y $N \in \overline{EC}$.

a) Prueba que B es el punto medio de $\overline{AC}$.

b) Si el $P(\triangle AEC) = 32 \text{ cm}$, $\overline{AE} = 10 \text{ cm}$ y $\overline{EB} = 8,0 \text{ cm}$, calcula el área del $\triangle AMB$.



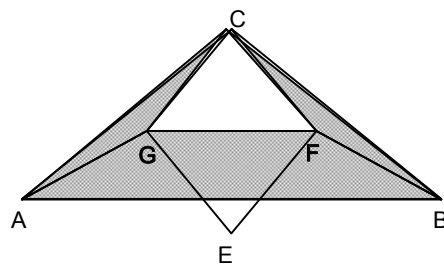
96) En la figura:

- $\triangle ABC$ equilátero,
- CGEF paralelogramo,
- ABFG trapecio isósceles de bases $\overline{AB}$ y $\overline{GF}$.

a) Prueba que $\overline{GC} = \overline{CF}$.

b) Si $\angle E = 40^\circ$, $\angle FBC = 20^\circ$ y $\overline{CE} \perp \overline{GF}$, prueba que $\overline{FE}$ es bisectriz del $\angle GFB$.

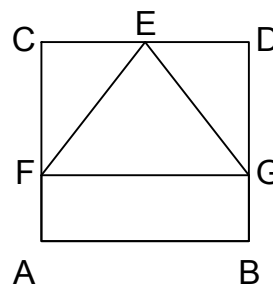
c) Si el $A(\triangle ABC) = 15 \text{ cm}^2$, $\overline{GF} = 2,2 \text{ cm}$ y $\overline{CE} = 6,0 \text{ cm}$, calcula el área sombreada.



97) En la figura:

- ABCD cuadrado,
- ABGF rectángulo,
- F y G puntos de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ respectivamente,
- E punto medio de $\overline{DC}$.

a) Prueba que $\overline{FE} = \overline{GE}$.



b) Si $\overline{EF} = 10,0$ cm y el perímetro del triángulo EFG es de 340 mm, calcula el área del cuadrado ABCD.

98. En la figura:

- B, C y D puntos alineados,
- $\overline{CE} \perp \overline{ED}$,
- $\triangle ABC$ rectángulo en C,
- $\angle B = \angle D$.

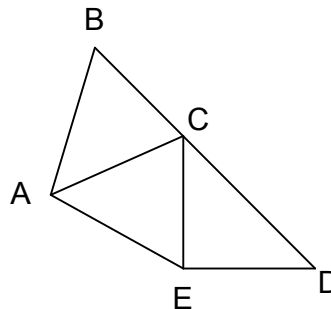
a) Selecciona cuál de las siguientes condiciones

es necesario agregar a los datos del ejercicio para probar que el $\triangle ABC = \triangle ECD$.

- ☐ C punto medio de $\overline{BD}$.
- ☐ $\overline{CE}$ es la bisectriz del $\angle ACD$.
- ☐ $\angle CAE = \angle CEA$.
- ☐ $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$.

b) Prueba la igualdad utilizando la condición seleccionada.

c) Si el $A(\triangle EDB) = 60 \text{ cm}^2$, $\overline{AC} = 120$ mm y $\overline{BC} = 4,0$ cm, halla el área del $\triangle AEC$.



99. En la figura:

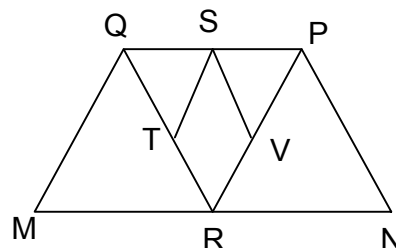
- $\overline{QP} \parallel \overline{MN}$,
- S punto de $\overline{QP}$, R punto de $\overline{MN}$,
- STRV rombo,
- T y V puntos de $\overline{QR}$ y $\overline{PR}$ respectivamente.

a) Selecciona cuál de las siguientes condiciones es necesario agregar a los datos del ejercicio para probar que el $\triangle QST = \triangle SVP$.

- ☐ R punto medio de $\overline{MN}$.
- ☐ MNPQ trapecio isósceles.
- ☐ $\angle QRM = \angle PRN$.
- ☐ $\angle MQR = \angle RPN$.

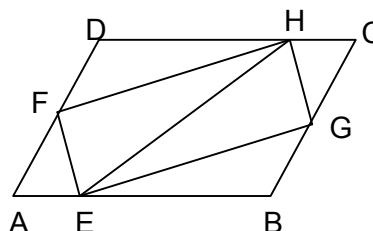
b) Prueba la igualdad utilizando la condición seleccionada.

c) Si el $P(\triangle QRP) = 24$ cm y el $P(\triangle STRV) = 18$ cm, halla el $P(\triangle QST)$.



100. En la figura:

- ABCD paralelogramo,
- F punto medio de $\overline{AD}$,
- $BC = 2 \overline{GC}$,
- E y H puntos de $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$ respectivamente.



a) Selecciona cuál de las siguientes condiciones es necesario agregar a los datos del ejercicio para probar que el $\triangle AFE = \triangle HCG$.

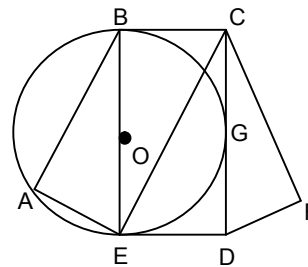
- ☐ $\overline{HE}$ bisectriz del $\angle DHG$.
☐ $\triangle EHG$ isósceles de base $\overline{HG}$.
☐ $\overline{DH} = \overline{EB}$.
☐ $FEGH$ cuadrilátero.

b) Prueba la igualdad utilizando la condición seleccionada.

c) Si el $A(ABCD) = 72 \text{ dm}^2$, $\overline{AB} = 12 \text{ dm}$ y $4\overline{EB} = 3\overline{AB}$, calcula el área del $\triangle AFE$.

101. En la figura:

- A punto de la circunferencia de centro O,
- $\overline{BE}$ diámetro,
- $EDCB$ rectángulo,
- $\overline{DC}$ tangente a la circunferencia en G,
- $\overline{DF} \perp \overline{CF}$.



a) Selecciona cuál de las siguientes condiciones es necesario agregar a los datos del ejercicio para probar que el $\triangle ABE = \triangle CDF$.

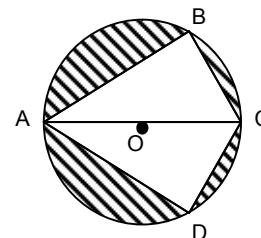
- ☐ $\overline{CD}$ bisectriz del $\angle ECF$.
☐ $\overline{AB} \parallel \overline{EC}$.
☐ El arco AE mide la mitad del arco EG.
☐ $\angle ABC = \angle BCF$.

b) Prueba la igualdad utilizando la condición seleccionada.

c) Si el $A(BEDC) = 40 \text{ dm}^2$ y $\overline{ED} = 4,0 \text{ dm}$, calcula la longitud de la circunferencia.

102. En la figura:

- B y D puntos de la circunferencia de centro O,
- $\overline{AC}$ diámetro,
- $\overline{AC}$ bisectriz del $\angle BAD$.



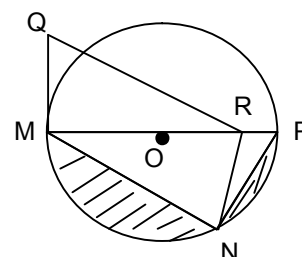
a) Probar que $\triangle ABC = \triangle ADC$.

b) Si $\overline{AB} = 4,0 \text{ cm}$ y $\overline{BC} = 30 \text{ mm}$, calcula el área de la superficie rayada.

c) Si el $\angle BAC = 36,9^\circ$, halla la amplitud del arco AB.

103. En la figura:

- N punto de la circunferencia de centro O,
- R punto del diámetro $\overline{MP}$,



- $\overline{MQ}$ tangente a la circunferencia en M,

- $\overline{QR} \parallel \overline{MN}$,

- $\triangle MNR$ isósceles de base $\overline{NR}$.

a) Prueba que $\overline{MQ} = \overline{NP}$.

b) Si la longitud de la circunferencia es igual a 10π dm y $\overline{MN} = 8,0$ dm, halla el área rayada.

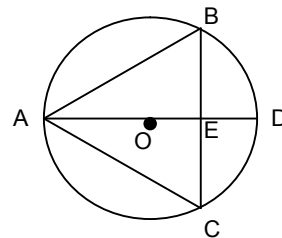
c) Si el arco MN mide 106° , calcula la amplitud del $\angle QMN$.

104. En la figura:

- B y C puntos de la circunferencia de centro O,

- $\overline{AD}$ diámetro,

- $\overline{BC} \perp \overline{AD}$ en el punto E.



a) Prueba que $\triangle AEB = \triangle AEC$.

b) Si el arco BD mide 60° , halla la amplitud del $\angle ABE$.

c) Si $\overline{BE} = 4,0$ cm, halla el área y el perímetro del $\triangle ABC$.

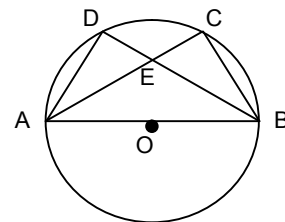
105. En la figura:

- D y C puntos de la circunferencia de centro O,

- E punto de intersección de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$,

- $\overline{AB}$ diámetro,

- los arcos AD y BC tienen igual amplitud.



a) Prueba que $\triangle ABC = \triangle ADB$.

b) Si el $A(\triangle AEB) = 20 \text{ dm}^2$, $\overline{AB} = 13$ dm y $\overline{AD} = 5,0$ dm, halla el área del $\triangle ADE$.

c) Si el $\angle CAB = 22,6^\circ$, halla la amplitud del $\angle AED$.

106. En la figura:

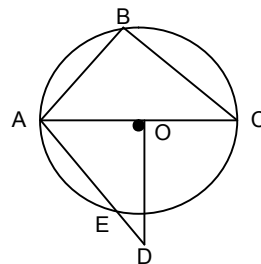
- B y E son puntos de la circunferencia de centro O,

- $\overline{AC}$ diámetro,

- $\overline{DO} \perp \overline{AC}$,

- $\overline{AC}$ bisectriz del $\angle BAD$,

- $\overline{AC} = 2 \overline{AB}$.



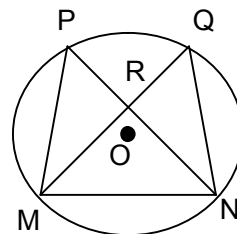
a) Prueba que $\overline{AC} = \overline{AD}$.

b) Si el arco CE mide 120° , halla la amplitud del ángulo AOE.

c) Si la longitud de $\overline{AC}$ excede en 8 cm a la de $\overline{AB}$ y $\overline{BC} = 16$ cm, halla la razón entre los valores numéricos del área del círculo y su longitud.

107. En la figura:

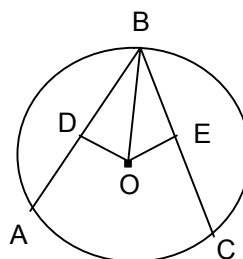
- P y Q puntos de la circunferencia de centro O,
- $\overline{MN}$ es una cuerda,
- R es el punto de intersección de $\overline{MQ}$ y $\overline{NP}$,
- los arcos MP y NQ tienen la misma amplitud.



- a) Prueba que $\overline{PR} = \overline{RQ}$.
- b) Si el arco MN mide 80° y $\angle P = 2\angle PMR$, halla la amplitud del $\angle PRM$.
- c) Prueba que las áreas de los triángulos MPR y QRN son iguales.

108. En la figura:

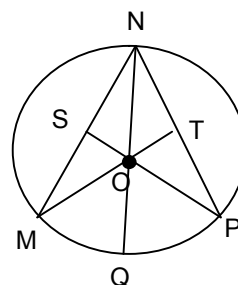
- A, B y C puntos de la circunferencia de centro O,
- $\overline{AB} = \overline{BC}$,
- $\overline{AD} = \overline{CE}$,
- $\overline{BO}$ bisectriz del $\angle ABC$.



- a) Prueba que $\triangle DOB = \triangle BOE$.
- b) Si $\overline{OD}$ es la distancia de O a $\overline{AB}$, el $A(\triangle DOB) = 96 \text{ cm}^2$ y $\overline{DB} = 16$ cm, halla el 75% del área del círculo.
- c) Si el $\angle DOB = 53^\circ$, halla la amplitud del arco AC.

109. En la figura:

- M y P puntos de la circunferencia de centro O,
- $\overline{NQ}$ diámetro,
- $\overline{MS} = \overline{PT}$,
- S y T puntos de $\overline{MN}$ y $\overline{NP}$ respectivamente,
- los arcos MQ y QP son de igual amplitud.



- a) Prueba que $\triangle PSN = \triangle MTN$.
- b) Prueba que $\triangle MON = \triangle NOP$.
- c) Si el área del círculo es $225\pi \text{ cm}^2$ y $\overline{MQ} = 18$ cm, halla el perímetro del cuadrilátero NMOP.

Capítulo 5

Estadística

1. La siguiente lista muestra las notas obtenidas, en una comprobación de Matemática, por los estudiantes de un grupo.

6 6 7 10 8 9 9 9 10 8 8 8 9 8 9 10 7 6 6 7

- a) Clasifica la variable objeto de análisis.
- b) Organiza la información en una tabla de frecuencias.
- c) Calcula la nota promedio del grupo.
- d) Determina la moda de las notas obtenidas.
- e) Halla la mediana de las notas.
- f) Representa la información en el gráfico más conveniente para su análisis. Argumenta el por qué de tu selección.

2. Sonia tiene varios árboles en su patio. Para realizar la tarea de Estadística orientada por su profesor, anotó la cantidad de ramas que tenía cada árbol y obtuvo los siguientes resultados:

4 8 6 7 4 3 4 8 8 3 4 7

- a) Construye, con la información dada, una tabla de frecuencias que incluya la frecuencia absoluta y la relativa (expresada en por ciento).
- b) Calcula el número medio de ramas por árbol.
- c) Determina la moda y la mediana de la cantidad de ramas de la lista.
- d) Construye con la información un gráfico de barras.

3. La siguiente lista muestra la cantidad de flores que tenían los ramos vendidos a las personas, el Día de las Madres, en una florería.

24 6 12 18 24 12 10 18 24 6 12 10 6 18 12
10 10 6 10 10 12 12 24 18 12 10 6 10 18 12

- a) Organiza la información en una tabla de frecuencias, donde aparezcan la absoluta y la relativa (en expresión decimal).
- b) Determina la cantidad de flores promedio por ramos.
- c) ¿Cuál de los ramos fue el más vendido?
- d) Determina la mediana de la cantidad de flores.

e) Representa en un gráfico de barras la información de la lista.

4. Los amigos de Juan han contado el número de hermanos que tiene cada uno y obtuvieron el siguiente resultado:

1 2 3 3 4 4 4 1 2 4 3 1 3

a) Organiza la información en una tabla de frecuencias.

b) ¿Qué tanto por ciento del total de amigos tiene más de dos hermanos?

c) Determina la media de la cantidad de hermanos.

d) Di la moda y la mediana.

e) Representa la información en un gráfico de barras.

5. Se ha medido la temperatura, en grados Celsius, de una sustancia durante varios minutos y se obtuvo el siguiente resultado:

12 14 18 10 12 20 12

a) Representa la información recogida en el gráfico más conveniente. Argumenta el por qué de tu selección.

b) ¿Cuál fue la temperatura media de la sustancia?

c) Determina la moda y la mediana de las temperaturas medidas.

6. Se tiran dos dados varias veces y se anota la suma de los números de las caras que caen hacia arriba. La siguiente lista muestra las sumas anotadas.

2 4 12 10 5 4 10 7 2 4 9 11 11 4 11 9 5 11 2 7

Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) ___ Se lograron 8 del total de sumas posibles, lo que representa un 67% aproximadamente.

b) ___ La mayor suma posible se logró una sola vez.

c) ___ La menor suma posible no se logró en ninguna ocasión

d) ___ En la lista de sumas existen dos modas.

e) ___ La mediana de las sumas anotadas es 8.

f) ___ La suma promedio fue de 7 puntos.

g) ____ La mayor frecuencia relativa de las sumas anotadas es 0,2.

7. En un almacén hay sacos de papas de diferentes pesos, en kilogramos. El jefe de almacén los contó y los organizó en la siguiente tabla.

a) ¿Cuántos sacos hay en el almacén?

b) ¿Cuál es el peso medio de los sacos?

c) ¿Qué parte del total de sacos pesan más de 10 kg?

d) ¿Cuál es el peso más común de los sacos?

e) Determina la mediana de los pesos.

Peso (kg)	Cant. de sacos
10	5
20	2
30	10
40	3

f) Representa la información recogida en el gráfico más conveniente. Argumenta el por qué de tu selección.

8. La siguiente tabla muestra la cantidad de puntos anotados por jugador, de un equipo de baloncesto, al finalizar un juego.

Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) ____ El equipo está formado por 12 jugadores.

b) ____ El equipo anotó 55 puntos.

c) ____ La media de puntos anotados por jugador fue 8.

d) ____ Más de la mitad de los jugadores del equipo anotó más de 10 puntos.

e) ____ La moda de los puntos anotados es 10.

Cant. de puntos	Cant. de jugadores
0	2
4	1
6	2
10	4
15	2
20	1

9. La siguiente tabla muestra las temperaturas, en grados Celsius, registradas en una ciudad durante distintas horas del día.

Marca con una X la respuesta correcta.

Se puede afirmar que:

a) ____ La moda de las temperaturas es 20°C.

b) ____ La mediana de las temperaturas es 35,5°C.

c) ____ La temperatura promedio fue 36°C.

d) ____ El 50% de las temperaturas registradas

Temperatura (°C)	F.A.
38	5
37	10
36	15
35	20
34	10

fueron superiores a 36°C.

10. Un profesor llevó a sus 20 alumnos a la Feria Internacional del Libro. Al día siguiente preguntó a cada uno la cantidad de libros que habían comprado y confeccionó la siguiente tabla.

- a) ¿Cuántos estudiantes compraron dos libros?
- b) ¿Cuántos libros compraron en total?
- c) ¿Qué tanto por ciento de los estudiantes compró menos de cinco libros?
- d) ¿Cuál fue la media de libros por estudiante?
- e) Determina la moda y la mediana en la información recogida.

Cantidad de libros	No. de estudiantes
1	5
2	
3	4
5	2
8	1

11. Un concurso de Matemática, contra reloj, tiene 20 problemas. La siguiente tabla muestra la frecuencia relativa de la cantidad de problemas resueltos por los 20 concursantes.

- a) ¿Cuántos estudiantes resolvieron 12 problemas?
- b) ¿Qué parte del total de concursantes resolvió menos de 12 problemas?
- c) Si para aprobar se necesitaban 12 puntos, ¿qué tanto por ciento de los participantes aprobó?
- d) ¿Cuál fue la media de problemas resueltos por los concursantes?
- e) Determina la moda de los problemas resueltos.
- f) Halla la mediana.

Problemas resueltos	F.R.
20	$\frac{3}{20}$
15	$\frac{7}{20}$
12	$\frac{1}{4}$
10	$\frac{1}{10}$
5	$\frac{3}{20}$

12. La siguiente tabla muestra la cantidad de puntos anotados, por un equipo de baloncesto, en cada uno de los juegos celebrados de un torneo.

12.1. Completa los espacios en blanco:

- a) El equipo efectuó ____ juegos.
- b) La moda de la cantidad de puntos anotados fue ____.
- c) La mediana de la cantidad de puntos

Puntos anotados	No. de veces
80	2
85	3
88	4
90	2
94	1

anotados fue ____.

d) El equipo anotó más de 85 puntos ____ veces.

e) Si el equipo ganó las tres cuartas partes de los juegos jugados, entonces perdió ____ juegos.

f) La frecuencia relativa de la menor cantidad de puntos anotados es ____.

12.2. Calcula la media de puntos anotados por partido del equipo.

12.3. Representa la información en un gráfico de barras.

13. La siguiente tabla muestra las edades de las jugadoras de la preselección nacional de voleibol femenino.

Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) ____ La edad promedio de las jugadoras de la preselección es 20 años.

b) ____ La moda de las edades es 15 años.

c) ____ La mediana de las edades es 20 años.

d) ____ La frecuencia relativa de la cantidad de jugadoras que tienen menos de 21 años es $\frac{3}{8}$.

Edad	F.A.
16	2
18	3
20	10
21	15
22	10

14. En la siguiente gráfica se ha compilado la cantidad de goles anotados por partido, de un equipo de fútbol, en un torneo.

a) ¿Cuántos goles anotó el equipo?

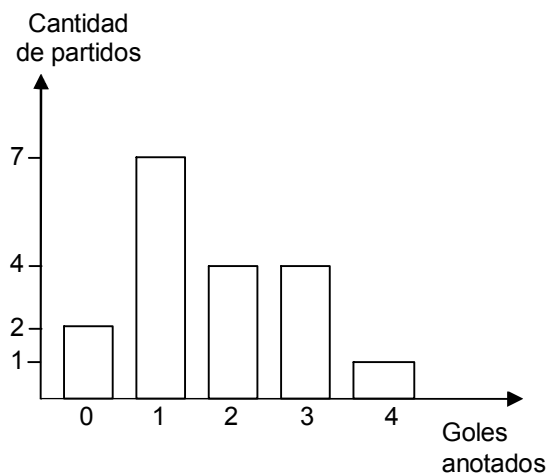
b) ¿Cuántos partidos jugó?

c) ¿Cuál fue su promedio de goles por partido?

d) ¿Cuál fue la cantidad de goles anotados con mayor frecuencia?

e) ¿En qué tanto por ciento de los juegos, anotaron más de dos goles?

f) Halla la mediana de la cantidad de goles anotados.



g) ¿Cuál es la frecuencia relativa de los partidos sin goles marcados?

15. La siguiente gráfica muestra cómo se distribuyen las edades de los estudiantes de una Secundaria Básica.

Marca con una X la respuesta correcta.

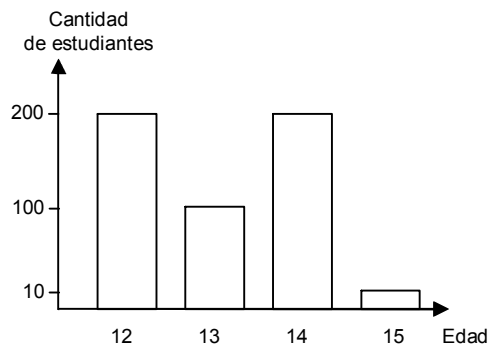
Se puede afirmar que:

a) ___ La escuela tiene una matrícula de 310 estudiantes.

b) ___ La moda de las edades es 12 años.

c) ___ La edad media de los estudiantes de la escuela es aproximadamente 13 años.

d) ___ Más del 50% de los estudiantes de la escuela, son mayores de 13 años.



16. La siguiente gráfica muestra la cantidad de goles anotados por los jugadores de un equipo de fútbol, en un torneo.

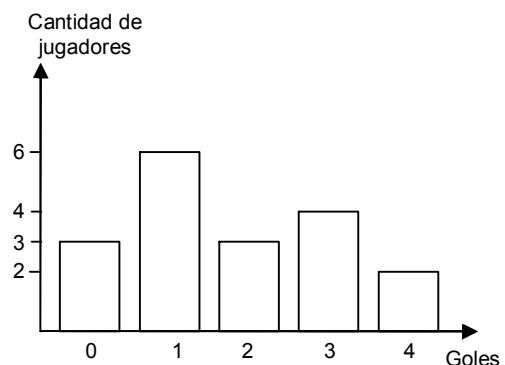
a) ¿Cuántos jugadores tiene el equipo?

b) ¿Cuál fue el promedio de goles por jugador en el torneo?

c) ¿Qué parte, del total de jugadores, anotó más de un gol?

d) ¿Qué tanto por ciento, del total de jugadores, no anotó ningún gol?

e) Determina la mediana y la moda de la cantidad de goles.



17. En un restaurante de 20 mesas, se ha contado el número de personas que hay sentados en cada mesa y los resultados se muestran en la siguiente gráfica.

Indica si son verdaderas o falsas las siguientes proposiciones.

a) ___ En el restaurante habían 20 personas.

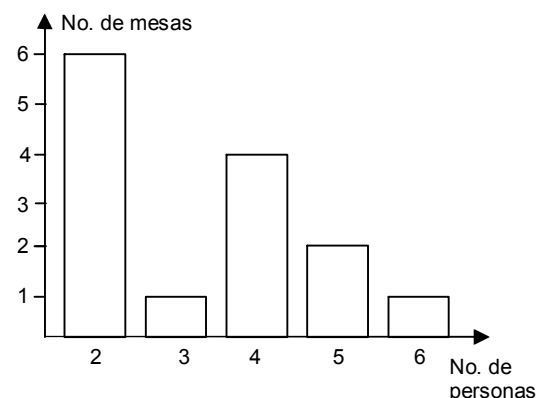
b) ___ El 70% de las mesas estaban ocupadas.

c) ___ La media de personas, por mesa ocupada, es menor que 3.

d) ___ La moda es 2.

e) ___ La mediana es 4.

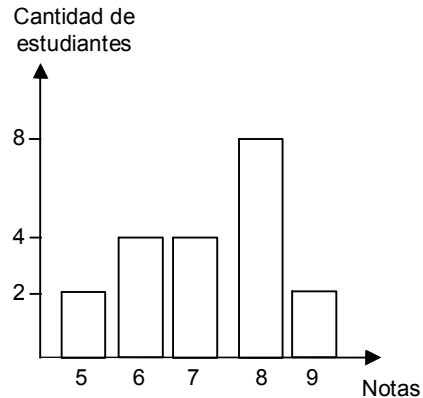
f) ___ Había 9 personas en una mesa.



18. La siguiente gráfica muestra los resultados obtenidos, por un grupo de estudiantes, en una comprobación de ortografía.

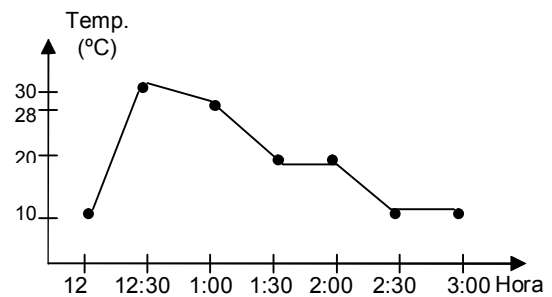
Identifica cuál de las siguientes proposiciones es la falsa. Argumenta el por qué de tu selección.

- a) ___ El 10% de los examinados suspendió la comprobación.
- b) ___ La nota media en la comprobación fue 7,2 puntos.
- c) ___ La mediana de las notas fue 7 puntos.
- d) ___ La moda de las notas fue 8 puntos.



19. La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la temperatura de una sustancia, medida cada 30 minutos, a partir de las 12 m. Se puede afirmar que:

- a) ___ La temperatura estuvo descendiendo durante dos horas.
- b) ___ La temperatura promedio de la sustancia fue aproximadamente 20°C.
- c) ___ La moda de las temperaturas registradas fue 30°C.



- d) ___ La temperatura de la sustancia, durante el proceso de medición, varió 40°C.

Estadística. Datos agrupados

1. Un atleta de salto largo realiza varios saltos en su entrenamiento. Su entrenador anota las longitudes de cada salto, en metros, los cuales se muestran a continuación.

6,70 7,50 8,10 5,00 6,82 7,50 7,50 8,42 7,80 7,70
5,92 7,80 7,00 8,25 6,85 7,92 6,90 8,66 7,35 7,42

1.1) Construye una tabla de frecuencia, con amplitud de clase 1.

1.2) Completa los espacios en blanco.

a) La variable que se analiza se clasifica en _____.

b) El límite inferior de la tercera clase es _____.

c) La frecuencia relativa, en fracción, de la primera clase es _____.

d) La clase modal es _____.

e) La clase mediana es _____.

f) La longitud promedio de los saltos es _____.

1.3) ¿Qué tanto por ciento de los saltos realizados fueron de más de siete metros?

1.4) Construye un histograma con la información dada.

2. En un hospital materno nacieron en el mes 30 niños. Al controlar sus pesos, en libras, se confeccionó la siguiente lista:

5 5,6 6 8 5,4 6,2 9 8,5 8,2 7,6 7 6,9 8,5 7,7 6,5
6 5,2 7 8 5,9 7,9 8 8,3 7,3 6,9 8 7,3 8,8 6,7 5,9

a) Clasifica la variable objeto de análisis.

b) Halla el recorrido o rango de la variable analizada.

c) Construye una tabla de frecuencia, con amplitud de clase igual a 1.

d) Halla la frecuencia relativa de cada clase, en fracción.

e) Calcula el peso promedio de los recién nacidos.

f) Halla la clase mediana y la clase modal de los pesos.

h) Representa la información en el gráfico más conveniente. Argumenta tu selección.

3. En un consultorio se apunta el peso, en libras, de cada paciente para establecer su tratamiento. La siguiente lista muestra los resultados obtenidos por la doctora.

350	120	230	265	195	200	200	245	265	300	240	180	190	200
240	150	155	255	260	210	300	320	110	250	260	300	280	290

- a) Clasifica la variable objeto de estudio.
- b) Construye una tabla de frecuencia con amplitud de clase igual a 50.
- c) Halla el peso promedio de los pacientes.
- d) Si las personas que tienen más de 250 libras se consideraron obesas, ¿qué tanto por ciento del total de pacientes representan?
- e) Halla la clase modal y la clase mediana.
- f) Construye un histograma con la información dada.

4. Se ha analizado la sangre a 30 pacientes para la determinación de calcio. Los resultados del análisis fueron los siguientes:

9,7	9,3	10,1	9,2	9,1	9,3	9,4	8,7	8,8	8,7
8,3	9,2	10,2	9,5	9,6	9,7	9,2	9,3	8,8	9,5
9,8	9,1	9,2	9,6	8,4	9,2	9,4	9,6	9,8	9,6

- a) Determina el rango o recorrido de la variable.
- b) Construye una tabla de frecuencia, en que la amplitud de clase sea igual a 0,4.
- c) Di cuál es el mayor de los límites inferiores y el menor de los límites superiores.
- d) Calcula la frecuencia relativa de cada clase en una columna de la tabla.
- e) Halla el calcio promedio en sangre de los pacientes.
- f) Determina la clase modal y la clase mediana.
- g) Representa los resultados obtenidos en un histograma.

5. Se realiza una encuesta a varias personas, sobre el tiempo promedio diario que dedican a la lectura. La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos.

Selecciona cuál de las siguientes proposiciones es la verdadera.

- a) ___ 55 personas leen menos de 30 minutos.
- b) ___ El tiempo promedio de lectura de los encuestados es de media hora.
- c) ___ La clase modal y la mediana coinciden.
- d) ___ Tres de cada cuatro encuestados leen más de 45 minutos, como promedio.

Cant. de minutos	F.A.
$0 < x \leq 15$	15
$15 < x \leq 30$	40
$30 < x \leq 45$	20
$45 < x \leq 60$	25

6. La siguiente tabla muestra la velocidad, en millas por hora, de los lanzamientos realizados por un pitcher relevista en un juego de béisbol. Marca con una X la proposición correcta.

- a) ___ El 75% de los lanzamientos tuvieron una velocidad superior a las 90 m/h.
- b) ___ La velocidad promedio del lanzador fue 88 m/h.
- c) ___ Se registraron algunos lanzamientos de 100 m/h.
- d) ___ La frecuencia relativa de la cuarta clase es 0,4.

Velocidad (m/h)	Cant. de lanzamientos
$80 \leq x < 85$	10
$85 \leq x < 90$	20
$90 \leq x < 95$	6
$95 \leq x < 100$	4

7. Al realizar el control, en una revisión médica, del ritmo cardíaco a varias personas, se han obtenido los siguientes resultados en pulsaciones por minuto. (Se considera normal un ritmo cardíaco de 60 a 100 pulsaciones por minuto).

- a) ¿Cuántas personas se controlaron?
- b) ¿Qué amplitud de clase se utilizó en la confección de la tabla?
- c) Halla la frecuencia relativa, en tanto por ciento, de la clase modal.
- d) Calcula la media del ritmo cardíaco de las personas controladas.

Pulsaciones por minuto	No. de personas
$46 \leq x \leq 59$	10
$60 \leq x \leq 73$	50
$74 \leq x \leq 87$	40
$88 \leq x \leq 101$	30
$102 \leq x \leq 115$	20

- e) Si ninguna persona tuvo 101 pulsaciones por minuto, ¿qué porcentaje de las personas controladas no tenía un ritmo cardíaco normal?

8. Se le ha aplicado una prueba contra reloj, de 50 preguntas, a varios estudiantes y se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla adjunta.

Selecciona cuál de las siguientes proposiciones es la verdadera.

- a) ___ El 8% de los estudiantes logró más de 30 respuestas correctas.
- b) ___ La media de las respuestas correctas fue exactamente 37.
- c) ___ Cuatro de cada veinticinco estudiantes respondió correctamente 20 preguntas o menos.
- d) ___ La frecuencia relativa de la clase mediana es 0,06.

No. de resp. correctas	No. de estudiantes
$1 \leq x \leq 10$	6
$11 \leq x \leq 20$	10
$21 \leq x \leq 30$	4
$31 \leq x \leq 40$	20
$41 \leq x \leq 50$	60

9. La siguiente tabla muestra el consumo, en kWh, en los apartamentos que hay en un edificio durante un mes.

- a) ¿Cuántas apartamentos hay en el edificio?
- b) ¿Cuál fue el consumo promedio de los apartamentos durante ese mes?
- c) Si el plan de consumo para cada apartamento era hasta 200 kWh, ¿qué porcentaje de ellos incumplió con su plan?
- d) Halla la frecuencia relativa de la clase modal.
- e) Di la amplitud de clase utilizada.

Consumo	No. de apartamentos
$50 < x \leq 100$	2
$100 < x \leq 150$	8
$150 < x \leq 200$	5
$200 < x \leq 250$	3
$250 < x \leq 300$	2

10. La siguiente tabla muestra las temperaturas, en grados Celsius, registradas en una ciudad a las 5:00 p.m., durante 30 días.

10.1. Clasifica la variable objeto de análisis en la tabla.

10.2. Completa los espacios en blanco.

- a) El límite superior de la primera clase es ____.
- b) El límite inferior de la cuarta clase es ____.
- c) La frecuencia absoluta de la tercera clase es ____.
- d) La frecuencia relativa, expresada en tanto por ciento, de la cuarta clase es ____.

Temperatura (°C)	F.A.
$0 \leq x < 5$	5
$5 \leq x < 10$	10
$10 \leq x < 15$	
$15 \leq x < 20$	3

10.3. Halla la temperatura media de la ciudad en ese mes, a esa hora.

10.4. Determina la clase modal.

11. La siguiente tabla muestra la estatura, en centímetros, de los 15 jugadores de un equipo de baloncesto.

Selecciona la respuesta correcta marcándola con una X.

- a) ☐ Existen dos modas.
- b) ☐ La estatura promedio es 1,87 m.
- c) ☐ La amplitud de clase es 110.
- d) ☐ La clase mediana es $190 \leq x < 200$.

Estatura (cm)	Cant. jugadores
$160 \leq x < 170$	2
$170 \leq x < 180$	2
$180 \leq x < 190$	4
$190 \leq x < 200$	5
$200 \leq x < 210$	

12. La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos, por un grupo de estudiantes, en la prueba de Matemática del IPVCE. Si se sabe que examinaron más de 50 estudiantes, pero menos de 100, selecciona cuál de las siguientes proposiciones es la verdadera.

- a) ☐ La frecuencia relativa de la tercera clase es $\frac{3}{20}$.
- b) ☐ La clase modal es la quinta clase de la tabla.
- c) ☐ Más del 50% de los examinados obtuvo notas por encima de 80 puntos.
- d) ☐ Suspendió un solo estudiante.

Rango de notas	Frecuencia relativa
$50 < x \leq 60$	$\frac{1}{40}$
$60 < x \leq 70$	$\frac{1}{4}$
$70 < x \leq 80$	
$80 < x \leq 90$	$\frac{1}{2}$
$90 < x \leq 100$	$\frac{3}{20}$

13. Como parte de la “Misión Milagro” se midió la vista a 200 personas en un pueblo de Bolivia. Se considera con agudeza visual normal, a las personas que tengan medidas de 0,7 a 1 y a los que tienen medidas por debajo de 0,7 se les diagnostica cataratas. La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos.

Diga si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. En el caso de las falsas, argumenta por qué lo son.

- a) ___ El 50% del total de personas fue diagnosticado con cataratas.
- b) ___ En la información brindada se aprecian dos clases modales.
- c) ___ Tres de cada cuatro personas tiene su visión normal.
- d) ___ La clase mediana en esta distribución es la tercera.
- e) ___ La amplitud de cada clase es 1.
- f) ___ La marca de clase de la cuarta clase es 0,85.

Medida	Cant. de personas
$0,5 \leq x < 0,6$	20
$0,6 \leq x < 0,7$	
$0,7 \leq x < 0,8$	70
$0,8 \leq x < 0,9$	50
$0,9 \leq x < 1,0$	30

14. Se realiza una encuesta a varias personas suscritas a una revista, para ver el rango de edades de los lectores. La siguiente tabla muestra los resultados.

14.1) Completa los espacios en blanco de la tabla.

14.2) Completa:

- a) La variable analizada se clasifica en cuantitativa _____.
- b) La amplitud de clase es _____.
- c) El límite inferior de la segunda clase es _____.
- d) El límite superior de la cuarta clase es _____.
- e) La clase modal es _____.
- f) La clase mediana es _____.

Rango de edades	Cant. de personas	F.R. (%)
$15 \leq x \leq 20$	12	0,12
$21 \leq x \leq 26$	24	0,24
$27 \leq x \leq 32$	30	
$33 \leq x \leq 38$		0,22
	12	0,12

14.3) Calcula la edad promedio del equipo.

15. El Índice de Masa Corporal (IMC), es un parámetro que se utiliza en la medicina para estudiar el peso ideal de las personas, según su talla y su peso. Se calcula utilizando la fórmula:

$$\text{IMC} = \frac{p}{t^2}, \text{ donde } p \text{ es el peso, en kilogramos, y } t \text{ la talla, en metros.}$$

Una persona cuyo IMC esté por debajo de 18,5, es considerada con bajo peso y de 25 en adelante, se considera con sobrepeso.

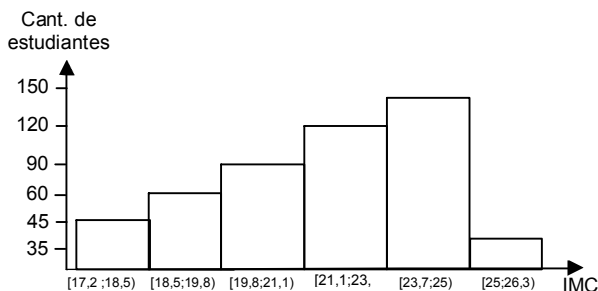
La directora de una Secundaria Básica orientó a sus profesores entregar un informe, con el IMC de cada estudiante de su grupo. Al recoger los informes, se construyó la siguiente tabla con los resultados generales de la escuela.

a) ¿Cuántos estudiantes tiene la escuela?

b) ¿En cuántas clases se distribuyó la información?

c) ¿Cuál fue la amplitud de clase utilizada?

d) ¿Cuál es el IMC medio de los estudiantes?



e) Di cuál es la clase modal y la clase mediana.

f) ¿Qué parte de la matrícula tiene bajo peso? ¿Y sobrepeso?

g) ¿Qué tanto por ciento de la matrícula tiene un peso adecuado?

16. La bibliotecaria de una escuela ordena los libros de un estante, de acuerdo a la cantidad de páginas. El siguiente histograma recoge los resultados obtenidos por ella.

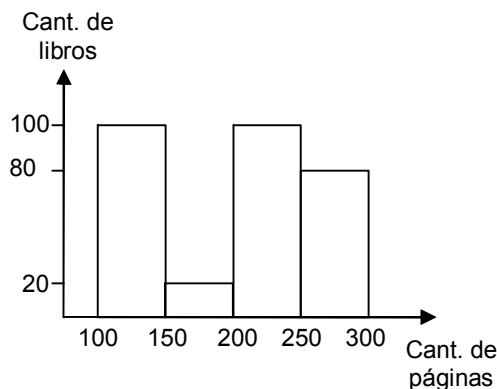
Nota: En el histograma se incluye, en cada clase, el límite inferior.

Marca con una X la proposición correcta.

a) ☐ Existen dos clases medianas en esta distribución.

b) ☐ 200 libros tiene la misma cantidad de páginas.

c) ☐ La cantidad de libros que tiene de 150 a 199 páginas, representa aproximadamente el 6,7% del total.



d) ☐ El estante tenía 200 libros.

17. Se han fabricado balones de fútbol de diferentes volúmenes. Al medirlos, en decímetros cúbicos, se registraron los resultados que muestra el histograma.

De las siguientes proposiciones, una es falsa.

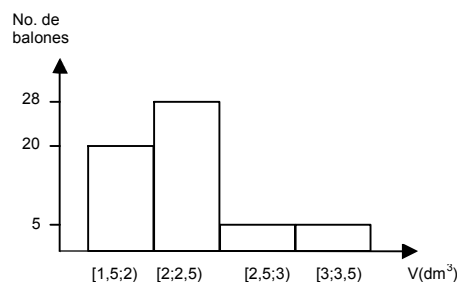
Márcala con una X y argumenta por qué es falsa.

a) ☐ El volumen promedio de los balones es aproximadamente $2,2 \text{ dm}^3$.

b) ☐ La clase modal es la misma que la clase mediana.

c) ☐ El 48%, del total de balones, tiene un volumen mayor o igual a 2 dm^3 .

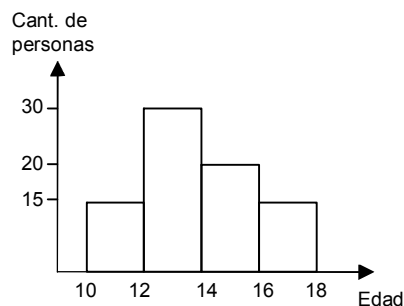
d) ☐ Se fabricaron 58 balones.



18. En el siguiente histograma se muestran los rangos de edades de varias personas que pertenecen a un Círculo de Interés de Ajedrez.

Selecciona la respuesta correcta marcándola con una X.

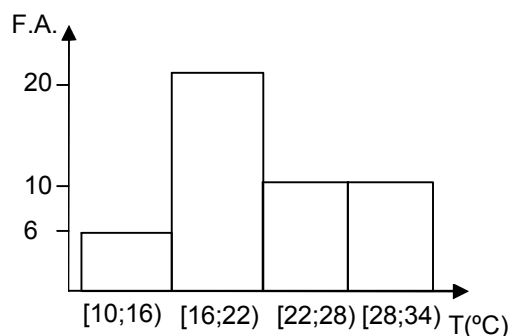
- a) ☐ Hay 30 personas con la misma edad.
- b) ☐ Hay dos clases modales.
- c) ☐ La edad promedio de las personas es aproximadamente 13,9 años.
- d) ☐ Pertenecen al Círculo de Interés 65 personas.



19. La gráfica muestra los rangos de temperaturas medidas en una ciudad, a la misma hora, durante varios días.

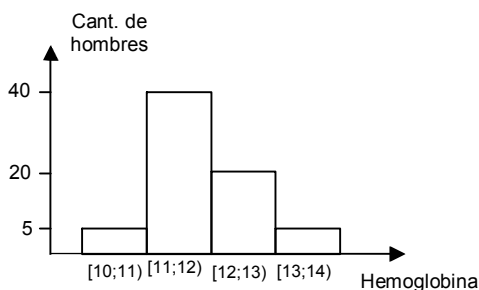
Selecciona la respuesta correcta marcándola con una X.

- a) ☐ La temperatura media en la ciudad, a esa hora, en la ciudad fue de 22°C.
- b) ☐ 10 veces se midieron 28°C de temperatura.
- c) ☐ Más del 40%, de las temperaturas medidas, fueron por encima de 22°C.
- d) ☐ La clase mediana es $22 \leq x < 28$.



20. En un laboratorio se realizan análisis de sangre a varios pacientes hombres, que se habían diagnosticado hace algún tiempo con anemia (hemoglobina por debajo de 11), para ver cómo habían evolucionado después del tratamiento indicado. La siguiente gráfica muestra los resultados de los análisis.

- a) ¿En cuántas clases se distribuyó la información?
- b) ¿Qué amplitud de clase se escogió?
- c) ¿A cuántos pacientes se le realizaron los análisis?
- d) ¿Qué parte de ellos persiste con la anemia?
- e) Determina la clase modal y la clase mediana de dicha información?
- f) ¿Cuál es la hemoglobina media de los pacientes que ya no tienen anemia?



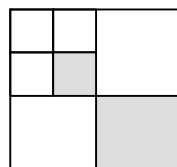
Capítulo 6

Ejercicios y problemas variados

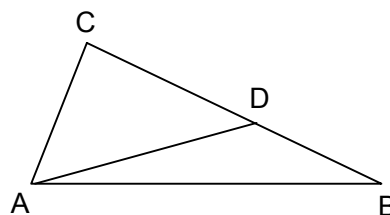
I. Completa los espacios en blanco:

1. El menor número natural que hay que adicionarle a 2 010 para obtener un cuadrado perfecto es _____ .
2. El menor número natural que es necesario adicionarle a 2010 para obtener un cubo perfecto es _____ .
3. El menor número natural que hay que adicionarle a 1 347 para obtener un número capicúa es ____ .
4. El menor número natural por el que se debe multiplicar a 420 para obtener un cuadrado perfecto es _____ .
5. El menor número natural por el que se debe multiplicar a 2 700 para obtener un cubo perfecto es _____ .

6. ¿Qué parte del cuadrado mayor representa el área sombreada?



7. En el $\triangle ABC$, sobre el lado $\overline{BC}$ se sitúa un punto D, tal que el $\angle DCA = \angle DAC$. Si el $P(\triangle ADB) = 25$ cm, $\overline{AB} = 13$ cm y $\overline{AC} = 5,0$ cm, entonces el perímetro del $\triangle ABC$ es igual a _____.



8. Si $a^2 + b^2 + c^2 = 91$ con $a, b, c \in \mathbb{N}$, entonces $a + b + c$ es igual a _____.

9. Los números naturales se escriben en filas de la siguiente forma:

1
 2 3
 4 5 6
 7 8 9 10
 11 12 13 14 15

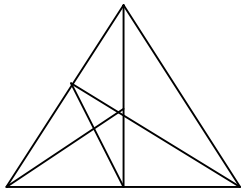
El número 2010 se encontrará en la fila número _____.

10. El menor número entero positivo que es igual a la suma de tres primos diferentes mayores que 20 es ____ .

11. En la siguiente sustracción deben aparecer cada uno de los diez dígitos.

$$\frac{\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \square \\ \hline \end{array}}{\square \square} - \frac{293}{586} = 0 \quad \text{La fracción que falta en el minuendo es ____ .}$$

12. La cantidad de triángulos en la figura es ____ .

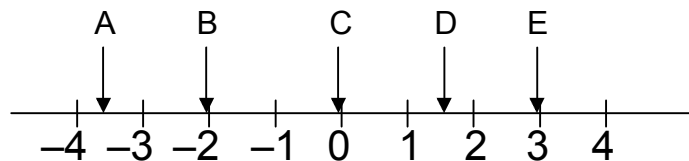


13. La quinta parte de 5^{2010} es ____ .

14. Si $n < 0$, entonces de los números $(3n)^2$, $3n^2$ y 3^n , el mayor es ____ .

15. El número que tiene 10 centenas 9 unidades más que 2 345 es ____ .

16. De los números señalados en la recta numérica, el de mayor valor absoluto es ____.



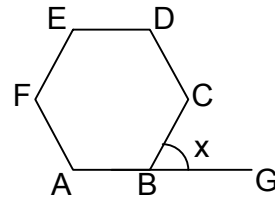
17. Un triángulo tiene lados $a = 42$ cm, $b = 35$ cm y $c = 18$ cm. El ángulo menor se encuentra entre los lados ____.

18. Por cada minuto que pasa, una araña estira su hilo 10 mm, pero luego el hilo se encoge 2 mm. Su hilo habrá sobrepasado los 3 metros, al cabo de ____ horas.

19. Si $2x - 6 = 1$, entonces el valor de $x - 3$ es ____ .

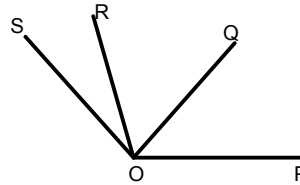
20. La siguiente figura, ABCDEF es un exágono regular. A, B y G puntos alineados.

El valor del ángulo x es _____.



21. En la figura, $\angle POR = 110^\circ$, $\angle QOS = 90^\circ$ y $\angle POS = 140^\circ$.

La medida del $\angle QOR$ es _____.



22. Dada la siguiente lista de números:

____ ; 6 ; 12 ; 20 ; 30 ; 42; ...

El número que falta al comienzo de la lista es _____.

23. El dígito de las decenas del número que se obtiene al calcular 11^{11} es _____.

24. Un enfermo debe tomar una aspirina cada media hora. El tiempo que necesita para tomar cuatro aspirinas es _____.

25. El total de las edades de un aula de p alumnos es $2p^3$ años. El promedio de las edades de los alumnos es _____.

26. El mayor número de partes en las cuales se puede dividir un círculo, al trazar tres rectas es _____.

27. En la siguiente figura, el número que falta en la tercera es _____.

1	2	3	2	2	3
3	9	3	15	2	?

28. Al numerar las páginas de un libro se utilizaron 249 dígitos, entonces el libro tiene _____ páginas.

29. El número que falta en la secuencia: 1, 1, 1, 3, 5, 9, 17, ____, 57, 105, 193, es _____.

30. El mayor factor primo de 2010 es _____.

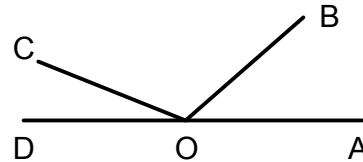
II. Marca con una X la respuesta correcta.

1. Los $\frac{3}{7}$ de los ahorros de una persona son \$21.00. ¿Cuánto dinero tiene ahorrado?

- a) ___ \$147.00 b) ___ \$9.00 c) ___ \$49.00 d) ___ \$12.00

2. El $\angle COB$ mide 120° y la amplitud del $\angle COD$ es la mitad de la del $\angle BOA$. ¿Cuánto mide el $\angle BOA$?

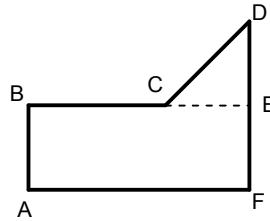
- a) ___ 90° c) ___ 60°
b) ___ 20° d) ___ 40°



3. En la figura, ABEF es un rectángulo y el $\triangle CDE$ es un triángulo isósceles.

$\overline{AB} = 100$ cm, $\overline{AF} = 3 \overline{AB}$, $\overline{BC} = 2 \overline{AB}$ y el perímetro de la figura es 9,41 m. La longitud de $\overline{CD}$ es:

- a) ___ 1,41 m c) ___ 2,41 m
b) ___ 0,41 m d) ___ 3,41m



4. $\overline{3a42b}$ un número de 5 dígitos. ¿De cuántas maneras es posible elegir los dígitos **a** y **b** para que dicho número sea divisible por 6?

- a) ___ 2 b) ___ 19 c) ___ 17 d) ___ 6

5. En un triángulo isósceles uno de los ángulos mide 22° . ¿Cuánto puede medir otro de los ángulos?

- a) ___ 78° b) ___ 80° c) ___ 136° d) ___ 158°

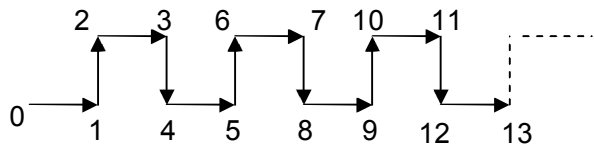
6. Ya Luis completó los $\frac{3}{5}$ de su álbum de sellos. Para llenar la cuarta parte de lo que le falta necesita 36 sellos. ¿Cuántos sellos, en total, lleva su álbum?

- a) ___ 76 b) ___ 360 c) ___ 180 d) ___ 144

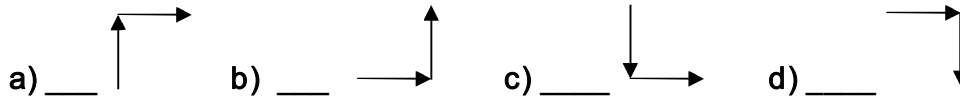
7. El perímetro de un cuadrado es tres veces el perímetro de otro cuadrado. ¿Cuántas veces el área del mayor es el área del cuadrado menor?

- a) ___ 9 b) ___ 2 c) ___ 3 d) ___ 6

8. Si el camino siempre sigue el mismo patrón:



¿Cuál es la sucesión de flechas que van del punto 425 al punto 427?

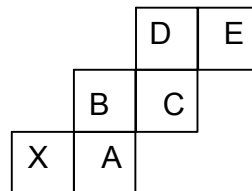


9. El número que se encuentra a la mitad entre $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{4}$ es:

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{7}{24}$ c) $\frac{5}{24}$ d) $\frac{5}{12}$

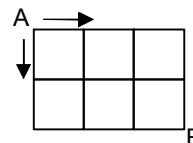
10. La siguiente figura se puede doblar de manera que se forme un cubo. ¿Cuál es la letra que queda en la cara opuesta a la cara marcada con x al formar el cubo?

- a) B c) C
b) D d) E



11. Un auto viaja del punto A al punto B. Si solo puede viajar hacia el sur o hacia el este. ¿Cuántas rutas distintas puede tomar?

- a) 10 c) 9
b) 8 d) 12

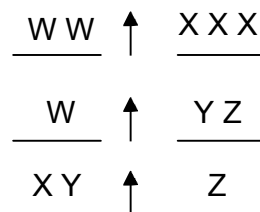


12. ¿Cuántos números primos distintos pueden formarse al tomar dos o tres dígitos consecutivos del número 123456789101112? (Recuerda que 1 no es primo)

- a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

13. El diagrama muestra la equivalencia entre las letras. ¿Cuántas Y se necesitan para balancear una Z?

- a) 4 c) 6
b) 3 d) 5



14. Los números 1, 2, 3, 4 y 5 se colocan en los cuadraditos de la figura, de modo que aparezcan una vez en cada fila, una vez en cada columna y una vez en cada diagonal.

El valor de **A + B** es:

- a) ____ 61 c) ____ 8
- b) ____ 9 d) ____ 7

1				
	2		5	
		3	A	1
				3
	3		1	B

15. Si al numerador y al denominador de $\frac{3}{7}$ se le suma el mismo número, se obtiene $\frac{3}{5}$.

El número que se sumó es:

- a) 2 b) 3 c) 10 d) 15

16. Después de realizar 4 exámenes mi promedio es 5 puntos. Para que mi promedio suba un punto, debo obtener en el siguiente examen:

- a) ____ 6 puntos b) ____ 8 puntos c) ____ 9 puntos d) ____ 10 puntos

17. Siete estudiantes, por turno, reciben una libreta. Cuando cada uno tiene 17 libretas ya no se pueden seguir repartiendo equitativamente, pero sobran libretas. El número de libretas que había para repartir es mayor que 100. Entonces el número de libretas puede ser:

- a) ____ 92 b) ____ 112 c) ____ 119 d) ____ 125

18. Se sabe que el número $\overline{a77b}$ es divisible por 12. Si a y b son distintos, entonces a + c puede valer:

- a) 3 b) 2 c) 7 d) 8

19. Sean a, b, c y d son cuatro dígitos distintos del conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Si la suma $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ es lo más pequeña posible, entonces $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ debe ser igual a:

- a) $\frac{27}{72}$ b) $\frac{17}{72}$ c) $\frac{26}{72}$ d) $\frac{25}{72}$

20. El dígito de las unidades de un producto de seis números enteros consecutivos es:

- a) 0 b) 2 c) 4 d) 6

21. ¿Para cuántos valores positivos de n ($n > 0$) la expresión $\frac{36}{n+2}$ es un entero?

- a) ___ 7 b) ___ 8 c) ___ 9 d) ___ 10

22. En una bolsa hay 9 bolas rojas, 7 blancas y 8 verdes. ¿Cuál es el menor número de bolas que hay que extraer para lograr 4 bolas del mismo color?

- a) ___ 8 b) ___ 9 c) ___ 12 d) ___ 10

23. ¿Cuántas maneras hay para escribir el número 20 como suma exacta de tres números primos?

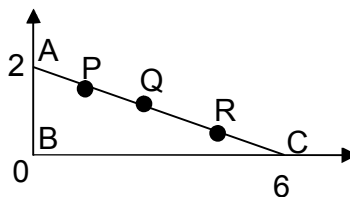
- a) ___ 0 b) ___ 1 c) ___ 2 d) ___ 3

24. Sean a , b y c son números positivos, tales que $ab = c$, $bc = 12$ y $b = 3c$. ¿Cuánto vale abc ?

- a) ___ 4 b) ___ 36 c) ___ 6 d) ___ 12

25. Los puntos P , Q y R dividen a $\overline{AC}$ en cuatro partes iguales y $A(0;2)$, $B(0;0)$ y $C(6;0)$. La pendiente de la recta que pasa por los puntos B y R es igual a :

- a) ___ $\frac{1}{3}$ c) ___ $\frac{1}{6}$
b) ___ $\frac{1}{9}$ d) ___ $\frac{1}{12}$



26. El área del triángulo determinado por las rectas cuyas ecuaciones son $y = x$, $y = -x$ y $y = 6$ es:

- a) ___ $24\sqrt{2} u^2$ b) ___ $12 u^2$ c) ___ $36 u^2$ d) ___ $24 u^2$

27. La suma de los cuadrados de tres números consecutivos cualesquiera es:

- a) ___ siempre impar c) ___ Nunca es divisible por 3
b) ___ siempre par d) ___ Nunca es divisible por 5

28. ¿Cuántos números de 10 dígitos que contienen solo ceros y unos son divisibles por 9?

- a) ___ 9 b) ___ 10 c) ___ 8 d) ___ 11

29. Un estudiante obtuvo calificaciones de 8,7 ; 8,3 y 8,8 en Matemática. ¿Cuánto tiene que sacar en la siguiente prueba para tener 8,5 de promedio con esas calificaciones?

- a) ___ 8,4 b) ___ 8,2 c) ___ 9 d) ___ 8,5

30. Si M es el 30% de Q, Q es el 20% de P y N es el 50% de P, entonces $\frac{M}{N}$ es igual a:

- a) ___ $\frac{3}{250}$ b) ___ $\frac{3}{25}$ c) ___ 1 d) ___ $\frac{6}{5}$

31. ¿Cuál de los siguientes números es el menor?

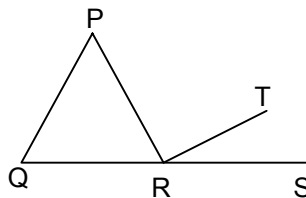
- a) ___ 0,0408 b) ___ 0,4008 c) ___ 0,048 d) ___ 0,04008

32. El valor numérico de $\frac{2}{5 - \frac{3}{2}}$ es:

- a) ___ $\frac{6}{7}$ b) ___ $\frac{1}{7}$ c) ___ $\frac{4}{7}$ d) ___ $\frac{3}{7}$

33. En la figura, Q, R y S son puntos alineados, $\angle Q = 46^\circ$, $\angle P = 52^\circ$ y el $\angle SRT = 25^\circ$. El $\angle x$ mide:

- a) ___ 52° c) ___ 73°
b) ___ 83° d) ___ 98°



34. Emmanuel cuenta hacia atrás, de 7 en 7, comenzando por el número 2010; de modo que nombra 2010, 2003, 1996,...

Uno de los números que nombrará Emmanuel es:

- a) ___ 1533 b) ___ 1534 c) ___ 1535 d) ___ 1536

35. La velocidad de un corredor de maratón es de 15 kilómetros por hora. Esta velocidad en metros por segundo se aproxima más a:

- a) ___ 4,1 b) ___ 4,2 c) ___ 4,3 d) ___ 4,4

36. Se suman cuatro números enteros impares consecutivos. Si el menor de ellos es $2m - 1$, entonces la suma es igual a:

- a) ___ $8m + 10$ b) ___ $8m + 2$ c) ___ $8m + 8$ d) ___ $8m + 3$

37. Se divide un rectángulo en rectángulos más pequeños como muestra la figura. Las áreas de los rectángulos pequeños son las indicadas. La figura no está a escala. El valor de x es:

- a) ___ 6 c) ___ 7
b) ___ 8 d) ___ 9

1	2	
	3	4
x		1

38. Una llave gotea a razón de una gota de agua por segundo. Se requieren de 6 000 de estas gotas para llenar un frasco con capacidad de 100 mililitros, la cantidad, en litros de agua, que se desperdicia en 300 días es:

- a) ___ 4320 b) ___ 43 200 c) ___ 432 000 d) ___ 432

39. Ana escribió un número de cuatro dígitos en una hoja, pero Claudia regó la tinta en la hoja y los dos últimos dígitos ya no se pueden ver. El número escrito es 86??

Si el número era divisible por tres, cuatro y cinco, entonces la suma de los dígitos que no se ven es:

- a) ___ 4 b) ___ 7 c) ___ 10 d) ___ 13

40. ¿Para cuántos números enteros positivos se cumple que $\frac{n+17}{n-7}$ es también entero positivo?

- a) ___ 6 b) ___ 7 c) ___ 8 d) ___ 9

41. ¿Cuál es el mayor resto posible cuando un número de dos dígitos se divide por la suma de sus dígitos?

- a) ___ 14 b) ___ 15 c) ___ 16 d) ___ 17

49. La línea recta que pasa por los puntos (16 ; 0) y (0 ; 10) también pasa por el punto (x ; 4). El valor de x es:

- a) $\frac{48}{5}$ b) $\frac{16}{5}$ c) 8 d) $\frac{32}{5}$

50. Se rotulan los vértices de un cubo de 1 a 8, de tal modo que los conjuntos de números que corresponden a los vértices de cada una de las seis caras son $\{1,2,6,7\}$, $\{1,4,6,8\}$, $\{1,2,5,8\}$, $\{2,3,5,7\}$, $\{3,4,6,7\}$ y $\{3,4,5,8\}$. El vértice rotulado con el número 6 está más alejado del vértice rotulado con el número:

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 7

51. Un comité de 6 personas se escoge de entre 8 estudiantes y 6 profesores, de modo que contenga al menos 3 estudiantes y al menos 2 profesores. El número de formas en que se puede lograr esto es:

- a) 1 120 b) 7 560 c) 840 d) 2170

52. En una competencia de Matemática que contenía 30 problemas, Danny recibió 12 puntos por cada solución correcta y Perdió 7 puntos por cada solución incorrecta. Cada problema que no resolvió le aportó 0 puntos. ¿Cuántas soluciones correctas obtuvo Danny, si su puntaje final fue 209?

- a) 17 b) 18 c) 19 d) 20

53. Para que se cumpla la igualdad $6,2 ? 3,1 - 22 + 6(\frac{3}{2} + 2) = 1$, se debe reemplazar el signo de interrogación entre el 6,2 y el 3,1 por:

- a) + b) - c) . d) :

54. Cuando son las 10:00 a.m., el ángulo menor que forman las manecillas del reloj mide:

- a) 30° b) 45° c) 60° d) 75° e) 90°

55. ¿Cuál de los siguientes tríos de números no suman 1?

- a) $(\frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{6})$ b) $(2 ; -2 ; 1)$ c) $(0,1 ; 0,3 ; 0,6)$
d) $(1,1 ; -2,1 ; 1,0)$ e) $(-\frac{3}{2} ; -\frac{5}{2} ; 5)$

56. Un jardín rectangular tiene 50 m de largo por 10 m de ancho está protegido con una cerca de madera. Para agrandarlo, lo convierten en un jardín cuadrado y se usa la misma cerca para protegerlo. La diferencia entre el área del jardín rectangular y el jardín cuadrado es:

- a) ___ 100 m^2 b) ___ 200 m^2 c) ___ 300 m^2 d) ___ 400 m^2 e) ___ 500 m^2

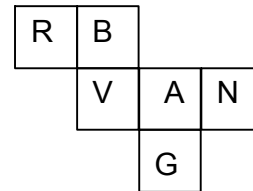
57. En una autopista, la tercera salida está localizada a 40 km del punto donde comienza la autopista y la décima salida está localizada a 160 km del comienzo.

Hay una cafetería localizada a las tres cuartas partes de la distancia entre la tercera salida y la décima. La distancia entre el punto donde comienza la autopista y el punto donde está localizada la cafetería es:

- a) ___ 90 km b) ___ 100 km c) ___ 110 km d) ___ 120 km e) ___ 130 km

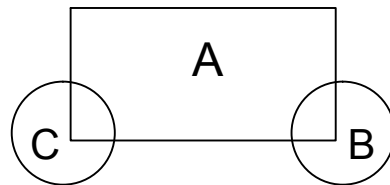
58. Se colorean seis cuadrados por ambas caras del mismo color. Luego los cuadrados son unidos por visagras como se muestra en la figura, R: rojo, B: blanco, V: verde, A: azul, N: naranja y G: gris. Luego se doblan las visagras para formar un cubo. El color de la cara opuesta a la cara de color gris es:

- a) ___ B b) ___ V c) ___ N
d) ___ R e) ___ A



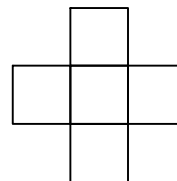
59. En un parque se plantan flores como se muestra en la figura. En la plantación A hay 500 matas, en la B, hay 450 y en la C, hay 350. Las plantaciones A y B tienen 50 matas en común, mientras que las plantaciones A y C tienen 100 matas en común. El número total de matas en las tres plantaciones es:

- a) ___ 850 b) ___ 1 000 c) ___ 1 150
d) ___ 1 300 e) ___ 1 450



60. Cada uno de los cinco números 1, 4, 7, 10 y 13 se coloca en uno de los cinco cuadrados del diagrama, de tal modo, que la suma de los tres números en la fila (horizontal) sea igual a la suma de los tres números en la columna (vertical). El mayor valor que puede tener esa suma es:

- a) ___ 20 b) ___ 21 c) ___ 22
d) ___ 24 e) ___ 30



61. La razón entre el número de juegos ganados y el de perdidos del equipo Industriales, en una Serie Nacional, es $\frac{11}{4}$. El tanto por ciento de juegos perdidos, redondeado al porcentaje entero más próximo es:

- a) ___ 24 b) ___ 27 c) ___ 36 d) ___ 45 e) ___ 73

62. La edad promedio de los 40 miembros de un coro es 17 años. Hay 5 adultos y 35 menores de edad, de los cuales hay 20 hembras y 15 varones. Si la edad promedio de las hembras es 15 años y la edad promedio de los varones es 16 años, entonces la edad promedio de los adultos es:

- a) ___ 26 b) ___ 27 c) ___ 28 d) ___ 29 e) ___ 30

63. Un examen de Matemática tiene 75 problemas: 10 de Aritmética, 30 de Álgebra y 35 de Geometría y para estar aprobado, el estudiante necesita responder correctamente el 60% del total de problemas. Laura respondió correctamente el 70% de los problemas de Aritmética, el 40% de los problemas de Álgebra y el 60% de los de Geometría, sin embargo, su nota en el examen fue menos que 6 puntos (sobre un total de 10). ¿Cuántas preguntas más debía responder correctamente Laura para obtener una nota de 6?

- a) ___ 1 b) ___ 5 c) ___ 7 d) ___ 9 e) ___ 11

64. En un pueblo se pueden cambiar tres pescados por dos panes, y un pan por cuatro libras de arroz. ¿Cuántas libras de arroz hay que dar por un pescado?

- a) ___ $\frac{3}{8}$ b) ___ $\frac{1}{2}$ c) ___ $\frac{3}{4}$ d) ___ $2\frac{2}{3}$ e) ___ $3\frac{1}{3}$

65. Cuando se divide 2009^{2010} por 5, el resto es :

- a) ___ 4 b) ___ 3 c) ___ 2 d) ___ 1 e) ___ 0

66. Sean A, B y C números enteros positivos distintos, tales que $A \cdot B \cdot C = 2001$. El mayor valor que puede tener la suma $A + B + C$ es:

- a) ___ 23 b) ___ 55 c) ___ 99 d) ___ 111 e) ___ 671

67. $2000 \cdot 2000^{2000}$ es igual a:

- a) ___ 2000^{2001} b) ___ 4000^{2000} c) ___ 2000^{4000}
d) ___ $4\,000\,000^{2000}$ e) ___ $2000^{4\,000\,000}$

68. Cada día Mario resuelve el 20% de los ejercicios que contiene una guía. Al finalizar el segundo día, le quedaban 33 ejercicios por resolver. ¿Cuántos ejercicios tiene la guía?

- a) ___ 40 b) ___ 50 c) ___ 55 d) ___ 60 e) ___ 75

69. M y N son los puntos medios de los lados $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$ de un $\triangle PAB$. Si trazamos una recta por el punto P, paralela al lado $\overline{AB}$, y desplazamos el punto P sobre dicha recta, ¿cuál de las siguientes cantidades varía?

- a) ___ La longitud de $\overline{MN}$. c) ___ El perímetro del $\triangle PAB$.
b) ___ El área del $\triangle PAB$. d) ___ El área del trapecio ABNM.

70. En un concurso de Matemática a nivel de escuela, participaron las dos quintas partes de los estudiantes de 8vo grado y las cuatro quintas partes de los de 9no grado. Si la cantidad de participantes de 8vo grado fue igual a la cantidad de participantes en 9no grado, ¿cuál de las siguientes proposiciones es la verdadera?

- a) ___ El número total de participantes en 9no grado es cinco veces el número de participantes en 8vo grado.
b) ___ El número total de participantes en 9no grado es el doble del número de participantes de 8vo grado.
c) ___ Hay igual cantidad de estudiantes en 8vo y 9no grados.
d) ___ El número total de participantes en 8vo grado es el doble del número de participantes de 9no grado.
e) ___ El número total de participantes en 8vo grado es cinco veces el número de participantes en 9no grado.

71. Se seleccionan dos números primos diferentes entre 4 y 18. Luego se resta la suma de los dos números de su producto. ¿Cuál de los siguientes números podría ser el resultado?

- a) ___ 21 b) ___ 60 c) ___ 119 d) ___ 180 e) ___ 231

72. Las figuras siguientes están formadas por cuadraditos iguales, sin superponerse. Si se continúa ese patrón, ¿cuántos cuadraditos habrá en la figura 100?

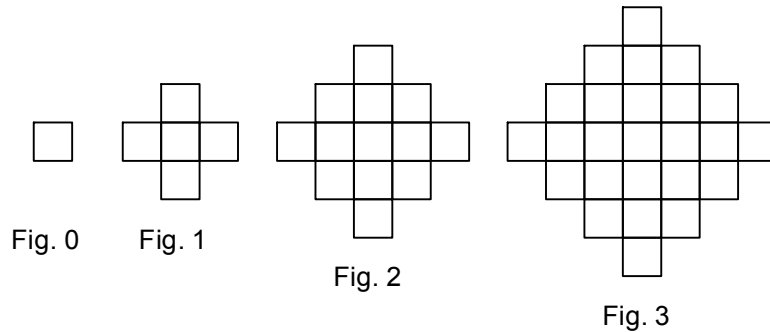
a) ___ 10 401

b) ___ 19 801

c) ___ 20 201

d) ___ 39 801

e) ___ 40 801



73. El profesor de matemática aplicó un examen a 5 de sus estudiantes. Luego escribió al azar las notas obtenidas, en una “hoja electrónica” en la computadora, que hallaba la nota promedio después de que se escribiera cada nota. El profesor se dio cuenta que, después de escribir cada nota, el promedio calculado era siempre un número entero. Las notas de los estudiantes (dadas en orden ascendente) fueron 71, 76, 80, 82 y 91. La última nota que el profesor escribió en la hoja “electrónica” fue:

a) ___ 71

b) ___ 76

c) ___ 80

d) ___ 82

e) ___ 91

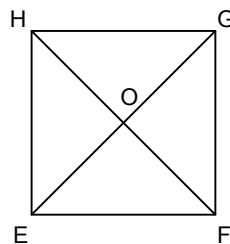
74. En el cuadrado EFGH, O punto de intersección de sus diagonales. De las siguientes afirmaciones la falsa es:

a) ___ $\triangle EOF = \triangle EOH$.

b) ___ $\triangle GHO = \triangle GHF$.

c) ___ $\triangle EFH = \triangle EGH$.

d) ___ $\triangle EOF = \triangle GOH$.



75. En un grupo de 7mo grado, 16 estudiantes cumplen años durante la primera mitad del año y 14 cumplen años durante la segunda mitad. ¿Qué parte del grupo cumple años durante la primera mitad del año?

a) ___ $\frac{14}{30}$

b) ___ $\frac{14}{16}$

c) ___ $\frac{16}{14}$

d) ___ $\frac{16}{30}$

e) ___ $\frac{30}{16}$

76. Juan obtuvo 78, 76 y 74 puntos en las tres pruebas de ingreso al IPVCE, mientras María obtuvo 72, 82 y 74 puntos. ¿Cómo estuvo la nota promedio de Juan comparada con la nota promedio de María?

- a) ___ La de Juan fue un punto más alto.
- b) ___ La de Juan fue un punto más bajo.
- c) ___ Las dos notas promedios fueron iguales.
- d) ___ La de Juan fue dos puntos más alto.
- e) ___ La de Juan fue dos puntos más bajo.

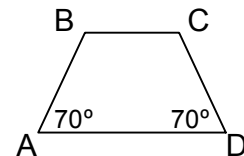
77. En una obra de teatro, $\frac{3}{25}$ de las personas en el público eran niños. Esto representa un:

- a) ___ 12%
- b) ___ 3%
- c) ___ 0,3%
- d) ___ 0,12%

78. Si n es un número entero negativo, ¿cuál de estos números es el más grande?

- a) ___ $3 + n$
- b) ___ $3 \cdot n$
- c) ___ $3 - n$
- d) ___ $3 : n$

79. En la figura, ABCD es un trapecio. GHIJ es otro trapecio, igual al ABCD, donde el ángulo cuyo vértice es G y el ángulo cuyo vértice es J miden 70° cada uno. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones podría ser la verdadera?



- a) ___ $\overline{GH} = \overline{AB}$.
- b) ___ El ángulo cuyo vértice es H es un ángulo recto.
- c) ___ Todos los lados del trapecio GHIJ tienen igual longitud.
- d) ___ El perímetro de GHIJ es tres veces el perímetro de ABCD.
- e) ___ El área de GHIJ es menor que el área de ABCD.

80. ¿En cuál de estos pares de números, el número 2,25 es mayor que el primer número, pero menor que el segundo número?

- a) ___ 1 y 2
- b) ___ 2 y $\frac{5}{2}$
- c) ___ $\frac{5}{2}$ y $\frac{11}{4}$
- d) ___ $\frac{11}{4}$ y 3

81. Gabriel tiene el doble de libros que Juan y Luis tiene 6 libros más que Juan. Si Juan tiene x libros, ¿cuál de las siguientes opciones representa el número total de libros que tienen los tres niños?

- a) $3x + 6$ b) $3x + 8$ c) $4x + 6$ d) $5x + 6$ e) $8x + 2$

82. Unos palillos se ordenan como se muestra en las figuras:

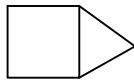


Figura 1



Figura 2



Figura 3

Si se continúa la misma secuencia, ¿cuántos palillos se usarían para hacer la Figura 10?

- a) 30 b) 33 c) 36 d) 39 e) 42

83. Al calcular $\frac{3x}{7} - \frac{x}{7}$ se obtiene:

- a) $\frac{2}{7}$ b) 3 c) $2x$ d) $\frac{x}{7}$ e) $\frac{2x}{7}$

84. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la menor cantidad de tiempo?

- a) 1 día b) 20 horas c) 1 800 minutos d) 90 000 segundos

85. Dos tercios de las personas presentes al comienzo de una reunión son hombres. Nadie se va, pero llegan a la reunión 10 hombre y 10 mujeres más. Se puede afirmar que:

- a) Hay más hombres que mujeres en la reunión.
b) Hay la misma cantidad de hombres que mujeres en la reunión.
c) Hay más mujeres que hombres en la reunión.
d) Con esa información, no se puede concluir si hay más mujeres o más hombres.

86. ¿En qué opción los números están ordenados de mayor a menor?

- a) 0,233 ; 0,3 ; 0,32 ; 0,332 b) 0,3 ; 0,32 ; 0,332 ; 0,233
c) 0,32 ; 0,233 ; 0,332 ; 0,3 d) 0,332 ; 0,32 ; 0,3 ; 0,233

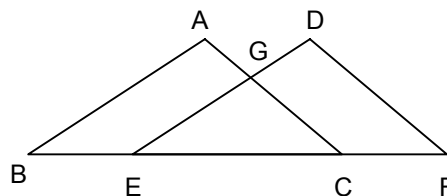
87. El resultado de calcular $\frac{3}{5} + \left(\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{15}\right)$ es:

- a) $\frac{3}{51}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{6}{25}$ d) $\frac{11}{25}$ e) $\frac{17}{25}$

88. En la figura, los triángulos ABC y DEF son iguales y $\overline{BC} = \overline{EF}$. B, E, C y F puntos alineados, G punto de intersección de $\overline{ED}$ y $\overline{AC}$ y $\angle B = 40^\circ$ y $\angle F = 64^\circ$.

La medida del $\angle EGC$ es:

- a) 20° b) 40° c) 60°
d) 80° e) 100°



89. ¿Qué fracción de una hora ha transcurrido entre la 1:10 a.m. y la 1:30 a.m.?

- a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{4}$

90. Un alambre fino de 20 cm de largo se dobla para formar un rectángulo. Si el ancho de dicho rectángulo es 4 cm, su largo será:

- a) 5 cm b) 6 cm c) 12 cm d) 16 cm

91. Los cuatro dígitos 9; 1; 4 y 5 deben ordenarse de mayor a menor para formar un número de cuatro dígitos. Los mismos cuatro dígitos deben luego ordenarse de menor a mayor para formar otro número de cuatro dígitos. La diferencia entre los dos números resultantes es:

- a) 3 726 b) 4 726 c) 8 082 d) 8 182 e) 8 192

92. Sean los pares ordenados (3 ; 6) , (6 ; 15) , (8 ; 21)

¿Cuál de las siguientes alternativas describe cómo obtener el segundo número de cada par a partir del primero?

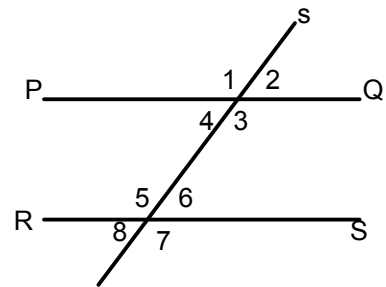
- a) Sumarle 3.

- b) ___ Restarle 3.
- c) ___ Multiplicarlo por 2.
- d) ___ Multiplicarlo por 2 y luego sumarle 3.
- e) ___ Multiplicarlo por 3 y luego restarle 3.

93. Al construir una nueva carretera, el tiempo que emplea un auto en viajar de un pueblo a otro se reduce de 25 minutos a 20 minutos. ¿En qué porcentaje disminuye el tiempo que toma viajar entre los dos pueblos?

- a) ___ 4%
- b) ___ 5%
- c) ___ 20
- d) ___ 25%

94. En la figura, PQ y RS son paralelas y s secante. De las siguientes opciones, ¿qué par de ángulos suman 180°?



- a) ___ $\angle 5$ y $\angle 7$
- b) ___ $\angle 1$ y $\angle 5$
- c) ___ $\angle 3$ y $\angle 6$
- d) ___ $\angle 1$ y $\angle 7$
- e) ___ $\angle 2$ y $\angle 8$

95. Dos de los lados de un triángulo miden 6,4 dm y 7,2 dm de longitud. El tercer lado puede medir:

- a) ___ 8,6 dm
- b) ___ 136 cm
- c) ___ 1,4 m
- d) ___ 7 120 mm

96. Para que la ecuación $x^2 + bx + 100 = 0$ tenga exactamente una solución, el valor de b debe ser:

- a) ___ 0
- b) ___ 10
- c) ___ 20
- d) ___ 100
- e) ___ 50

97. Al calcular el valor de a en la expresión $|a| = \frac{1}{3} + \frac{15^{41}}{25^{20} \cdot 3^{42}}$ se obtiene:

- a) ___ 2
- b) ___ - 2
- c) ___ - 2 y 2

98. Las representaciones gráficas de las funciones lineales $f(x) = -3x + 6$ y $g(x) = -6x + 12$:

a) ___ son paralelas b) ___ se cortan en un punto c) ___ son coincidentes

99. Sea la expresión $5x^2 - 4x + c$. Determina cuál de los valores siguientes puede tomar c , para que la expresión dada tenga factorización.

a) ___ 4 b) ___ - 1 c) ___ - 2 d) ___ $\frac{5}{4}$

100. Si $2^a = 4^b$, entonces se cumple que:

- a) ___ a es el doble que b .
- b) ___ b es el doble que a .
- c) ___ a es el cuádruplo de b .
- d) ___ b es el cuádruplo de a .

101. Si $0 < x < y < 1$, al comparar x^{-1} con y^{-1} se cumple que:

a) ___ $x^{-1} > y^{-1}$ b) ___ $x^{-1} < y^{-1}$ c) ___ $x^{-1} = y^{-1}$

102. Un científico está comparando la masa de cuatro moléculas registradas en la tabla.

Se puede afirmar que la molécula más pesada es la de:

- a) ___ Sal.
- b) ___ Agua Pura.
- c) ___ Ácido Clorhídrico.
- d) ___ Hidróxido de Potasio.

Moléculas	Masa (kg)
Sal	$9,350 \cdot 10^{-28}$
Agua Pura	$2,879 \cdot 10^{-26}$
Ácido Clorhídrico	$5,832 \cdot 10^{-22}$
Hidróxido de Potasio	$8,976 \cdot 10^{-24}$

103. La solución del sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + y &= 1 \\ -0,25x &= 3y - 8 \end{aligned}$$

es: a) ____ (2 ; 0) c) ____ (- 4 ; 3)

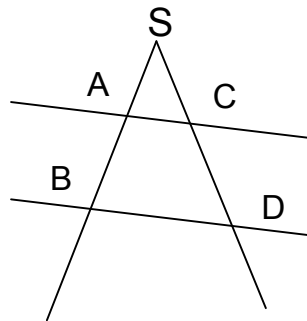
 b) ____ (0 ; $\frac{8}{3}$) d) ____ (4 ; - 3)

104. Si n y p son números impares, ¿cuál de las siguientes expresiones tiene que ser par?

- a) ____ np b) ____ $n + p$ c) ____ $np + 2$ d) ____ $2n + p$

105. En la figura, $\overline{SB}$ y $\overline{SD}$ son semirrectas de origen común S cortadas por las rectas AC y BD , tal que $\overline{SA} = 0,2\text{dm}$ y $\overline{SB} = 0,6\text{dm}$. Entonces para que se cumpla que $AC \parallel BD$ debe cumplirse que $\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}}$ sea:

- a) ____ 3 b) ____ $3, \overline{3}$
- c) ____ $\frac{1}{3}$ d) ____ $\frac{3}{10}$



106. Si $A = 2^{x+1} + 2^{x+1}$ entonces es igual a:

- a) ____ 2^{2x+2} b) ____ 2^{x+2} c) ____ 4^{x+1} d) ____ 4^{2x+2}

107. Al sumar dos números enteros de igual valor absoluto pero de distinto signo, se obtiene siempre:

- a) ____ un número entero positivo b) ____ cero c) ____ un número entero negativo

108. Al resolver la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$, se obtienen dos soluciones x_1 y x_2 tales que $x_1 \cdot x_2 = 1$. Podemos afirmar que:

- a) ____ $b = 0$ b) ____ $a = c$ c) ____ $a = b$

109. La igualdad literal $ax^2 + bx = cx^2 + dx$ en la que $a = c$ y $b \neq d$, es:

- a) ___ una ecuación cuadrática b) ___ una identidad
c) ___ una ecuación de primer grado cuya solución es $x = 0$

110. La diagonal de un rectángulo mide 20 cm y la base excede a la altura en 4,0 cm. El área del rectángulo es:

- a) ___ 80 cm^2 b) ___ 150 cm^2 c) ___ 192 cm^2

111. La mamá le dio a Regina \$2,20 distribuidos en 20 monedas de a 20 centavos y de a 5 centavos. Si a representa la cantidad de monedas de 20 centavos y b la cantidad de monedas de 5 centavos, ¿cuál de los siguientes sistemas de ecuaciones representa la situación descrita?

- | | |
|---|---|
| a) ___
$\begin{array}{l} a + b = 20 \\ 0,25ab = 2,20 \end{array}$ <hr/> | c) ___
$\begin{array}{l} a + b = 20 \\ 0,20a + 0,5b = 2,20 \end{array}$ <hr/> |
| b) ___
$\begin{array}{l} a + b = 20 \\ 0,20a + 0,05b = 2,20 \end{array}$ <hr/> | d) ___
$\begin{array}{l} a + b = 2,20 \\ 0,20a + 0,05b = 20 \end{array}$ <hr/> |

112. Si utilizamos para pesar sólo 4 pesas, las cuales tienen 1 kg, 2 kg, 4 kg y 8 kg, ¿cuál de los siguientes pesos no se puede obtener en una balanza?

- a) ___ 16 b) ___ 15 c) ___ 7 d) ___ 5

113. Si $(a + b)$ es la mitad de p , entonces la mitad de $(p + 2b)$ es igual a:

- a) ___ $a + 2b$ b) ___ $a + b$ c) ___ $a + \frac{b}{2}$ d) ___ $\frac{a}{2} + b$

III. En los siguientes ejercicios solo una de las proposiciones es verdadera, márcala con una X.

1. a) ☐ El conjunto numérico más restringido al que pertenece $0,\overline{36}$ es al de los racionales.
b) ☐ La correspondencia definida de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{Z}$, que cada número natural asocia su opuesto es una función.
c) ☐ 12 hombres pueden realizar un trabajo en 30 días. Para realizarlo en 18 días, trabajando a igual ritmo, se necesitarían 8 hombres.
d) ☐ Si dos triángulos son iguales, la razón entre sus perímetros es igual a cero.
2. a) ☐ El número 2,36 tiene tres décimas.
b) ☐ El producto de tres números enteros positivos consecutivos siempre es múltiplo de seis.
c) ☐ La correspondencia definida de $\mathbb{Q}$ en $\mathbb{Q}$, que a cada número racional le hace corresponder su recíproco es una función.
d) ☐ 3 cm, 8 cm y 12 cm pueden ser las longitudes de los lados de un triángulo escaleno.
3. a) ☐ -2 es un subconjunto de los números enteros.
b) ☐ En un triángulo isósceles las cuatro rectas notables, relativas al lado desigual, coinciden.
c) ☐ Las representaciones gráficas de las funciones lineales $f(x) = -2x + 3$ y $g(x) = 2x + 3$, son paralelas.
d) ☐ Una llave averiada derrama 120 gotas de agua en tres minutos. Si mantiene el mismo goteo, en 5 horas derramará 200 gotas.
4. a) ☐ La suma de tres números enteros positivos consecutivos es siempre múltiplo de 3.
b) ☐ $64^{20} > 9^{60}$.
c) ☐ La correspondencia de $\mathbb{N}$ en $\mathbb{N}$, que a cada número natural asocia sus divisores es una función.
d) ☐ $-8 \notin \mathbb{Z}$.

5. a) ☐ 2^{-n} , con n entero, es un número positivo cuando $n < 0$ y negativo cuando $n > 0$.
- b) ☐ Si los triángulos ABC y MNP tienen sus tres ángulos interiores respectivamente iguales, entonces son iguales.
- c) ☐ El número 23 875 430 es divisible por 30.
- d) ☐ Dado $A = \{10; -12; 0; 0,5; 3; \sqrt[3]{-8}; \frac{5}{2}; -2^2\}$. El subconjunto de A , cuyos elementos sean números enteros no negativos, es $\{0; 3; 10\}$.
6. a) ☐ La única solución de la ecuación $|x| - 3 = 2$ es $x = 5$.
- b) ☐ Las diagonales de un trapecio son iguales.
- c) ☐ El 10% de 30 es igual al 30% de 10.
- d) ☐ El rombo es un cuadrado.
7. a) ☐ $\{-3\}$ es un subconjunto de los números enteros.
- b) ☐ $x^2 + 9$ se factoriza en $(x + 3)(x - 3)$.
- c) ☐ Todo los triángulos isósceles son equiláteros.
- d) ☐ Las tres quintas partes de 70 es 52.
8. a) ☐ La mitad de 2^{2010} es 1^{1005} .
- b) ☐ El máximo común divisor de 12, 18 y 54 es 6.
- c) ☐ El cero de la función lineal de f , cuya ecuación es $f(x) = 2x - 6$, es el par $(3; 0)$.
- d) ☐ Dos triángulos con un lado y dos ángulos respectivamente iguales, son iguales.
9. a) ☐ La función lineal $f(x) = \frac{4x-1}{2}$ tiene pendiente igual 4.
- b) ☐ $N \in \mathbb{Z}$.
- c) ☐ En un triángulo isorectángulo, los ángulos agudos miden 45° .
- d) ☐ El número 3 275 tiene dos centenas.

10. a) ☐ La ecuación $x^2 - 3x - 7 = 0$, no tiene solución en el conjunto de los números reales.

b) ☐ El valor numérico de la expresión $\frac{3}{a^2 + b}$, para $a = 2$ y $c = -4$, no se puede calcular.

c) ☐ Al expresar 3 540 000 en notación científica se obtiene $0,354 \cdot 10^7$.

d) ☐ En una escuela con 350 estudiantes de matrícula, cuatro de cada siete son hembras. Por lo que se puede afirmar que hay 200 varones.

11. En la figura, A, B y E puntos alineados, D punto de $\overline{CB}$, $\overline{AD}$ altura relativa al lado $\overline{CB}$ en el $\triangle ABC$ y el $\angle C = \angle ABC$.

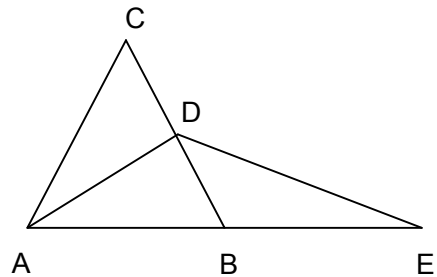
Se puede afirmar que:

a) ☐ $\overline{AD}$ es mediana relativa a $\overline{CB}$ en el $\triangle ABC$.

b) ☐ $\overline{DB}$ es mediana relativa a $\overline{AE}$ en el $\triangle ADE$.

c) ☐ El $\angle ADE$ es agudo.

d) ☐ $\angle ABC = \angle BDE$ por ser alternos entre paralelas.



12. En el paralelogramo MNPQ, R punto de $\overline{MN}$ y $\overline{QR}$ es la bisectriz del $\angle MQP$.

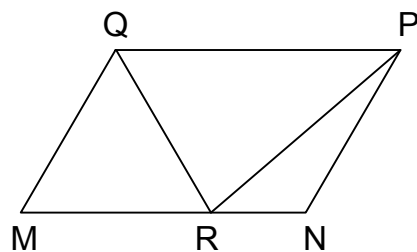
Se puede afirmar que:

a) ☐ $\overline{MR} = \overline{RN}$.

b) ☐ El $\triangle MQR$ es isósceles de base $\overline{QR}$.

c) ☐ El área del $\triangle MQR$ es igual al área del $\triangle QRP$.

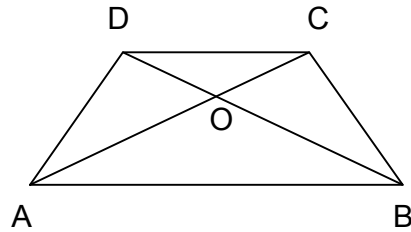
d) ☐ $\overline{PR}$ es la bisectriz del $\angle QPN$.



13. En la figura, ABCD trapecio de bases $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$, las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{DB}$ se cortan en O.

Se puede afirmar que:

- a) ☐ $\overline{AC} = \overline{DB}$.
- b) ☐ Los triángulos ADO y OCB son iguales.
- c) ☐ El área del $\triangle ADB$ es igual al área del $\triangle ACB$.
- d) ☐ $\angle DAC = \angle ACB$ por alternos entre paralelas.



14. Si -5 se multiplica por un número mayor que 1, entonces el resultado obtenido es:

- a) ☐ Un número entre -5 y 5.
- b) ☐ Un número mayor que 5.
- c) ☐ Un número menor que -5 .
- d) ☐ Un número mayor que -5 .

15. a) ☐ El mayor número entero que tiene menos de 50 unidades de millar, es par y múltiplo de tres es 49980.

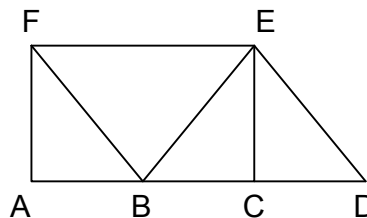
b) ☐ Si un móvil demora x horas en recorrer una distancia d con una velocidad constante de $\frac{2y}{5}$ km/h entonces para recorrer esa misma distancia con una velocidad constante de $1,2y$ km/h, necesita $\frac{1}{3}x$ horas.

c) ☐ La correspondencia definida de R en Q que asocia a cada elemento del conjunto de partida su opuesto en el conjunto de llegada es una función.

d) ☐ El 5 es un subconjunto de los números naturales.

IV. En los siguientes ejercicios una de las proposiciones es falsa, márcala con una X y argumenta por qué es falsa.

1. En la figura, ACEF rectángulo. A, B, C y D puntos alineados y el $\triangle EBF$ es isósceles de base $\overline{EF}$.



a) ☐ $\overline{EC}$ es la altura relativa al lado $\overline{BD}$ en el $\triangle BDE$.

b) ☐ $\overline{EC}$ es la mediana relativa al lado $\overline{BD}$ en el $\triangle BDE$.

c) ☐ $\angle EFB = \angle FBA$.

d) ☐ El área del polígono ABEF representa el 75% del área del rectángulo ACEF.

2. a) ☐ En todo triángulo, la distancia que hay de un vértice al lado opuesto es la altura relativa a dicho lado.

b) ☐ $A(-\frac{2}{3}; -1)$ es un punto de la gráfica de la función lineal $f(x) = 0,5x - \frac{2}{3}$.

c) ☐ La suma de números naturales impares consecutivos siempre es un cuadrado perfecto.

d) ☐ Una potencia de base positiva y exponente negativo, es negativa.

3. a) ☐ Si dos triángulos son iguales, la razón entre sus áreas es igual a 1.

b) ☐ El producto de 2010 números negativos es negativo.

c) ☐ La mitad de las dos terceras partes de 27 es igual a 9.

d) ☐ El mínimo común múltiplo de 12, 18 y 54 es igual a 108.

4. a) ☐ Todos los triángulos rectángulos son iguales.

b) ☐ La suma de números impares siempre da como resultado un número par.

c) ☐ El número 42 875 es un cubo perfecto.

d) ☐ Todo cuadrado es un rombo.

5. a) ___ El número 9 604 es un cuadrado perfecto.

b) ___ $-2^2 + 2^{-1} = -3,5$.

c) ___ Para todo número a y b entero positivo, se cumple que $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$.

d) ___ Un triángulo obtusángulo tiene un solo ángulo obtuso.

6. a) ___ El mayor número primo de dos dígitos es el 97.

b) ___ Todo triángulo equilátero, es también isósceles.

c) ___ $32,5 \text{ cm}^2 = 3,25 \text{ dm}^2$.

d) ___ En la siguiente lista: 8; -3 ; 5; 2; -6 ; 4; x, para que la media sea igual a 1, el valor de x debe ser -3.

7. a) ___ Sean m y n números enteros positivos. En la lista de datos:

$m ; 2m ; n ; 3m ; 0,5n$ y $\frac{3}{2}n$, la media es igual a $m + 0,5n$.

b) ___ El producto de cinco números enteros positivos consecutivos, siempre es divisible por 10.

c) ___ $\left| \frac{1}{2} - \frac{5}{3} \right| = \frac{7}{6}$.

d) ___ Al calcular $(x - 2)^2 - x^2$, se obtiene como resultado - 4.

8. a) ___ $2x^3y^2 + 3x^4 - y^2 + 1$ es un polinomio de grado cinco.

b) ___ Al calcular el producto $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{2009}{2010}$, el resultado es 1.

c) ___ Si $0 < a < 1$, entonces a^{-1} es siempre mayor que cero.

d) ___ $2^{-8} : 2^{-9} = 2$.

9. a) ___ Una correspondencia de $N \rightarrow Q_+$, que a cada número natural le hace corresponder su mitad es una función.

b) ___ Con 4 lados de un cuadrado se puede construir un rombo.

c) ___ La solución de la ecuación $\frac{x}{3} + 3 = -1$ es $x = -1$.

d) ___ Las cuatro rectas notables relativas a cualquier lado de un triángulo equilátero coinciden.

10. a) ___ Si el perímetro de un cuadrado es 16 cm, entonces su área es $0,16 \text{ dm}^2$.

b) ___ Si una recta tiene pendiente positiva y otra tiene pendiente negativa, entonces se cortan en un punto.

c) ___ Si la razón entre **a** y **b** es 1,5, entonces el triplo de **b** es igual al 200 % de **a**.

d) ___ Dado $A = \{10; -12; 0; 0,5; 3; \sqrt[3]{-8}; \frac{5}{2}; -2^2\}$. El subconjunto de **A**, cuyos elementos sean números enteros positivos, es $\{0; 3; 10\}$.

11. a) ___ Si dos ángulos consecutivos de un cuadrilátero son rectos, entonces los otros dos también

b) ___ Si la solución de la ecuación $3x - n = 0$ es $x = \frac{4}{3}$, entonces $n = 4$.

c) ___ La tercera parte del cuadrado del triplo de un número, es igual al triplo de su cuadrado

d) ___ Si $A = n^{x+2} + n^{x+1}$, entonces $A = (n + 1)n^{x+1}$.

12. a) ___ Tres segmentos que miden 2,0 cm ; 2,0 cm y 5,0 cm forman un triángulo isósceles.

b) ___ Las diagonales de un trapecio isósceles son iguales.

c) ___ El cero de la función lineal de ecuación $f(x) = \frac{2x}{3} - 1$ es $x = 1,5$.

d) ___ Al efectuar $2,345\,467\,987 \cdot 10^9$ se obtiene un número natural.

Capítulo 7

Consolidación

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 1

1. Sean: $A = \frac{1 - \frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} + 6,24:3 - \sqrt{144}$ y $B = (x - 2)(x + 2) - (2x - 3)^2 + \frac{26x^2 + 2x^4}{2x^2}$

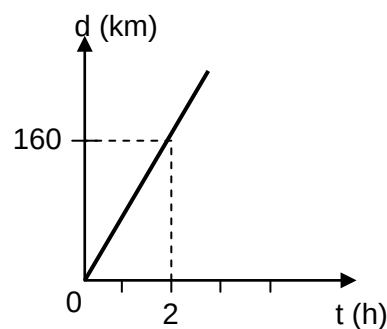
a) Calcula el valor numérico de **A** y di a qué conjunto numérico más restringido pertenece el resultado obtenido.

b) Calcula y simplifica la expresión **B**.

c) Factoriza completamente la expresión resultante de **B**.

2. Dos autos **A** y **B** parten de distintos lugares. La gráfica muestra la distancia recorrida, en kilómetros, por el auto **A** en función del tiempo, en horas.

a) Representa en la misma gráfica el recorrido de los primeros 190 km del auto **B**, que se describe a través de la ecuación $g(t) = 60t + 40$.



2.1. Completa los espacios en blanco.

a) La distancia que separaba a ambos autos al iniciar el recorrido era de _____.

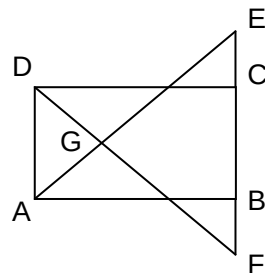
b) La distancia que separaba a ambos autos después de 2 horas de iniciado el recorrido era de _____.

c) La velocidad del auto **B** era de _____.

2.2. ¿Cuántas horas demoró el auto **B** en terminar su recorrido, si este era de 250 km?

3. En la figura:

- ABCD rectángulo,
- G puntos de intersección de $\overline{AE}$ y $\overline{DF}$,
- $\overline{GF} = \overline{GE}$,
- E, C, B y F puntos alineados.



a) Probar que $\overline{FB} = \overline{CE}$.

b) Si el $P(ABCD) = 20 \text{ cm}$, $\overline{AB} = 6,0 \text{ cm}$ y $\overline{FB} = 0,2 \text{ dm}$, halla el área del cuadrilátero AFED.

c) Prueba que $\overline{AE}$ es perpendicular a $\overline{DF}$ en el punto G.

4. Lázaro realizó las pruebas de ingreso de Matemática, Español e Historia a los Camilitos y obtuvo un promedio de 93 puntos. La nota de Matemática sobrepasó en 10 puntos a la de Español y esta, a su vez, fue menor en 5 puntos que la nota de Historia.

a) ¿Qué nota logró Lázaro en cada asignatura?

b) ¿Cuántos puntos más debía haber logrado en Español, para obtener 4 puntos más de promedio?

5. La tabla muestra el consumo eléctrico registrado en las viviendas de una cuadra, durante el mes de enero.

5.1. Completa los espacios en blanco.

a) En la cuadra hay ____ casas.

b) La amplitud de clase utilizada fue ____.

c) La clase modal es: _____.

d) La clase mediana es: _____.

Consumo (kWh)	No. de casas
$50 < x \leq 100$	1
$100 < x \leq 150$	10
$150 < x \leq 200$	3
$200 < x \leq 250$	7
$250 < x \leq 300$	4

5.2. Calcula el consumo promedio de las casas de la cuadra.

5.3. ¿Qué tanto por ciento de las casas de la cuadra, consumieron por encima de los 150 kWh?

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 2

1. Sean: $M = \frac{0,000000216}{36 \cdot 10000^{-2}}$ y $N = \frac{1}{25} - 0,8^2$.

a) Compara los valores numéricos de **M** y **N**.

b) Prueba que: $\frac{(m-4)^2 - 3m(m+1) + (m-16)}{-2m} = m + 5$

c) Factoriza completamente la expresión $8n^3 - 18n$.

2. Ana llevó al mercado una cesta con 140 flores entre Rosas y Girasoles para vender. Las Rosas las vendió a \$1,00 y los Girasoles a \$1,50. Al finalizar el día quedaron en la cesta 20 Rosas y 12 Girasoles y obtuvo por la venta \$132,00.

a) ¿Cuántas flores de cada tipo llevaba en la cesta?

b) ¿Qué parte del total de flores no pudo vender?

3. Tres autos salen al mismo tiempo hacia la meta situada a 200 km, siendo la representación gráfica de sus recorridos la indicada en la figura.

3.1. Marca con una X la respuesta correcta o completa el espacio en blanco según corresponda.

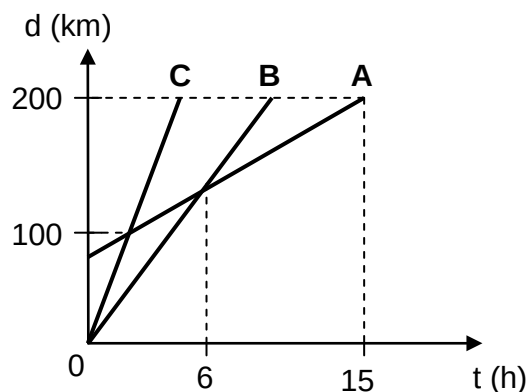
a) Llegó primero a la meta el auto:

___ **A** ___ **B** ___ **C**

b) La ecuación que describe el recorrido del auto **A** es:

___ $d = \frac{25}{3}t + 100$ ___ $d = \frac{25}{3}t$

___ $d = \frac{25}{3}t + 75$ ___ $d = \frac{40}{3}t$



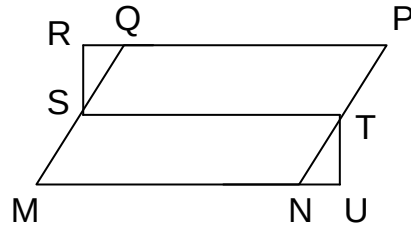
c) El auto **A** partió de la arrancada a una distancia de ___ km de los autos **B** y **C**.

3.2. Si los autos salieron a las 9:00 a.m., ¿a qué hora se encontraron los autos **A** y **C**?

3.3. ¿A los cuántos kilómetros de la salida se encontraron los autos **A** y **B**?

4. En la figura:

- $MNPQ$ paralelogramo,
- $\overline{ST}$ paralela media de $MNPQ$,
- $\overline{RS} \parallel \overline{TU}$,
- U y R puntos de las prolongaciones de $\overline{MN}$ y $\overline{PQ}$ respectivamente.



a) Prueba que $\triangle SRQ = \triangle NUT$.

b) Si el $\angle U = 90^\circ$, $\overline{MN} = 100$ mm, $\overline{RQ} = 2,0$ cm y el área del paralelogramo $MNPQ$ es 60 cm^2 , halla el área del $\triangle SRQ$.

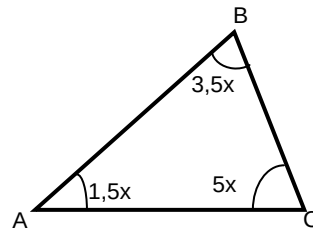
5. Selecciona la respuesta correcta en cada caso, señalando con una X sobre la raya. **(Solo una respuesta es correcta).**

5.1. En la siguiente lista de monomios: x , $2x^2$, $4x^3$, $8x^4$, ____, el término que sigue es:

- a) ____ $12x^5$ b) ____ $14x^5$ c) ____ $16x^4$ d) ____ $16x^5$

5.2. ¿Cuál es el valor de x en la figura?

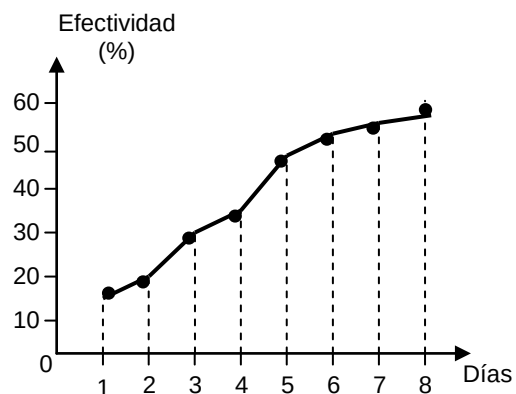
- a) ____ 10° b) ____ 18°
c) ____ 27° d) ____ 63°



5.3. Carlos ha estado practicando los tiros libres en la cancha de baloncesto de su escuela, durante varios días. La siguiente gráfica muestra los porcentajes de efectividad logrados por él cada día.

Se puede afirmar que:

- a) ____ Para el décimo día, Carlos alcanzará el 80% de efectividad.
b) ____ Carlos anotó un total de 60 tiros el día 8.
c) ____ La efectividad de Carlos mejoró mayoritariamente entre los días 7 y 8.
d) ____ La efectividad de Carlos mejoró mayoritariamente entre los días 4 y 5.



5.4. Un obrero puede empacar 3 cajas de revistas en $2\frac{1}{2}$ minutos con la ayuda de una máquina. A ese ritmo, ¿cuántas cajas pueden ser empacadas en 4 horas?

a) ____ 48 b) ____ 72 c) ____ 180 d) ____ 288

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 3

1. Sean: $A = (y - 3)(y + 3)$; $B = 2y + 1$ y $C = \frac{2p + 3}{p^2 - 4}$.

a) Sustraer el duplo de A del cuadrado de B .

b) Halla, si es posible, el valor numérico de C para $p = -2$. De no ser posible, argumenta tu respuesta.

c) Determina para qué valores enteros de x se anula la expresión

$$D = 2x^2 + x - 6.$$

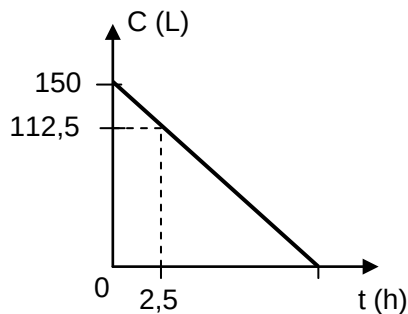
2. La siguiente gráfica muestra la cantidad de combustible que va quedando, en litros, en el tanque de una avioneta deportiva en función de las horas de vuelo.

a) ¿Cuánto combustible había consumido la avioneta a las dos horas y media de estar volando?

b) ¿Para cuántas horas tenía combustible la avioneta?

c) Si la avioneta despegó a las 8:45 a.m., ¿cuánto combustible le quedaba a la 1:15 p.m.?

d) Si la cantidad de combustible con que despegó la avioneta representaba el 80% de la capacidad de su tanque, ¿cuál es dicha capacidad?

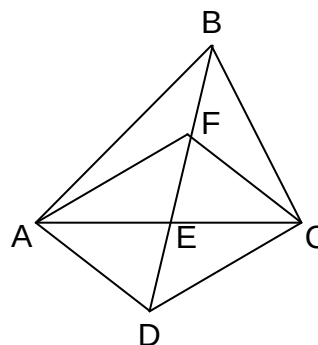


3. En la figura:

- $\overline{BE}$ es la mediana relativa a $\overline{AC}$ en el $\triangle ABC$,

- $\overline{FC} \parallel \overline{AD}$ y

- B, F, E y D puntos alineados.



3.1. Probar que ADCF es un paralelogramo.

3.2. Marca con una X la respuesta correcta.

a) Si el área del $\triangle ABE$ es de $8,0 \text{ dm}^2$, entonces el área del $\triangle ABC$ es igual a:

____ $8,0 \text{ dm}^2$ ____ $0,16 \text{ m}^2$ ____ $4,0 \text{ dm}^2$ ____ 16 cm^2

b) Si $\overline{BD} = 12 \text{ cm}$ y $\overline{FB} = 0,2 \text{ dm}$, entonces el valor de $\overline{DE}$ es:

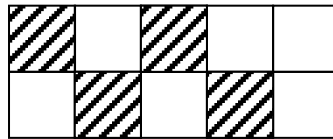
____ $5,0 \text{ cm}$ ____ $5,9 \text{ cm}$ ____ $5,99 \text{ cm}$ ____ 10 cm

4. Compré dos libros y pagué en total \$37,00. Si me hubiesen hecho un descuento del 25% en el precio de uno y de un 20% en el precio del otro, hubiese pagado \$8,00 menos.
- a) Halla el precio de cada libro.
- b) ¿Cuánto dinero me hubiese costado el libro de menor precio, de haberme hecho el descuento?

5. Selecciona la única respuesta correcta en cada caso, señalando con una X sobre la raya o completa el espacio en blanco según corresponda.

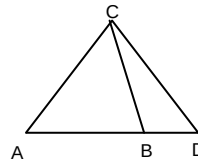
5.1) La razón entre los cuadraditos rayados y los no rayados es:

$\frac{3}{2}$ $\frac{2}{3}$
 $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$



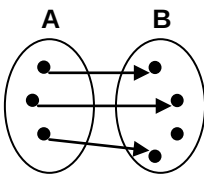
5.2) En la figura, el $\triangle ACD$ es equilátero y B un punto de $\overline{AD}$. Se puede afirmar que el $\triangle ACB$ es:

equilátero escaleno
 isósceles rectángulo

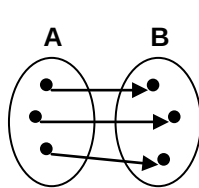


5.3) De las siguientes correspondencias la que no representa una función es:

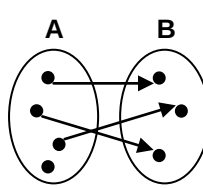
a)



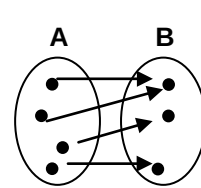
b)



c)



d)



5.4) El resultado de calcular la potencia $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ es:

a) 1,5 b) $\frac{2}{3}$ c) 1 d) $-\frac{2}{3}$

5.5) ¿Cuál es el número que ocupa la quinta posición en la siguiente secuencia?

$\frac{17}{4}$; $\frac{31}{8}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{25}{8}$;

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 4

1. Dadas las expresiones algebraicas: $M = 4x^3 - 8x^2 + 12x$ y $N = 2x$

a) Calcula y simplifica: $\frac{M}{N} - (x - 2)^2$

b) Halla el valor numérico de M para $x = -\frac{1}{2}$ y di entre qué dos números enteros consecutivos se encuentra el resultado obtenido.

c) Marca con una X la respuesta correcta.

Al factorizar completamente la expresión $x^3 + 5x^2 - 6x$, se obtiene:

___ $x(x + 2)(x - 3)$ ___ $x(x + 6)(x - 1)$ ___ $x(x - 6)(x + 1)$ ___ $x(x - 3)(x - 2)$

2. El largo de un terreno rectangular es el doble de su ancho disminuido en 6 kilómetros. Otro terreno, con forma triangular, tiene la misma longitud en sus lados iguales que la del largo del rectángulo y su lado desigual mide lo mismo que el ancho del rectángulo. El 75% del perímetro del terreno rectangular es menor en un kilómetro que el del terreno con forma triangular.

a) Halla la razón entre el perímetro del terreno triangular y el del rectangular.

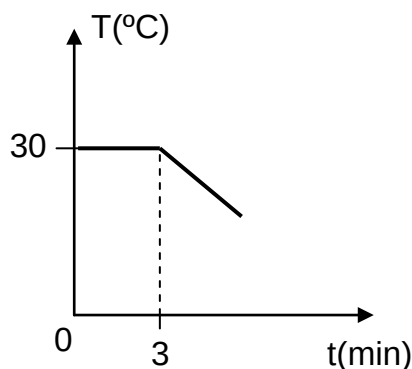
b) Si el 8% de la superficie del terreno rectangular no está sembrada aún, ¿qué cantidad de superficie está sembrada?

3. La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la temperatura, en grados Celsius, de una sustancia a partir de la 1:56 p.m.

3.1. Completa los espacios en blanco.

a) La temperatura inicial medida a la sustancia fue de: _____.

b) La temperatura de la sustancia no varió durante _____ segundos.



3.2. Marca con una X la respuesta correcta.

a) A partir de los 3 minutos, la sustancia se:

___ calienta ___ enfría

b) La ecuación que describe el comportamiento de la sustancia después de los tres minutos es:

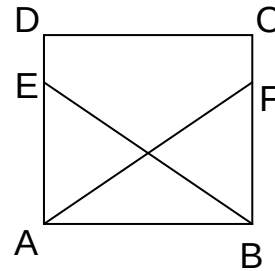
___ $T = -5t + 30$ ___ $T = 5t + 15$

___ $T = -5t + 45$ ___ $T = -3t + 30$

3.3. De mantener la temperatura de la sustancia el mismo comportamiento que tuvo a partir de los 3 minutos, ¿a qué hora alcanzará los 0°C ?

4. En la figura:

- ABCD cuadrado,
- E y F puntos de $\overline{DA}$ y $\overline{CB}$ respectivamente
- y $\angle DEB = \angle CFA$.



a) Prueba que el $\triangle EAB = \triangle ABF$.

b) Si $\overline{EB} = 100$ cm, $\overline{EA} = 6,0$ dm y el $P(\triangle EAB) = 24$ dm, calcula el 60% del área del cuadrado.

5. Marca con una X la respuesta correcta.

a) El diámetro de una célula tiene una longitud de 0,000 002 56 cm. Este número expresado en notación científica se escribe:

___ $2,56 \cdot 10^6$ cm ___ $0,256 \cdot 10^{-5}$ cm ___ $2,56 \cdot 10^{-6}$ cm ___ $256 \cdot 10^{-8}$ cm

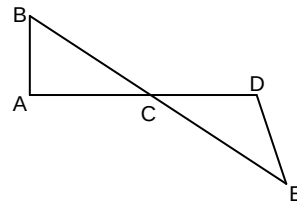
b) En la figura, $\overline{BA} \perp \overline{AD}$, $\triangle CDE$ isósceles de base $\overline{CE}$, C es el punto de intersección de $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$. Si el $\angle D = 120^{\circ}$, se puede afirmar que:

___ El $\triangle ABC$ es isósceles de base $\overline{BC}$.

___ El $\angle B$ mide el doble que el $\angle ACB$.

___ C es el punto medio de $\overline{AD}$.

___ Los ángulos A y D son alternos entre paralelas.



c) Un poste de 3 m proyecta una sombra de 1,5 m. Una persona de 2 m, a la misma hora, proyectará una sombra de:

___ 100 cm ___ 2,25 m ___ 1 dm ___ 10 m

d) Al representar gráficamente la función lineal de ecuación $y = 3x - 7$, se obtiene una recta paralela a la representación gráfica de la función lineal cuya ecuación es:

___ $y = -3x$ ___ $y = 5x - 7$ ___ $y = 3 - 7x$ ___ $y = \frac{6x+1}{2}$

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 5

1) a) Compara los números: $A = \frac{25^{30} \cdot 5^{40}}{5^{101}}$ y $B = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) : \frac{7}{3} - 0,3$

b) Sean: $M = 7 - 2x$; $P = \frac{x}{2}$ y $R = 2x - 4$

Halla la expresión N , si $M = N^2 - P \cdot R + 3$. Dar todas las posibilidades.

2. La mitad de la edad de un padre es menor en 15 años que la suma de las edades de sus dos hijos. La edad del hijo mayor es el 75% de la de su hermano, aumentado en 8 años y la edad del padre es el triplo que la del hijo menor disminuido en 6 años. ¿Qué tanto por ciento representa la edad del hijo menor con respecto a la de su padre?

3. En la figura aparecen representados los puntos A, B y C que son vértices de un paralelogramo ABCD.

a) Completa el espacio en blanco.
Las coordenadas del vértice D son:

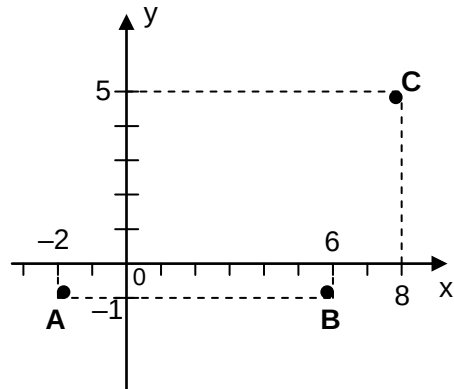
___ (-2;5) ___ (0;5) ___ (1;5) ___ (-1;5)

b) Representa gráficamente el punto D y completa el paralelogramo ABCD.

c) Escribe la ecuación de la función lineal cuya representación gráfica contiene a la diagonal $\overline{AC}$ del paralelogramo.

d) Verifica mediante cálculos si el punto $M(3 ; 2)$ está sobre la diagonal $\overline{AC}$ del paralelogramo.

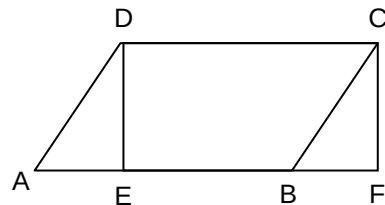
e) Calcula el área del paralelogramo ABCD.



4) En la figura:

- ABCD paralelogramo,
- DEFC rectángulo,
- A, E, B y F puntos alineados.

a) Prueba que el $\triangle ADE = \triangle BFC$.



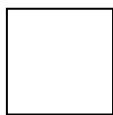
b) Si el $P(DEFC) = 28 \text{ cm}$, $\overline{BF} = 2,0 \text{ cm}$ y $\overline{EF} = 80 \text{ mm}$, calcula el área del cuadrilátero EBCD.

c) Si el $\angle A = 71,6^\circ$, calcula la amplitud del $\angle BCF$.

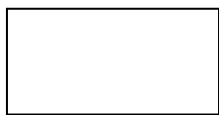
5. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.

5.1. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene más ejes de simetría?

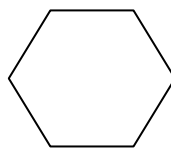
a) ____



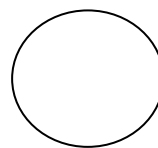
b) ____



c) ____



d) ____



5.2. ¿Cuál de las siguientes listas muestra los números ordenados de menor a mayor?

a) ____ $\frac{15}{16}$; $1\frac{1}{16}$; $1\frac{3}{32}$; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{8}$

c) ____ $\frac{15}{16}$; $1\frac{1}{16}$; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{32}$; $1\frac{3}{8}$

b) ____ $\frac{15}{16}$; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{8}$; $1\frac{1}{16}$; $1\frac{3}{32}$

d) ____ $1\frac{3}{8}$; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{3}{32}$; $1\frac{1}{16}$; $\frac{15}{16}$

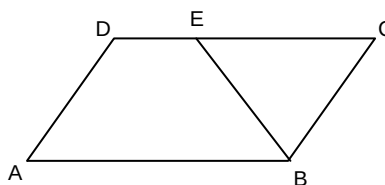
5.3. En el paralelogramo ABCD, E punto de $\overline{DC}$ y el $\triangle EBC$ es equilátero. Se puede afirmar que:

a) ____ El $\angle EBA$ mide 120° .

b) ____ $\overline{BE}$ es la bisectriz del $\angle ABC$.

c) ____ ABED es un paralelogramo.

d) ____ El $\angle D$ mide la mitad del $\angle A$.



5.4. En la siguiente gráfica se muestran los resultados obtenidos por un grupo de estudiantes en un Trabajo de Control Parcial de Matemática.

Escribe verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

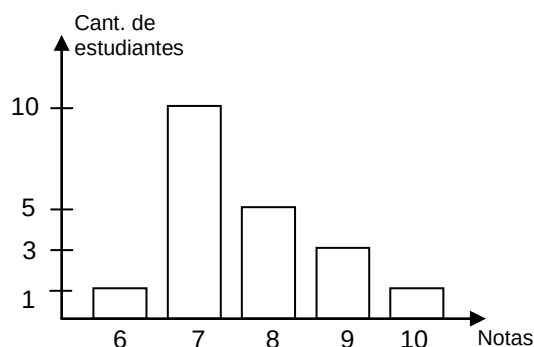
a) ____ Se examinaron 20 estudiantes.

b) ____ La moda de las notas es 10.

c) ____ La mediana es 8.

d) ____ El 45% de los estudiantes obtuvo más de 7 puntos.

e) ____ La nota promedio fue de 7,7 puntos.



TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 6

1. a) Halla el valor absoluto de el valor numérico de M, sabiendo que

$$M = \sqrt{0,01} - \frac{5^{30} \cdot 25^{-20}}{5^{-9}}$$

b) Halla los valores no negativos de x, para los cuales se cumple que:

$$(2x - 1)^2 - (3x + 1)(x - 2) = 5$$

2) Raúl y Javier realizaron el sábado tratamiento focal en varias casas de su zona. El duplo de la cantidad de casas visitadas por Javier excede en 25 a las visitadas por Raúl. El 60% de la cantidad de casas visitadas por Raúl es igual a las casas visitadas por Javier disminuido en 7. ¿Cuántas casas más visitó Raúl que Javier?

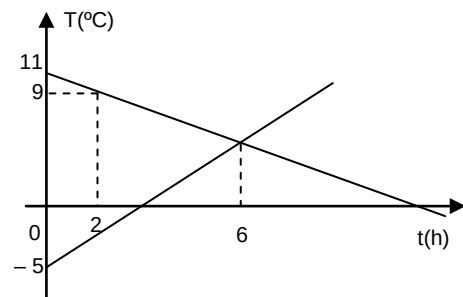
3) La gráfica muestra el comportamiento de la temperatura de dos sustancias, **A** y **B**, durante varias horas a partir de las 8:40 a.m.

a) Conociendo que la sustancia **A** se calienta, identifica cuál es su representación gráfica. Argumenta tu respuesta.

b) La ecuación que describe el comportamiento de la temperatura de la sustancia **A** es:

___ $T = \frac{5}{3}t - 5$ ___ $T = \frac{5}{3}t + 11$

___ $T = -\frac{5}{3}t + 11$ ___ $T = -\frac{5}{3}t - 5$



c) Determina cuál fue la temperatura común alcanzada por las sustancias durante el proceso.

d) ¿A qué hora la sustancia **B** alcanzó los 0°C?

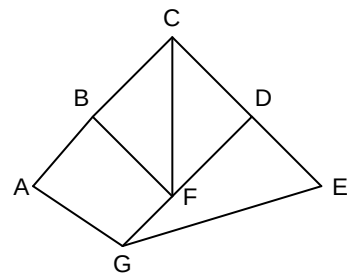
4. En la figura:

- $\overline{CF}$ bisectriz del $\angle BCD$, F punto de $\overline{GD}$,
- $\overline{FB} \perp \overline{AC}$, $\overline{GD}$ mediatriz relativa a $\overline{CE}$,
- B y D puntos de $\overline{AC}$ y $\overline{CE}$ respectivamente.

a) Prueba que $\overline{BF} = \overline{DF}$.

b) Si $\overline{GF} = \overline{DE}$, $\overline{GE} = 8,0$ cm, $\overline{FD} = 4,0$ cm y el $P(\triangle GDE) = 18$ cm, halla el área del cuadrilátero BFDC.

c) Si el $\angle BCD = 53^\circ$, halla la amplitud del $\angle BFG$.



5. Marca con una X la respuesta correcta o completa el espacio en blanco según corresponda.

5.1. ¿Para qué valor de n la expresión $(-1)^n$ da como resultado un número positivo?

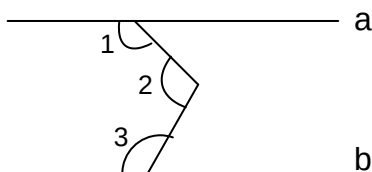
- a) ____ -1 b) ____ 2010 c) ____ 2009 d) ____ Ninguno de los anteriores.

5.2. Un equipo ha ganado 11 juegos y ha perdido 9. Para tener ganados las dos terceras partes del total de juegos jugados, debe ganar consecutivamente ____ juegos.

5.3. Ana, Wendy, y Cristóbal toman, cada uno, 2 pastillas de vitamina C cada día, mientras Gustavo toma una sola diaria. En un frasco hay suficientes pastillas para que alcancen 24 días exactamente. Si Gustavo decide tomar 2 pastillas diarias, entonces el frasco alcanzará solo para ____ días.

5.4. En la figura:

- a y b son paralelas,
- $\angle 1 = 100^\circ$,
- $\angle 2 = 120^\circ$.



El $\angle 3$ mide: ____.

5.5. Un profesor propone a sus alumnos encontrar la mayor diferencia posible entre las áreas de dos rectángulos, cuyo perímetro sea igual a 40 cm y su largo y ancho sean números enteros. La mayor diferencia encontrada será:

- a) ____ 100 cm^2 b) ____ 119 cm^2 c) ____ 81 cm^2 d) ____ 360 cm^2

5.6. El resultado de calcular $\frac{10^{20} - 10^{18}}{10^{18}}$ es:

- a) ____ 10^{20} b) ____ 99 c) ____ 100 d) ____ 10^{-16}

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 7

1. Sean: $A = x - 2$, $B = x - 1$, $C = x^2(x - 4)$ y $M = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{30} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-10}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{41}}$

a) Calcula y simplifica la expresión $D = \frac{(A^8)^2 \cdot B^{20}}{A^{15} \cdot B^{18}} - C$

b) ¿Cuántas décimas tiene el número que resulta al calcular el valor numérico de M ?

c) Selecciona cuál de las siguientes proposiciones es falsa. Argumenta tu respuesta.

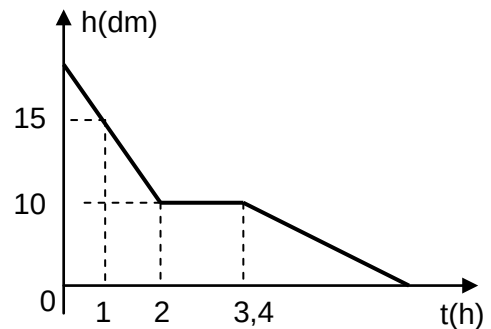
☐ $-2 \in \mathbb{Z}$
 ☐ $\mathbb{Q}_+ \subset \mathbb{Q}$
 ☐ $\frac{1}{2} \subset \mathbb{Q}_+$
 ☐ $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

2. La gráfica muestra cómo varía la altura del agua en un recipiente a partir de las 2:00 a.m.

a) Durante las primeras dos horas el recipiente se está vaciando o llenando. Argumenta.

b) ¿Cuál era la altura inicial del agua en el recipiente?

c) Marca con una X la respuesta correcta. La altura en el recipiente no varió durante:



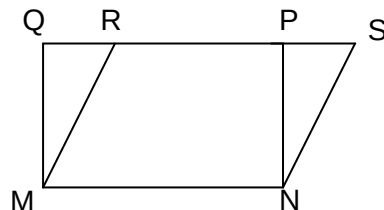
☐ 1 h y 4 min
 ☐ 1 h y 40 min
 ☐ 1 h y 24 min
 ☐ 3,4 h

d) Si la ecuación que describe la variación de la altura del agua en el recipiente durante el último tramo es $h = -\frac{5}{3}t + \frac{50}{3}$, ¿a qué hora se vació completamente?

3. La edad de Vania dentro de 6 años excede en 10 al 75% de su edad actual. ¿Qué edad tenía Vania hace 4 años?

4. En la figura:

- MNPQ rectángulo,
- Q, R, P y S puntos alineados.



4.1. Marca con una X cuál de las siguientes informaciones es necesario agregar a los datos del ejercicio, para probar que el $\triangle MQR = \triangle NPS$.

- a) ☐ R punto medio de $\overline{QP}$.
b) ☐ $\overline{MR} \parallel \overline{SN}$.
c) ☐ $\overline{MR}$ bisectriz del $\angle QMN$.
d) ☐ $\overline{SN} = \overline{NM}$.

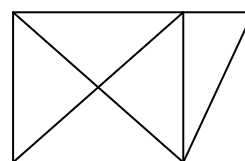
4.2. Demuestra la igualdad de los triángulos con la información seleccionada.

4.3. Si el $\angle QRM = 66^\circ$, halla la amplitud del $\angle MNS$.

5. Completa los espacios en blanco o marca con una X la respuesta correcta según convenga.

5.1. ¿Cuántos triángulos hay en la figura?

☐ 5 ☐ 10 ☐ 7 ☐ 9



5.2. ¿Cuál es el dígito de las unidades del número que se obtiene al calcular 3^{2100} ?

☐ 3 ☐ 9 ☐ 7 ☐ 1

5.3. Si $x_1 = -2$ es una de las soluciones de la ecuación $x^2 + bx - 8 = 0$, entonces el valor de b es:

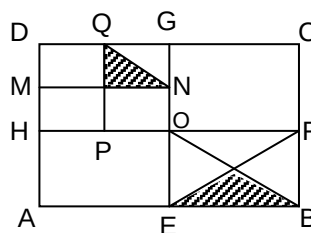
☐ 2 ☐ -2 ☐ -6 ☐ 6

y la otra solución de la ecuación x_2 es: _____.

5.4. En la figura:

- ABCD cuadrado,
- E, F, G y H puntos medios de sus lados,
- O punto de intersección de $\overline{HF}$ y $\overline{GE}$.
- M, P, N y Q puntos medios de los lados del rectángulo HOGD.

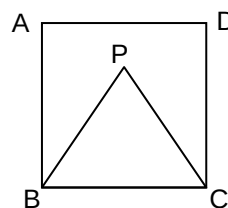
La superficie rayada representa _____ partes de la superficie total?



5.5. En la figura:

- ABCD cuadrado,
- P punto interior del cuadrado,
- $\triangle PBC$ equilátero.

El $\angle CPD$ tiene una amplitud de _____.



TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 8

1. Sean: $A = \frac{2 - \frac{1}{3}}{2\frac{2}{9}}$ y $B = (x^2 + y^2)^2 - x^3(x + 2) - (y^2)^2$

a) Marca con una X la respuesta correcta.

Al adicionar al valor numérico de **A** dos enteros y cinco centésimas, se obtiene:

___ 3,25 ___ 2,8 ___ 3,38 ___ 3,83

b) Di cuál es el grado del polinomio que resulta al calcular y simplificar la expresión **B**.

c) Factoriza completamente la expresión **C**, si $C = 2x^2y^4 - 10x^2y^2 + 8x^2$.

2. Un recipiente está lleno de agua y a las 9:50 a.m. comienza a vaciarse. La gráfica muestra la cantidad de agua, en litros, que va quedando en el recipiente.

2.1. Completa los espacios en blanco.

a) La capacidad del recipiente es de: ____.

b) No se extrajo agua durante ____ segundos.

2.2. Marca con una X la respuesta correcta.

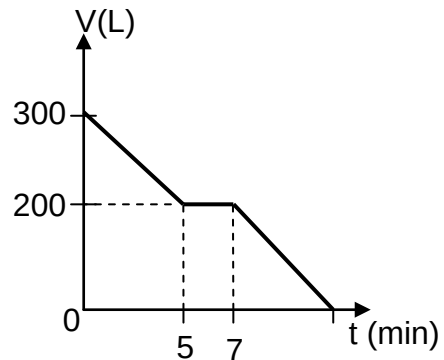
a) ¿Qué parte, de la cantidad total de agua, se extrajo durante los primeros 5 minutos?

___ $\frac{2}{3}$ ___ $\frac{1}{3}$ ___ $\frac{3}{2}$ ___ Ninguna de las anteriores

b) La ecuación que describe el proceso de extracción de agua durante los primeros 5 minutos es:

___ $C = 20t + 300$ ___ $C = -20t + 300$ ___ $C = -5t + 300$ ___ $C = -5t + 200$

2.3. ¿A qué hora se vació completamente el recipiente, si la ecuación que describe su proceso de vaciado a partir de los 7 minutos es $C = mt + 480$?



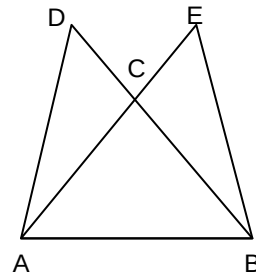
3. En una fábrica la producción en el segundo trimestre del año fue de 50 ventiladores más que la del primer trimestre. Sin embargo, en el tercer trimestre por problemas con las piezas, solo se produjo el 80% de lo logrado en el primer trimestre. Después de tres trimestres la fábrica había producido 1 730 ventiladores.

a) ¿Cuántos ventiladores se produjeron en cada trimestre?

b) Si el plan anual de producción de la fábrica era de 2 370 ventiladores, ¿qué tanto por ciento del plan falta por cumplir?

4. En la figura:

- $\triangle ABC$ isósceles de base $\overline{AB}$,
- C punto de intersección de $\overline{BD}$ y $\overline{AE}$,
- $\angle DAB = \angle EBA$.



a) Prueba que $\overline{AD} = \overline{BE}$.

b) Si el $\angle DAB = 80^\circ$, el $\angle EBC = 20^\circ$ y $\overline{AC} = 12$ cm, calcula el perímetro del $\triangle ABC$.

5. El siguiente histograma registra el rango de estaturas, en centímetros, de los 20 jugadores de un equipo de voleibol.

5.1. Traza la barra que falta.

5.2. Completa los espacios en blanco.

a) La clase modal es: ____.

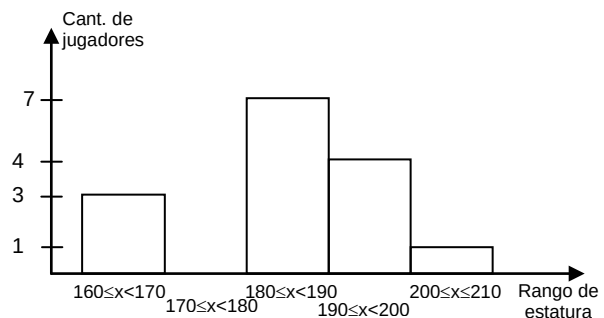
b) El límite inferior de la segunda clase es: ____.

c) La amplitud de clase utilizada es: ____.

d) El ____ % de los jugadores tiene 1,90 m o más de estatura.

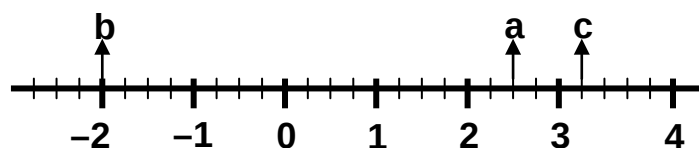
e) La clase mediana es: ____.

5.3. Calcula la media de la estatura de los jugadores.



TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 9

1. En la recta numérica se han representado el **0**, **a**, **b** y **c**. (Todas las subdivisiones son iguales).



1.1. **a)** Calcula el valor numérico de $d = a \cdot b + c$.

b) Representa en el rayo numérico el valor de **d** obtenido.

1.2. Determina a qué dominio más restringido pertenece la solución de la ecuación:

$$(x - 3)(x + 2) - 2(x + 5) = (x + 1)^2$$

1.3. Descompón completamente en factores la expresión $y^2(z - 2) - 9(z - 2)$.

2. La gráfica muestra la velocidad con que se mueve un móvil con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, medido a partir de las 10:05 a.m.

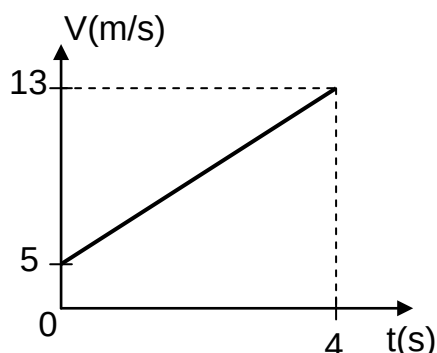
2.1. Completa los espacios en blanco.

a) La velocidad inicial medida al móvil fue de: ____.

b) La ecuación que describe la velocidad del móvil es:

a) ____ $V = 0,5t + 5$ **b)** ____ $V = -0,5t + 5$

c) ____ $V = -2t + 5$ **d)** ____ $V = 2t + 5$



2.2. ¿Qué velocidad tenía el móvil a las 10:08 a.m.?

2.3. ¿A qué hora el móvil alcanzará una velocidad de 25 m/s, de mantener su movimiento?

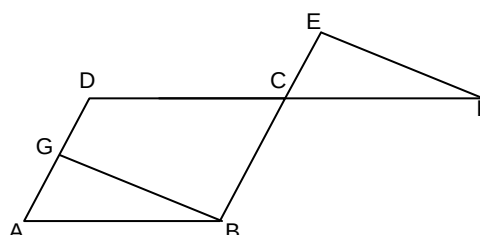
3. Pedro y Joel realizaron una competencia de recogida de sacos de naranja, la cual fue ganada por Pedro. El duplo de la diferencia de los sacos recogidos entre ambos, es igual a 24. Si Pedro hubiese recogido el 75% de los sacos que recogió y Joel 8 sacos menos, hubiesen quedado empatados.

a) ¿Cuántos sacos recogió cada uno?

b) ¿Qué parte del total de sacos recogidos correspondió al ganador?

4. En la figura:

- ABCD paralelogramo,
- G punto de $\overline{AD}$,
- B, C y E puntos alineados,
- C punto medio de $\overline{DF}$.



4.1. Marca con una X cuál de las siguientes informaciones es necesario agregar a los datos del ejercicio, para probar que el $\triangle AGB = \triangle CEF$.

- a) ☐ G punto medio de $\overline{AD}$.
- b) ☐ $\overline{EF} \parallel \overline{GB}$.
- c) ☐ $\overline{BG}$ bisectriz del $\angle ABC$.
- d) ☐ GBCE trapecio isósceles.

4.2. Demuestra la igualdad de los triángulos con la información seleccionada.

4.3. Si $\angle A + \angle GBA = 100^\circ$, halla la amplitud del $\angle GBC$.

4.4. Si el $P(ABCD) = 18$ cm, $\overline{BC} = 3,0$ cm y $\overline{EC} + \overline{EF} = 8,0$ cm, calcula el perímetro del $\triangle CEF$.

5. Selecciona la respuesta correcta en cada caso, señalando con una X sobre la raya o completa el espacio en blanco según convenga.

5.1. Dadas las siguientes proposiciones la verdadera es:

- a) ☐ El cuadrado de la suma de dos términos, es igual a la suma de los cuadrados de dichos términos.
- b) ☐ Una ecuación de segundo grado no tiene soluciones reales, si el discriminante es igual a cero.
- c) ☐ Un tanque se llena por tres llaves en 20 minutos. Si se utilizan cinco llaves, que vierten igual cantidad de agua que las anteriores, se llenará en 12 minutos.
- d) ☐ Los números irracionales son expresiones decimales finitas.

5.2. De una guía de Matemática, Luis resolvió el lunes la cuarta parte del total de ejercicios. El martes resolvió el 80% del resto y no pudo resolver 6 ejercicios. La guía tenía _____ ejercicios.

5.3. Sean: $A = 23\,107 \cdot 10^{20}$, $B = 0,000\,203 \cdot 10^{28}$, $C = 2\,323\,231 \cdot 10^{17}$ y $D = 0,023 \cdot 10^{27}$, el mayor de los valores numéricos es el de:

- a) ☐ A b) ☐ B c) ☐ C d) ☐ D

5.4. Sean $f(x) = -0,5x + 3$ y $g(x) = 5$, las ecuaciones de dos funciones lineales f y g.

Para que se cumpla la igualdad $g(2)^{f(6)} + 2A = -3$, A debe tomar valor:

- a) ☐ -1 b) ☐ -2 c) ☐ 2 d) ☐ $-\frac{3}{2}$

5.5. La tercera parte de 3^{2010} es:

- a) ☐ 1^{2010} b) ☐ 1^{670} c) ☐ 3^{2009} d) ☐ 3^{670}

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 10

1. Dadas las expresiones algebraicas:

$$\mathbf{A} = (3a - 1)^2 - 4a\left(\frac{1}{2}a + 3\right) ; \mathbf{B} = 2x^4z - 4x^2z - 16z \text{ y } \mathbf{C} = 3m^{-2} + mn + 1$$

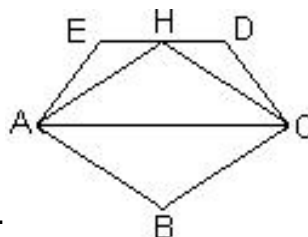
a) Calcula y simplifica la expresión **A**.

b) Descompón completamente en factores la expresión **B**.

c) Calcula el valor numérico de **C** para $m = 3$ y $n = -\frac{1}{9}$.

2. En la figura:

- ABCH rombo,
- ACDE, trapecio de bases $\overline{AC}$ y $\overline{ED}$,
- H punto medio de $\overline{ED}$.



a) Prueba que el trapezio ACDE es isósceles.

b) Si el $A(ABCH) = 24 \text{ dm}^2$, el $P(ACDE) = 19,2 \text{ dm}$, $\overline{AE} = 3,6 \text{ dm}$ y $\overline{ED} = 400 \text{ mm}$, halla la distancia del punto H al punto B.

3. En el sistema de coordenadas se ha representado la variación de la temperatura en una cámara refrigerada, desde las 12:00 M hasta las 8:00 PM.

T: Temperatura en grados Celsius.

t: tiempo transcurrido en horas.

3.1. Completa el espacio en blanco.

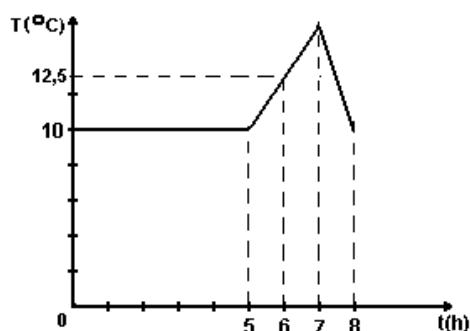
A las 6:00 PM la cámara refrigerada había alcanzado la temperatura de:

_____.

3.2. Selecciona la respuesta correcta situando una X sobre la raya.

a) La temperatura se mantuvo constante durante:

7 horas _____ 10 horas _____ 300 minutos _____ 7200 segundos _____



b) La ecuación de la función lineal que describe el aumento de la temperatura desde las 5:00 PM hasta las 7:00 PM es:

____ $T = 2,5t + 2,5$ ____ $T = 2,5t - 2,5$ ____ $T = -2,5t + 2,5$ ____ $T = -2,5t - 2,5$

3.3 Si a partir de las 8:00 PM la temperatura continuó descendiendo según la función cuya ecuación es $T = -5t + 50$. Determina mediante cálculos a qué hora la temperatura alcanzó 0°C .

4. Con la finalidad de determinar la sede de las Olimpiadas en el 2012, el Comité Olímpico Internacional está realizando encuestas en las ciudades que optan por las mismas. Los resultados de las realizadas en nuestro país,

arrojaron un notable respaldo de los habaneros a la celebración de los Juegos Olímpicos en su ciudad. Fueron encuestadas entre mujeres y hombres un total de 320 personas. Si se hubiese encuestado el 75% de esas mujeres y el duplo de esos hombres, entonces el total de personas encuestadas hubiera sido 405. ¿Cuántas mujeres y cuántos hombres fueron encuestados realmente en nuestra ciudad?

5. Selecciona la respuesta correcta en cada caso, señalando con una X sobre la raya. **(Solo una respuesta es correcta)**

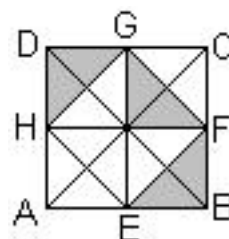
5.1. Un cuerpo de cobre de $1,0 \text{ dm}^3$ de volumen, tiene una masa de 7,8 kg. Otro cuerpo de cobre con una masa de 39 kg tiene un volumen de:

___ 50 dm^3 ___ $0,2 \text{ dm}^3$ ___ $5,0 \text{ dm}^3$ ___ $0,50 \text{ dm}^3$

5.2. En el cuadrado ABCD de la figura:
E, F, G, y H son puntos medios de sus lados.

Si $\overline{AB} = 4,0 \text{ cm}$. entonces el área sombreada es:

___ 10 cm^2 ___ $6,0 \text{ cm}^2$ ___ $\frac{3}{8} \text{ cm}^2$ ___ $6,0 \text{ dm}^2$



5.3. En la figura N y M puntos de $\overline{AB}$ y $\overline{BD}$ respectivamente, $\overline{AD} \perp \overline{BD}$, $\overline{DC} \perp \overline{BC}$, $\angle CBD = 47^\circ$ y $\angle BAD = 44^\circ$.

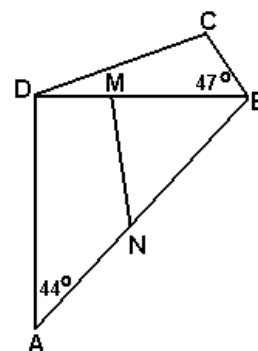
Selecciona de las siguientes afirmaciones cuál es verdadera:

___ $\angle MNB = 44^\circ$ por correspondiente con el $\angle DAB$.

___ $\angle CDB = 47^\circ$ por ser el $\triangle CDB$ isósceles de base $\overline{DB}$.

___ $\angle ABD = 47^\circ$ por ser $\overline{BD}$ bisectriz del $\angle ABC$.

___ $\angle ABD = 46^\circ$ por suma de ángulos interiores de un triángulo.



5.4. En la tabla aparecen las calificaciones en Matemática de 10 alumnos de un grupo de 9no grado de una Secundaria Básica.

El promedio de las calificaciones obtenidas por los alumnos fue de:

___ 8,2 puntos ___ 8 puntos

___ 9 puntos ___ 8,5 puntos

Calificaciones	Cantidad de alumnos
6	1
7	2
8	2
9	4
10	1

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 11

1. Sean las expresiones:

$$M = 2a - b, \quad N = (8a - 2b)\frac{1}{2}a + 0,4b^2 \quad \text{y} \quad P = 2a^4b - 2a^2b - 24b$$

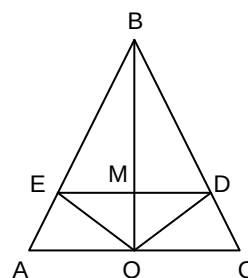
1.1 Sustraer N del cuadrado de M .

1.2 Factoriza completamente la expresión P .

1.3 Expresa Q en notación científica, si $Q = \frac{4^5 \cdot 5^{12}}{10^{11}} \cdot 0,006$.

2. En la figura:

- $\triangle ABC$ isósceles de base $\overline{AC}$,
- $\overline{EB} = \overline{DB}$, $\overline{OD} \perp \overline{BC}$,
- O pertenece a $\overline{AC}$,
- B, M y O son puntos alineados,
- y el $\triangle AEO$ es rectángulo en E .



a) Prueba que $\overline{BO}$ es la mediana del $\triangle ABC$ relativa al lado $\overline{AC}$.

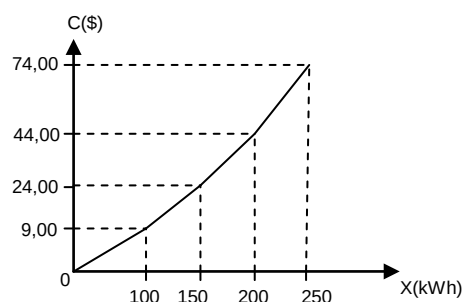
b) Si $\angle ABC = 53,1^\circ$, calcula la amplitud del $\angle DOE$.

c) Si $\overline{BO} = 4,0 \text{ cm}$; $\overline{MD} = \frac{2}{5} \overline{BO}$ y la razón entre los segmentos $\overline{OC}$ y $\overline{MD}$ es 1,25. Calcula el área del $\triangle ABC$.

3. En el sistema de coordenadas rectangulares se ha representado la variación del costo del consumo eléctrico $C(\$)$ de una vivienda durante un mes según la tarifa actual del país para el sector residencial.

3.1 ¿Cuál fue el costo del consumo eléctrico de la vivienda cuando se habían consumido 200 kWh?

3.2 ¿Qué cantidad de dinero por encima del costo de los primeros 100 kWh tuvo que pagarse en la vivienda?



3.3 Selecciona la respuesta correcta marcando con una **X**

La ecuación de la función lineal que describe la variación del costo por el consumo de los 100 primeros kWh es:

___ $C = 9,00 x$ ___ $C = 0,09 x + 100$ ___ $C = 0,09 x$ ___ $C = 0,09 x + 9,00$

3.4 Determina mediante cálculo, cuántos kWh de electricidad se habían consumido en la vivienda para un costo de \$28.00.

3.5 ¿Cuál fue el costo por cada kWh en el período comprendido entre los 151 y 200 kWh?

4. Desde el año 2000, Cuba ha obtenido más de 200 medallas en Olimpiadas Internacionales de Conocimientos, de ellas 87 han sido de bronce. El duplo de la cantidad de medallas de oro excede en 8 a la cantidad de medallas de plata. Si se hubiesen obtenido 16 medallas más de oro, entonces la cantidad de medallas de oro representaría el 75% de las de plata. ¿Cuál es la cantidad de medallas obtenidas por Cuba desde el año 2000 en estas Olimpiadas?

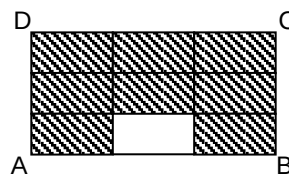
(Periódico *Granma*, 26.02.2009; pág. 2)

5. Selecciona la respuesta correcta señalándola con una **X** o completa los espacios en blanco según corresponda en cada caso.

5.1 Dadas las siguientes proposiciones la verdadera es:

- a) ☐ La sustracción en el conjunto de los números naturales se realiza sin restricción.
- b) ☐ La correspondencia definida de N en N donde a cada número natural se le hace corresponder su recíproco es una función.
- c) ☐ El menor número natural que tiene veintisiete centenas y es divisible por 4 y 9 simultáneamente es 2736.
- d) ☐ La mitad del cuadrado del doble de un número natural es igual al doble del cuadrado del número.

5.2. En la figura, se muestra un rectángulo ABCD que se ha dividido en 9 rectángulos iguales. Se sabe que $\overline{AD} = 3,00$ cm y $\overline{DC} = 6,30$ cm.



Se puede afirmar que el perímetro de la figura sombreada es:

- a) ☐ 24,6 cm b) ☐ 18,6 cm c) ☐ 20,6 cm d) ☐ 16,5 cm

5.3. Un estudiante de 9no grado, pregunta a su profesor de Matemática:

“Si la nota de 10 estudiantes de un grupo en el mes de febrero fue de 9 puntos y en el mes de marzo, tres de ellos obtienen notas de 8 puntos, y otros tres alcanzan 10 puntos”.

¿Se podrá afirmar que?

- a) ☐ Varía la moda.
- b) ☐ No varía la media y si la moda.
- c) ☐ Varía la mediana.
- d) ☐ No varían la media y la mediana.

5.4. Tres llaves de agua gotean, una cada 12 segundos, otra cada 16 segundos y la tercera cada 40 segundos. Si a las 11:56 AM, gotean las tres llaves simultáneamente, esta situación se repetirá a las _____.

5.5 De una caja de tornillos se sacó la tercera parte de estos y de los que quedaron en la caja, 12 estaban oxidados. Si los oxidados eran las tres cuartas partes de los que quedaban en la caja. Entonces en la caja había inicialmente _____ tornillos.

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 12

1. Sean las expresiones:

$$A = (3x - \frac{y}{2})(3x + \frac{y}{2}) - 2xy ; \quad B = 3x - y ; \quad C = 8ax^4 + 10ax^2 - 3a \quad y$$

$$D = \frac{1}{4} \cdot 625^3 \cdot 2^{14} \cdot 0,142$$

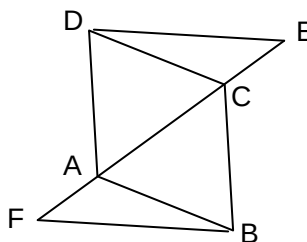
1.1. Calcula **M** si $B^2 + M = A$.

1.2. Factoriza completamente la expresión **C**.

1.3. Calcula **D** y expresa el resultado en notación científica.

2. En la figura:

- ABCD es un rombo,
- E, C, A y F puntos alineados,
- $\overline{AC}$ diagonal del rombo,
- $\overline{AE} = \overline{CF}$.



2.1. Prueba que $\overline{DE} = \overline{BF}$.

2.2. Si $\angle ACB = \angle ABC + 45^\circ$, calcula la amplitud del $\angle FAB$.

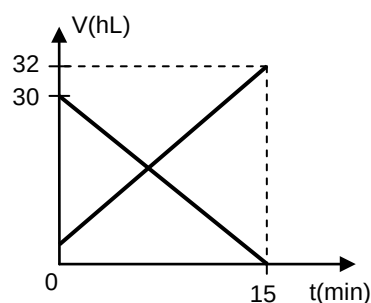
2.3. Sea M un punto que pertenece a $\overline{AB}$, tal que $\overline{CM} \perp \overline{AB}$. Si el perímetro del rombo es 2,48 dm y $\overline{CM} = 3,1\text{cm}$, calcula el área del rombo.

3. En la gráfica se ha representado la variación del volumen de petróleo (V), en hectolitros, correspondiente al proceso de vaciado de un carro cisterna y de llenado de un depósito, en una empresa de transporte, durante el tiempo en que el carro cisterna vierte todo el petróleo en el depósito.

3.1. Señala en el gráfico, cuál de las representaciones corresponde al proceso de llenado del depósito.

3.2. ¿Cuántos hL de petróleo tenía el carro cisterna al iniciarse el proceso de vaciado?

3.3. Selecciona la respuesta correcta marcando con una X.



3.3.1. A los 15 minutos de iniciado el proceso la cantidad de petróleo contenido en el depósito era de :

☐ 15hL ☐ 30hL ☐ 32hL ☐ 62hL

3.3.2. La ecuación de la función lineal que describe la variación del volumen de petróleo del depósito es:

☐ $V = 2t + 1$ ☐ $V = 2t + 15$ ☐ $V = 2t + 2$ ☐ $V = 2t + 30$

3.4. Determina mediante cálculos, en cuánto había disminuido el volumen de petróleo contenido en el carro cisterna a los 5 minutos de iniciado el proceso y cuántos hL de petróleo contenía el depósito en ese momento.

4. Dos brigadas A y B formada por estudiantes de una Secundaria Básica de la capital como miembro de las BELCAA, visitaron en un día cierta cantidad de viviendas. La cantidad de viviendas visitadas por la brigada A superó en 30 al 60% de la cantidad de viviendas visitadas por la brigada B. Si la razón entre la cantidad de viviendas visitadas por las brigadas A y B es 4:5 ¿En cuanto superó la cantidad de casas visitadas por la brigada B a las visitadas por la brigada A?

5. Selecciona la respuesta correcta señalándola con una **X** o completa los espacios en blanco según corresponda en cada caso.

5.1. Dadas las siguientes proposiciones la verdadera es:

a) ☐ La correspondencia definida de N en N donde a cada número natural se le hace corresponder su antecesor es una función.

b) ☐ El conjunto de los números reales está formado por los números fraccionarios y sus opuestos.

c) ☐ Si los $\frac{3}{25}$ de un número es 200, entonces los $\frac{3}{5}$ de ese número es 100.

d) ☐ La mitad del cuadrado del doble de un número natural es igual al cuadrado del número.

5.2. El largo de un rectángulo es 40 mm y el ancho es 2,0 cm. Si el ancho se aumenta en 3,0 cm, entonces su perímetro aumenta en:

a) ☐ 4,0cm

b) ☐ 6,0cm

c) ☐ 3,0cm

d) ☐ 5,0cm

5.3. El histograma de frecuencias absolutas que aparece a continuación registra el rango de notas de una cantidad determinada de pioneros que se presentaron en una Secundaria Básica, a las pruebas de ingreso al IPVCE “Vladimir Ilich Lenin”.

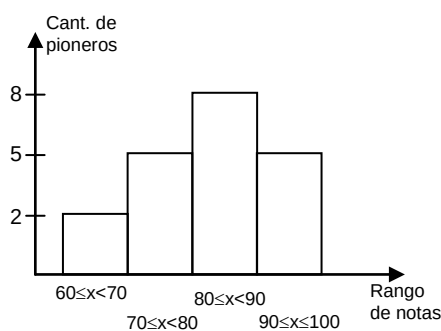
El profesor tras registrar los datos, los refleja en el gráfico dado. Tú podrías afirmar que:

a) ☐ Se examinaron 15 alumnos en esa Secundaria Básica.

b) ☐ Más del 50% de los pioneros alcanzaron notas inferiores a 80 puntos.

c) ☐ La nota promedio del grupo fue de 83 puntos.

d) ☐ La clase modal y la clase mediana no coinciden en este análisis.



5.4. Si 20 gotas de agua equivalen a $1,0 \text{ cm}^3$, entonces el tiempo que demorará en llenarse un litro echándole 80 gotas por minuto será de _____.

5.5. Si tres llaves de agua que echan la misma cantidad de agua, llenan un estanque en 2 horas, entonces en tres horas una sola llave llenará la _____ del estanque.

TEMARIO DE ENTRENAMIENTO # 13

1. Sean las expresiones algebraicas:

$$\mathbf{A} = \frac{x-y}{z} + 1\frac{2}{5}, \mathbf{B} = (x^2 - 4)^2 - 28, \mathbf{C} = x(x^3 - x) - 12 \text{ y } \mathbf{D} = 6x^4y - 2x^2y - 4y$$

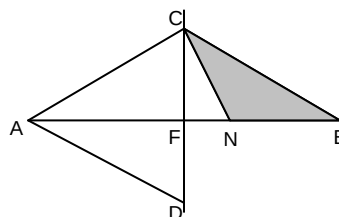
1.1. Calcula el valor numérico de **A** para $x = \frac{2}{3}$; $y = -0,75$ y $z = -\frac{5}{12}$

1.2. Calcula y simplifica **C - B**.

1.3. Descompón completamente en factores la expresión **D**.

2. En la figura:

- $\overline{AB}$ es la bisectriz del $\angle CAD$,
- F y N pertenecen a $\overline{AB}$;
- la recta CD es la mediatriz de $\overline{AB}$ y
- los puntos C, F y D son alineados.



2.1. Prueba que F es el punto medio de $\overline{CD}$.

2.2. Si $\angle FAC = 30^\circ$ y $\angle FCN = \frac{1}{3}\angle ACF$. Calcula la amplitud del $\angle CNB$.

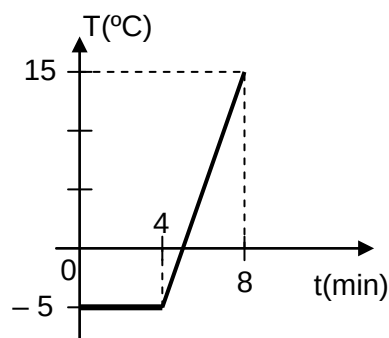
2.3. Si $\overline{AB} = 10,4 \text{ cm}$; $\overline{CF} = 30 \text{ mm}$ y $\overline{FN} = 1,1 \text{ cm}$. Calcula el área de la figura sombreada.

3. En el sistema de coordenadas rectangulares se ha representado la variación de la temperatura T ($^\circ\text{C}$) de una sustancia líquida **A** en un laboratorio durante los 8 minutos en que se realizó la medición.

3.1. Completa los espacios en blanco:

3.1.1. La sustancia a los 2 minutos y 30 segundos, tenía una temperatura de _____.

3.1.2. La variación de temperatura durante los últimos 4 minutos fue de _____.



3.2. Si la medición de la temperatura se inició a las 11:57AM

¿A qué hora la sustancia alcanzó la temperatura de 0°C ?

3.3. Lee cuidadosamente la siguiente situación y responde:

Del mismo laboratorio se selecciona otra sustancia líquida **B** cuya temperatura inicial es de 5°C la cual es sometida a un proceso de calentamiento durante 2 minutos, verificándose que su temperatura varía 3°C por minuto. A partir de ese instante se logra mantener la temperatura estable durante 4 minutos y después de transcurrido este tiempo la sustancia comenzó a enfriarse durante 4 minutos más hasta alcanzar la temperatura de 0°C .

3.3.1. Representa en el mismo sistema de coordenadas la variación de la temperatura en función del tiempo de esta sustancia **B** desde el instante en que comenzó el proceso de medición hasta que culminó.

3.3.2. ¿Cuál fue la temperatura máxima que alcanzó esta sustancia?

4. Entre las 7200 obras de la Batalla de Ideas terminadas en los últimos años, está la reparación de escuelas y policlínicos los cuales totalizan 1364. El 50% de la cantidad de escuelas reparadas sobrepasa en 57 al doble de la cantidad de policlínicos reparados. ¿Qué tanto por ciento representa la cantidad de escuelas reparadas del total de obras terminadas de la Batalla de Ideas?

5. Selecciona la respuesta correcta señalándola con una **X** ó completa los espacios en blanco según corresponda en cada caso.

5.1. Dadas las siguientes proposiciones la verdadera es:

a) ☐ La correspondencia definida de N en N donde a cada número natural le hace corresponder sus divisores es una función.

b) ☐ El dominio numérico más restringido al que pertenece $-\frac{2}{3}$ es al de los números fraccionarios.

c) ☐ Si un mol de cobre tiene una masa de 64g, entonces 0,25 mol de esta sustancia tiene una masa de 16000mg.

d) ☐ El menor número natural que tiene catorce decenas de millar, es divisible por tres y múltiplo de cinco es 140 040.

5.2. Un profesor propone analizar la calidad de las notas obtenidas por sus 15 alumnos en Matemática y para ello las registra en la pizarra de la siguiente forma:

10; 7; 5; 9; 9; 8; 6; 6; 9; 7; 9; 6; 10; 5; 7

Pide a sus alumnos que analicen las medidas de tendencia central.

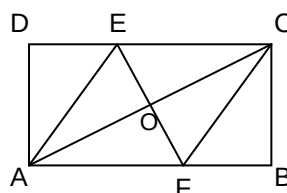
- María dice que la mediana es 6.
 - Luís dice que la moda es 4.
 - José responde que la moda es 9 y que la media está muy próxima a 7,5.
 - Beatriz plantea que la mediana es 7 y que la media es 8.
- ¿Cuál de los 4 alumnos tiene la razón?

a) ☐ Beatriz b) ☐ María c) ☐ José d) ☐ Luís

5.3. El resultado de calcular $\frac{6^{20} + 6^{18}}{6^{18}}$ es:

a) ☐ 6^{20} b) ☐ 37 c) ☐ 6^{342} d) ☐ 36

5.4. En la figura ABCD es un rectángulo, en los lados $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se han situado los vértices F y E del rombo AECF respectivamente cuyas diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{EF}$ se cortan en O. La cantidad de triángulos rectángulos que aparecen en la figura es:



a) ☐ 6 b) ☐ 4 c) ☐ 8 d) ☐ 16

5.5. En un destacamento de 28 alumnos, la razón entre la cantidad de hembras y la de varones es **4:3**. Entonces en el destacamento hay _____ hembras más que varones.

SOLUCIONES

1. Cálculo aritmético y algebraico.

1. **a)** $3a^2 - 9a$. **b)** $3a(a - 3)$. **c)** $-\frac{8}{3}(Q)$. 2. **b)** $2n^2(m^2 + 7)(m + 2)(m - 2)$. **c)** No, porque se hace cero el denominador de la fracción.. 3. **a)** $2x^2 - 5x + 2$.
b) $(2x - 1)(x - 2)$. **c)** 4. 4. **a)** $R = 0,25$ y tiene 2 décimas. **b)** $2b^3 - 4b^2 + 2b$. **c)** $2b(b - 1)^2$.
5. **a)** $A = 2,04$; $B = 2,4$; $B > A$. **b)** $2a^4 + 6a^3 + 10a^2 + 2$, grado 4. **c)** $b = \frac{1}{3}$; $b = -\frac{2}{5}$.
6. **a)** $a^2b^2 - 2ab + 1$. **b)** $(ab - 1)^2$. **c)** $\frac{2}{3}$. 7. **b)** $(a - 1)(x + 2)(x - 2)$.
8. $Q = 3x^3y^4 + 6x^3y^2 - 9x^3$. **a)** 7. **b)** $3x^3(y^2 + 3)(y + 1)(y - 1)$. 9. **a)** $2(x - 2)$.
b) $-7,75$, entre -7 y -8 . 10. **a)** $M = x^3 - 4x^2 + 4x$. **b)** $x(x - 2)^2$. **c)** $0,04 = 4 \cdot 10^{-2}$.
11. **a)** $A = B$. **b)** $2x - \frac{13}{3}$. **c)** $2a(a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$. 12. **a)** $-\frac{1}{3}$, entre -1 y 0 .
c) $2y(y - 8)(y - 3)$. 13. **a)** $20x^2 - 20x$. **b)** $20x(x - 1)$. **c)** 216 cubo perfecto.
14. **a)** $P = m - 2$. **b)** $m = \frac{5}{3}$. **c)** $n = 0$; $n = 12$. 15. **a)** $D = x^2 + 3xy + 2y^2$.
b) $(x + y)(x + 2y)$ **c)** $C = B > A$. 16. **a)** $9x^2 + 4x - 5$, grado 2. **b)** $(9x - 5)(x + 1)$.
17. **a)** 244. **b)** 12. **c)** $x^4 - 1$. **d)** $(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$. 18. **b)** 2,35 ; 23 décimas.
19. **a)** $x = -14; -6; -2; 0; 1; 3; 4; 6; 10$ y 18. **b)** $(x^2 + 5)(x + 3)(x - 3)$.
20. **a)** $2x^2 - 5x + 3$. **b)** $(2x - 3)(x - 1)$. **c)** $9,98 \cdot 10^5$. 21. **a)** $y^3 - y = y(y + 1)(y - 1)$.
b) $6,4 \cdot 10^{-2}$. 22. **a)** $(2x - 1)(2x + 1)$ **b)** Ninguno. 23. **b)** $P = -5$. **c)** 25 decenas.
24. **a)** V **b)** V **c)** F **d)** F **e)** V **f)** F. 24.1. **c)** $S = \emptyset$. 25. **a)** $a^3 + 3a^2 + 2a$.
b) $a(a + 1)(a + 2)$. 25.1. 1. 26. **c)** $c = 2,5$. 26.1. $A = x^3y^2 - x^2y + xy^2$.
26.2. $(x^2 + 2)(x - 4)(x + 4)$. 27. **a)** $\frac{8}{15}$. **b)** $x - 2$ y $b = 5$. **c)** $S = \emptyset$. 28. **a)** 37.
b) $-\frac{3}{4}y^2$; monomio. 28.1. $(m^2 + \frac{1}{4})(m + \frac{1}{2})(m - \frac{1}{2})$. 29. **a)** Ninguno de los anteriores.
b) $20b^2 - 4b$. **c)** $b = 0$.

2. Problemas.

1. **a)** 5, 8 y 15. **b)** 58. 2. **a)** 10, 9 y 8. **b)** 90%. 3. 15 cm, 16 cm y 17 cm.
4. 5 cm, 12 cm y 13 cm. El ángulo N. 5. Obtusángulo escaleno. 6. 6. 7. 102,5.
8. **a)** 18. **b)** 191. 9. **a)** Q: 108, M: 216 y F: 126. **b)** 48%. 10. **a)** José: 70, Roberto: 90 y
Julio: 86. **b)** 94. 11. **a)** 15, 18 y 30 años. **b)** $\frac{2}{7}$. 12. **a)** M: 96, E: 95, H: 100. **b)** 98.
13. **a)** Raúl: 15, Roberto: 12 y Julio 20 años. **b)** 15,7 años. 14. **a)** Juan y Jorge 16 años y
Rosa 27 años. **b)** No, ocurrió hace 5 años. 15. **a)** 132. **b)** 175%. 16. **a)** 20. **b)** 3 (uno de
\$100,00, uno de \$3,00 y uno de \$1,00). 17. **a)** María: 30, Carlos: 16 y Frank: 9. **b)** $\frac{6}{11}$.
18. **a)** 50, 30 y 10 años. **b)** 10 años. 19. 1547. 20. 1642.
21. **a)** 12. **b)** \$180,00. 22. **a)** 180. **b)** 58%. 23. **a)** 40 galones. **b)** 87,5 galones.
24. **a)** 108 km. **b)** 50%. 25. **a)** 300 000 toneladas. **b)** 33%. 26. **a)** 60 pomos. **b)** 6 cajas.

27.a) Cítricos y granos. b) \$1 900 000,00. 28.a) 464. b) 37,5%. 29.a) 180 L. b) 30 L.
 30.a) 340. b) 19%. 31.a) 75. b) 2,7%. 32. 8,0 cm². 33.a) 7 y 45. b) No.
 34.a) Leo: 85 h y Ronald: 35 h. b) 41%. 35. 30°, 75° y 75°. 36.a) 2. b) No.
 37. 1,0 m, 1,0 m y 0,8 m. 38.a) 100 m y 60 m. b) 400 m². 39. 30 cm². 40. 25.
 41. $\frac{1}{3}$. 42. 165 851. 43. 25 años. 44. 35 y 40. 45.a) 80 dobles y 40 sencillas. b) 28.
 46.a) 14 pollos y 8 cerdos. b) 63,6%. 47.a) 30 de 40 personas y 12 de 12 personas. b) 35.
 48.a) 45 de 10t y 5 de 6t. b) 93,75%. 49.a) 11 de 8t y 22 de 4,5t. b) 13. 50.a) 8 de \$1,50
 y 4 de \$3,00. b) \$4 800,00. 51.a) Azúcar refino: \$0,15 y azúcar crudo: \$0,10. b) \$3,90.
 52.a) 76 de \$1,00 y 120 de \$0,20. b) \$35,20. 53.a) 180 mayores y 212 niños. b) 490.
 54.a) 2 600 adultos y 1 400 niños. b) $\frac{7}{20}$. 55.a) Piña: \$7,00 y Mango: \$5,00. b) \$6,30.
 56.a) 120 pomos de 1,5 L y 180 de 2 L. b) \$8 760,00. c) 12 paquetes y medio. 57. 8
 ganados y 6 perdidos. 58. \$135,00. 59. $\frac{9}{8}$. 60. 40 años y 14 años. 61.a) 10 años y 36
 años. b) 29 años. 62.a) Alicia: 13 años y Esther: 9 años. b) 7 años. 63. 135 y 75.
 64.a) 112 y 88. b) 34%. 65. 53,6%. 66. 42 y 40. 67.a) 28 libras. b) 28 personas.
 68.a) 10 de la de 30 y 12 de la de 60. b) 27,5%. 69.a) 33. b) 52%. 70.a) \$35,20 de luz y
 \$22,80 de teléfono. b) 14%. 71.a) Tomate: 84 ha y Col: 129 ha. b) 1,5 ha. 72.a) 20 ha.
 b) $\frac{1}{6}$. 73.a) 256 ha de boniato y 230 ha de papa. b) 77 ha. 74.a) 1 200 ha. b) $\frac{3}{8}$.
 75.a) Col: 20 ha y tomate: 80 ha. b) 32 ha. 76. 385 de frijoles y 400 de arroz.
 77.a) 1000 ha de cebolla y 600 ha de ajo. b) 200 ha. 78.a) 12 ha de col y 4 ha de tomate.
 b) 21%. 79.a) 16. b) 384 sacos y 142 cajas y media. c) 24. 80.a) 246 hembras y 300
 varones. b) 45%. 81.a) 75. b) 60%. 82.a) \$11 500,00. b) 83,3% el lunes y 108,3% el
 martes. 83. 42 años. 84. 80. 85.a) 2 puntos. b) 20,4%. 86. 25 años Raquel y 12 años
 René. 87. 38,5%. 88.a) 297 gallinas y 115 patos. b) 148.
 89.a) 150 Juan y 192 Luis. b) 56%. 90. $\frac{2}{5}$. 91. 4 913 = 17³. 92. 2,4 dm².
 93.a) 200 y 160. b) 224 y 176. 94.a) 1^{er} saco: 1 600 y 2^{do} saco 1 400. b) 6%.
 95. Abel 200 libras y Julio 140 libras. 96. Luis 44 libras y Julio 8,8 libras. 97. 21 kWh.
 98.a) 160 kWh. b) 23%. 99.a) 170 t. b) 40 t. 100.a) A. 100 viviendas y B: 144.
 b) $\frac{5}{11}$. 101. 20 cm, 20 cm y 25 cm. 102. 80. 103.a) 130 sacos de arroz y 50 de frijoles.
 b) $\frac{3}{5}$. 104.a) 40 w el ahorrador y 60 w el incandescente. b) 116,8 kWh.
 105. (– 1; – 5). 106.a) Aumentó 25 m y disminuyó 10 m. b) No, las áreas son iguales.
 107. Matemática 92 puntos. 108. 10 caballerías de papa y 8 de boniato. 109. 12.
 110. A: 80 sacos y B. 12 sacos. 111. A: 36 y B. 40. 112. 70 kg de maíz y 50 kg de trigo.
 113. a) Malanga: 432 ha, plátano: 138 ha y boniato: 150 ha. b) 31,9%.
 114.a) África: 80 delegados. b) $\frac{2}{3}$. 115.a) 60 varones y 120 hembras. b) 450.

3. Funciones lineales.

1.1. g, h, s y p. 1.2. a) g. b) p. c) h. d) h. e) p. f) s. g) s. 1.3. (3 ; – 12).

2.b) $y = -4x + 6$. c) $32 u^2$. d) $M(-8; 6)$. 3.b) $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{17}{4}$. c) Rombo. d) $24 u^2$.
 e) $(3; 1)$. 4.b) 3. c) $-1,5$. d) 34 puntos (los múltiplos de 3 entre -12 y 88).
 5.a) $f(x) = -\frac{4}{5}x + \frac{44}{5}$. c) $80 u^2$. d) $39 u$. 6.a) $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$. c) $x = 3$. d) $5; 12; 14$ y $1; -2; -5$ (existen infinitos valores para cada caso). 7.a) $f(x) = -\frac{3}{4}x + 12$. c) Sí.
 d) $96 u^2$. e) $48 u$. 8.a) $f(x) = -x + 10$. c) $21 u^2$. d) $\frac{1}{4}$. 9.a) Creciente.
 b) $g(x) = 2x + 6$. c) $x = -3$. d) $-\frac{1}{2}$. e) 10.a) $f(x) = x + 2$. b) $\frac{2}{3}$. c) $t = \pm 4$.
 d) $C(8; 0)$ y $C(-12; 0)$. 11.b) $f(x) = x + 2$; $g(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$. c) 4. d) $14 u^2$.
 12.1.a) $f(x) = 2x + 6$. b) Negativa. 12.2. $g(x) = -2x + 10$. 12.3. $C(5; 0)$ 12.4. $32 u^2$.
 12.5. $a = 6$. 12.6. $\angle ABC = 53^\circ$ (el $\triangle ABC$ es isósceles ya que la altura coincide con la mediana sobre el lado base $\overline{AC}$). 13.b) $g(x) = x + 2$. c) $45^\circ, 108,5^\circ$ y $26,5^\circ$.
 d) $M(6; 2)$. e) $h(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$. 14.a) $f(x) = -3x + 9$. b) $4,5 u^2$. c) $a = 0,5$.
 15.a) $f(x) = \frac{8}{3}x - \frac{16}{3}$. b) $28 u^2$. c) $23,5 u$. d) 21 puntos. 16.a) $A(0; 0)$; $B(6; 0)$; $C(8; 6)$ y $D(2; 6)$. b) $\overline{AC}: y = \frac{3}{4}x$; $\overline{DB}: y = -\frac{3}{2}x + 9$. c) $36 u^2$. d) $O(4; 3)$.
 17.a) $M(-2; -2)$ y $N(4; -2)$. b) $y = -2$, constante. c) $P(1; 10)$. d) $Q(1; -14)$ y $72 u^2$. 18.a) $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{21}{4}$ y $g(x) = 3$. b) $B(3; 3)$. c) $15 u^2$. d) $21 u$.
 1.a) Sí. b) $m = 1,61k$. d) Función de proporcionalidad directa. e) $96,9$ m/h.
 f) 140 km/h. 2. $F = \frac{9}{5}C + 32$. c) $95^\circ F$. d) Sí, $38^\circ C$. 3. a) $\$10,00$. b) $P = 10p$.
 c) $\$5,00$. d) $2,5$ kg. 4.a) Sí. b) Función lineal. c) $y = -0,5x + 4$. e) 6. f) 8.
 5.a) $P = 0,4h + 5$. c) $\$6,80$. d) 8 h y 12 minutos. e) $\$7,20$. 6.a) 10 cm^3 .
 b) $V = 5t + 10$. c) 30 cm^3 . d) $12,5 \text{ cm}^3$. e) 4 minutos. 7.a) Vaciando, porque la altura del agua disminuye. b) 10 dm. c) 4 minutos y medio. d) 12 m. 8.a) $-5^\circ C$. b) $15^\circ C$.
 c) $T = \frac{5}{2}t - 5$. d) 2 h. e) 8 h. f) $20^\circ C$. 9.a) $V = \frac{2}{3}t + 3$. b) 3 cm/s . c) 9 cm/s .
 d) 30 seg. 10.a) 15 cm . b) 40 min. c) 1 hora. d) 200 mm . 11.a) $V = -6t + 72$.
 b) 72 m/s . c) 12 seg. d) 12 m/seg . e) 7 seg. 12.a) $60\,000 \text{ L}$. b) $310\,000 \text{ L}$.
 c) $560\,000 \text{ L}$. d) 11 h y 12 min. 13.a) 3 kg. b) 50 L . c) 33 kg. d) $0,4 \text{ L}$.
 14.a) $f(x) = -3x + 2$; $g(x) = 0,5x - 5$. b) 0. c) $-4,75$. d) $-0,2$. e) 10. f) Sí, el 2. y los alumnos dirán -4 . 15.a) $h = -\frac{5}{4}t + 5$. c) A, porque se vació más rápido. d) 2 min.
 16.a) 300 L . b) 114 L . c) $2:20 \text{ p.m.}$ d) 2^{do} . 17.b) $h = 20t$. c) 50 dm .

d) 3 min y 12 seg. **e)** 42 seg. **18.a)** A. **b)** $C = 5t$. **c)** 20 L. **d)** 8:50 a.m. **e)** 2,5 L. **f)** $\frac{1}{4}$.
19.a) $V = -5t + 60$. **b)** 60 L. **c)** 11 min y 12 seg. **d)** 8 min y 20 L. **e)** 75 L.
20.b) $T = \frac{5}{2}t - 5$. **c)** 10°C . **d)** 6:00 p.m. **e)** 4 min y 5°C . **21.a)** B. **b)** $T = -5t + 40$.
c) 40°C . **d)** $T = -\frac{10}{3}t + 40$. **e)** 2:57 a.m. **22.a)** 1° . **b)** $h = \frac{5}{4}t + \frac{5}{2}$. **c)** 12,5 dm.
d) 22 min. **23.a)** $f(t) = 80$ y $g(t) = -10t + 120$. **b)** 80°C . **c)** 4 min. **d)** Enfría, la temperatura descende. **e)** 12 min. **24.a)** 10°C . **b)** 34°C . **c)** 7:00 p.m. **d)** 6 h.
25.a) 39°C . **b)** 11:50 a.m. **c)** 25 min. **d)** 20 min. **e)** 2°C . **26.a)** $V = \frac{11}{4}t + 0,5$. **b)** 6 L.
c) 2 min. **d)** 1:50 p.m. **e)** 3 min. **f)** 2 min y 12 seg. **27.1.a)** 10°C . **b)** 60°C . **c)** 2 min.
27.2. 13 min. **27.3.** $56,5^\circ\text{C}$. **27.4.** 14 min. **28.a)** 16°C . **b)** 6°C . **c)** -4°C . **d)** 5 min.
e) 4 min. **29.a)** $f(t) = -\frac{14}{5}t + 20$. **b)** 20 dm. **c)** Vacando. **d)** 6 dm. **e)** 6:38 p.m.
f) 120 min. **g)** 5:08 a.m. **30.a)** $T = -4t + 24$. **b)** No varió la temperatura, $T = 12$.
c) 16°C . **d)** 45 min. **31.a)** 100. **b)** 12 000. **c)** 12:00 m y 1 hora. **d)** 20 500. **f)** 1,5h.
32.a) 10 min. **b)** 10:35 a.m. **c)** -20°C . **d)** 20 min. **e)** 45 min. **33.a)** $V = -0,5t + 50$.
b) 50 L. **c)** 10%. **d)** 2 min y 30 seg. **e)** $V = -5t + 107,5$. **34.a)** \$0,09. **b)** \$8,10.
c) 142 kWh. **d)** \$0,30. **35.1. a)** 2 dm. **b)** 5 seg. **35.2.** Paralela. **35.3.** 1,6 dm.
35.4. 20 seg. **35.5.** 2do. **36.a)** 10 mm. **b)** 14 mm. **c)** 2° . **37.a)** 30°C . **b)** 30°C .
c) 12:35 p.m. **d)** 7 200 seg. **e)** 6 h ; -30°C . **f)** 4 h. **g)** $T = \frac{35}{3}t - 100$. **h)** 6 h. **i)** 40°C .
j) 130°C . **38.a)** 30 dm. **b)** $h = -5t + 30$. **c)** 30 seg. **d)** 28 dm. **e)** 8 min. **f)** 15 min y medio.
39.a) 10°C . **b)** 1 h y 12 min. **c)** 11:30 a.m. **d)** A la hora y media. **e)** 5:18 p.m.
40.a) 18 dm. **b)** 120 seg. **c)** 10:24 a.m. **d)** 20 min. **41.a)** 1 km. **b)** 2 km.
c) $d = 0,2t + 1$. **d)** 10 min. **e)** 15 min. **f)** 5:10 p.m. **42.a)** -10°C . **b)** 2 h. **c)** 25°C .
d) 10:48 a.m. **e)** 30 min. **f)** Enfría, la temperatura disminuye. **g)** 7 h y media. **h)** 4°C .
43.a) $d = 3t + 0,5$. **b)** Medio kilómetro. **c)** 30 min. **d)** 1 h. **e)** 1:00 p.m. **44.a)** 30°C .
b) 10 min. **c)** 21 min y 15 seg. **d)** Máxima: 1:10 p.m. y mínima: 12:55 p.m.
45.a) -8°C . **b)** 7 h. **c)** 20°C . **d)** 28°C . **e)** 0°C . **f)** $T = -\frac{16}{3}t + \frac{172}{3}$. **g)** 1 h y media.
h) 30 min. **i)** 9:40 p.m. **46.1.a)** A. **b)** C. **c)** $C = 3t + 2$. **46.2.** $C = 5t$. **46.3.** 3:15 p.m. y tenían 5 L. **46.4.** $C = -4t + 20$. **46.5.** C y tenía 14 L. **47.1.a)** B **b)** A. **c)** $T = -\frac{5}{2}t + 10$.
47.2. $T = 4$. **47.3.** 1:29 p.m. **47.4.** 4 h. **48.1.** b. **48.2. a)** 550 km. **b)** 5 h y media. **c)** 1° .
d) 7:10 p.m. **48.3.** $d = 150t - 250$. **49.b)** 90 km. **c)** 40 min. **d)** 1ro. **e)** 34 km.
f) 15 min y medio. **50.b)** 28 m. **c)** 55 seg. **d)** Después. **e)** 1 min y 10 seg. **f)** 16 m.

4. Geometría.

1.b) $\angle BAD = 70^\circ$, $\angle DAC = 40^\circ$. **c)** 5,0 cm. **2.b)** 30 cm^2 . **c)** Rectángulo escaleno.
2.b) Isósceles de base $\overline{AB}$. **c)** 3,0 cm. **4.b)** 12 dm^2 . **c)** $\angle G = 85^\circ$. **5.b)** $A = 25\text{ m}^2$ y $P = 30\text{ m}$. **c)** Isósceles de base $\overline{DE}$. **6.b)** $8,6\text{ cm}^2$. **c)** 100° y 80° . **7.b)** $A(ABCD) = 38\text{ cm}^2$ y $A(\triangle DEC) = 21\text{ cm}^2$. **8.b)** $67,4^\circ$. **c)** $P(MNPQ) = 70\text{ m}$ y $A(MRN) = 1,5\text{ dm}^2$.

9.b) 15 m^2 c) 8° . 10.c) 28 dm^2 . 11.b) $6,0 \text{ dm}^2$. 12.b) 60° . c) 2. 13.d) 48 m^2 .
 14.c) 17 m^2 . 15.b) 12 cm^2 . 16.c) $4,5 \text{ cm}^2$. 17.c) 20 m^2 . d) $\angle \text{EGA} = 118^\circ$ y $\angle \text{DEG} = 121^\circ$. 18.b) 11 cm^2 . 19.c) 25° . 20.b) 80 dm^2 . 21.c) 60 cm . 22.b) $11,5^\circ$.
 c) 18 m^2 . 24.b) 13 cm^2 . c) 25° . 25.b) 18 cm^2 . c) 105° . 26.b) $\angle \text{B} = \angle \text{D} = 70^\circ$ y $\angle \text{BAE} = \angle \text{DEA} = 110^\circ$. 27.c) $5,0 \text{ m}^2$. 28.b) 12 m^2 . c) $\angle \text{E} = 36^\circ$ y $\angle \text{A} = 54^\circ$.
 29.b) 11 m^2 . 30.c) 60 cm^2 . 31.b) 19 cm . 33.b) 26 m^2 . c) 109° .
 34.d) $\text{A}(\triangle \text{BOF}) = 7,5 \text{ m}^2$ y $\text{A}(\triangle \text{BCF}) = 3,0 \text{ m}^2$. e) 17° . 35.b) 10 cm^2 . 36.b) 18 cm^2 .
 37.c) 13 cm . 38.b) 19 dm^2 . 39.c) 16 cm^2 . 40.b) 125° . c) 36 cm . 41.b) $9,6 \text{ cm}^2$.
 42.b) 49 cm . 43.b) 19 cm . 44.c) 10 cm^2 . 45.b) $\angle \text{BCE} = 130^\circ$ y $\angle \text{ABC} = 80^\circ$.
 c) 16 cm^2 . 46.b) 13 cm . 47.c) 21 m . d) $8,0 \text{ m}^2$. 48.b) $\angle \text{A} = \angle \text{B} = 65^\circ$ y $\angle \text{C} = 50^\circ$.
 49.b) 15 cm^2 . 50.b) 13 m . 51.b) 36 cm y 64 cm^2 . 53.c) 16 cm . 54.b) 48 m^2 .
 55.c) 50 cm . d) 30° . 56.b) 34 dm^2 . 57.b) 30° . c) 12 cm . 58.b) 18 cm^2 . 59.b) 14 cm .
 60.c) 45° . 61.c) 14 cm . 62.b) 36 cm^2 . 63.b) 10° . 64.b) 36 dm^2 . 65.b) $5,0 \text{ cm}^2$.
 c) 100° . 66.c) 85° . d) 24 cm^2 . 67.b) $1,2 \text{ m}^2$. c) $39,3^\circ$. 68.c) 55° . 69.c) $1,5 \text{ cm}^2$.
 70.b) 60° . c) 36 cm . 71.b) 40 dm^2 . c) 84° . 72.b) 24 dm . 73.b) 32 dm^2 .
 74.b) $\text{A}(\triangle \text{ADE}) = 18 \text{ cm}^2$ y $\text{A}(\triangle \text{BCD}) = 18 \text{ cm}^2$. c) 125° . 75.c) 30 cm^2 . 76.c) 12 cm^2 .
 77.c) 60° . d) $\text{A} = 1,7 \text{ dm}^2$ y $\text{P} = 54 \text{ cm}$. 78.b) 85° . c) 35 dm^2 . 79.b) 13 cm^2 .
 80.b) 76° . c) 22 cm . 81.b) $6,0 \text{ dm}^2$. 82.b) $92,8^\circ$. c) 80 dm^2 . 83.c) 18 cm^2 . d) 60° .
 84.b) 33 dm^2 . c) 100° . 85.b) 30° . c) $8,0 \text{ cm}$. 86.b) 50 cm . c) 40° . 87.b) Rectángulo.
 c) 12 dm^2 . 88.b) 14 dm . 89.b) 22 cm . 90.b) $4,0 \text{ cm}^2$. c) 12° . 91.b) $3,9 \text{ dm}^2$.
 92.b) 18 cm^2 . c) $58,2^\circ$. 93.b) 16° . c) 16 dm^2 . 94.b) $9,0 \text{ cm}^2$. c) 12 cm . 95.b) 12 cm^2 .
 96.c) $8,4 \text{ cm}^2$. 97.b) 20 dm^2 . 98.a) $\angle \text{CAE} = \angle \text{CEA}$. c) 12 cm^2 . 99.a) $\angle \text{QRM} = \angle \text{PRN}$.
 c) 12 cm . 100.a) $\overline{DH} = \overline{EB}$. c) $4,5 \text{ dm}^2$. 101.a) $\angle \text{ABC} = \angle \text{BCF}$. c) 31 dm .
 102.b) $8,0 \text{ cm}^2$. c) $106,2^\circ$. 103.b) 15 dm^2 . c) 127° . 104.b) 30° . c) 28 cm^2 y 24 cm .
 105.b) 10 dm^2 . c) $45,2^\circ$. 106.b) 60° . c) 5. 107.b) 120° . 108.b) $9,4 \text{ dm}^2$. c) 148° .
 109.c) 78 cm .

5. Estadística

- Datos simples.

1.a) Cuantitativa discreta. c) 8 puntos. d) 8 y 9 puntos. e) 8 puntos. 2.b) 5,5 ramas.
 c) Moda: 4; Mediana: 5. 3.b) 13 flores. c) Los de 10 y 12 flores. d) 12 flores. 4.b) 61,5%.
 c) 2,7 hermanos. d) Moda: 3 y 4 hermanos; Mediana: 3 hermanos. 5.b) 14°C . c) Moda y
 Mediana: 12°C . 6.a) F. b) V. c) F. d) V. e) F. f) V. g) V. 7.a) 20. b) 25,5 kg. c) $\frac{3}{4}$.
 d) 30 kg. e) 30 kg. 8.a) V. b) F. c) F. d) F. e) V. 9.b). 10.a) 8. b) 51. c) 85%. d) 2,6
 libros. e) 2 libros. 11.a) 5. b) $\frac{1}{4}$. c) 50%. d) 13 problemas. e) 15 problemas.
 f) 13,5 problemas. 12.1.a) 12. b) 88. c) 88. d) 7. e) 3. f) $\frac{1}{6}$. 12.2. 86,75 puntos.
 13.a) F. b) F. c) F. d) V. 14.a) 31. b) 18. c) 1,7 goles. d) 1. e) 28%. f) 2 goles. g) $\frac{1}{9}$.
 15. c. 16.a) 18. b) 1,8 goles. c) $\frac{1}{2}$. d) 17%. e) Moda: 1 gol y Mediana: 1,5 goles. 17.a)
 F. b) V. c) F. d) V. e) F. f) F. 18. c. 19. d.

- Datos agrupados en clases.

1.2.a) Cuantitativa continua. b) 7. c) $\frac{1}{10}$. d) $7 \leq x < 8$. e) $7 \leq x < 8$. f) 7,3 metros.

1.3. 70%. 2.a) Cuantitativa continua. b) 3,8. d) $\frac{1}{5}; \frac{7}{30}; \frac{7}{30}; \frac{1}{3}$. e) 7,2 libras. f) Clase

Modal: $6 \leq x < 7$ y $7 \leq x < 8$; Clase Mediana: $7 \leq x < 8$. 3.a) Cuantitativa continua.

c) 233 libras. d) 39,3%. e) Clase Modal: $260 \leq x < 310$; Clase Mediana: $210 \leq x < 260$.

4.a) 1,9. c) 9,9 y 8,7. e) 9,38. f) $9,1 \leq x < 9,5$. 5. c. 6. b. 7.a) 150. b) 14. c) 33,3%.

d) 80,5 pulsaciones por minuto. e) 13%. 8. c. 9.a) 20. b) 162,5 kWh. c) 25%. d) $\frac{2}{5}$.

e) 50. 10.1. Cuantitativa continua. 10.2.a) 5. b) 15. c) 12. d) 10%. 10.3. 9,7°C.

10.4. $10 \leq x < 15$. 11. b. 12. c. 13.a) F. b) F. c) V. d) V. e) F. f) V. 14.2.a) discreta.

b) 5. c) 21. d) 38. e) $27 \leq x < 32$. f) $27 \leq x < 32$. 14.3. 21,8 años. 15.a) 500. b) 6. c) 1,3.

d) 22,1. e) C. Modal: $23,7 \leq x < 25$ y C. Mediana: $21,1 \leq x < 23,7$. f) $\frac{9}{100}$ y $\frac{7}{100}$.

g) 84%. 16. c. 17. c. 18. c. 19. c. 20.a) 4. b) 1. c) 70. d) $\frac{1}{18}$. e) $11 \leq x < 12$. f) 12.

6. Ejercicios Variados.

I) 1. 15. 2. 187. 3. 94. 4. 105. 5. 10. 6. $\frac{5}{16}$. 7. 30 cm 8. 13. 9. 63. 10. 83. 11. $\frac{7}{14}$.

12. 20. 13. 5^{2009} . 14. $(3n)^2$. 15. 3354. 16. A. 17. a y b. 18. 6,25 h. 19. 0,5. 20. 60° .

21. 60° . 22. 2. 23. 1. 24. 1,5 h. 25. $2p^2$. 26. 7. 27. 10. 28. 119. 29. 31. 30. 67.

II) 1. c. 2. d. 3. a. 4. c. 5. c. 6. b. 7. a. 8. a. 9. c. 10. c. 11. a. 12. c. 13. d. 14. d.
15. b. 16. d. 17. d. 18. c. 19. d. 20. a. 21. a. 22. d. 23. c. 24. a. 25. b. 26. c. 27. c.
28. a. 29. b. 30. b. 31. d. 32. c. 33. c. 34. b. 35. b. 36. c. 37. a. 38. a. 39. a. 40. c.
41. b. 42. d. 43. a. 44. d. 45. c. 46. b. 47. c. 48. c. 49. a. 50. c. 51. d. 52. b. 53. d.
54. c. 55. d. 56. d. 57. e. 58. a. 59. c. 60. d. 61. b. 62. c. 63. b. 64. d. 65. d. 66. e.
67. a. 68. c. 69. c. 70. d. 71. c. 72. c. 73. c. 74. b. 75. d. 76. c. 77. a. 78. c. 79. a.
80. b. 81. c. 82. b. 83. e. 84. b. 85. a. 86. d. 87. e. 88. d. 89. b. 90. b. 91. c.
92. e. 93. c. 94. c. 95. a. 96. c. 97. c. 98. b. 99. b. 100. a. 101. a. 102. c. 103. c.
104. b. 105. c. 106. b. 107. b. 108. b. 109. c. 110. c. 111. b. 112. a. 113. a.

III) 1. b. 2. b. 3. d. 4. a. 5. d. 6. c. 7. a. 8. b. 9. c. 10. b. 11. a. 12. b.
13. c. 14. c. 15. b.

IV) 1. b. 2. d. 3. b. 4. a. 5. c. 6. c. 7. d. 8. b. 9. c. 10. d. 11. a. 12. a.

7. Temarios.

Temario 1. 1. a) -9,72; Q. b) $B = -2x^2 + 12x$. c) $2x(-x + 6)$. 2.1.a) 40 km. b) 0 km.
c) 60 km/h. 2.2. 3 horas y media. 3.b) 36 cm^2 . 4. a) M: 98, E: 88 e H: 93 puntos. b) 12.
5.1.a) 25. b) 50. c) $100 < x \leq 150$. d) $150 < x \leq 200$. 5.2. 160 kWh. 5.3. 56%.

Temario 2. 1. a) $M > N$. c) $2n(2n + 3)(2n - 3)$. 2.a) 60 Girasoles y 80 Rosas. b) $\frac{8}{35}$.

3.1.a) C. b) $d = \frac{25}{3}t + 75$. c) 75 km. 3.2. 12 m. 3.3. 125 km. 4.3,0 cm². 5.1. d. 5.2. b. 5.3. d. 5.4. d.

Temario 3. 1.a) $2y^2 + 4y + 19$. b) No es posible, ya que se anula el denominador. c) - 2. 2.a) 37,5 L. b) 10 h. c) 82,5 L. d) 187,5 L. 3.2.a) 0,16 m². b) 5,0 cm. 4.a) \$12,00 y \$25,00. b) \$9,00. 5.1. $\frac{2}{3}$. 5.2. Escaleno. 5.3. c. 5.4. $\frac{3}{2}$. 5.5. $\frac{23}{8}$.

Temario 4. 1.a) $x^2 + 2$. b) - 8,5 y está entre - 8 y - 9. c) $x(x + 6)(x - 1)$. 2.a) $\frac{7}{9}$. b) 73,6 km². 3.1. a) 30°C. b) 180. 3.2. a) Enfría. b) $T = -5t + 45$. 3.3. 10:56 p.m. 4.b) 38 dm². 5.a) $2,56 \cdot 10^{-6}$. b) $\angle B = 2\angle ACB$. c) 100 cm. d) $y = \frac{6x+1}{2}$.

Temario 5. 1.a) $A = B = 0,2$. b) $N = x - 2$ o $N = 2 - x$. 2.38%. 3.a) D(0;5) c) $y = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$. d) Sí. e) 48 u². 4.b) 42 cm². b) 18,4°. 5.1. d. 5.2. a. 5.3. b. 5.4.a) V, b) F, c) F, d) V, e) F.

Temario 6. 1.a) 0,1. b) $x = 1$. 2. 15. 3.a) La que se inclina hacia arriba de izquierda a derecha, porque su temperatura asciende. b) $T = \frac{5}{3}t - 5$. c) 5°C. d) 7:40 p.m. 4.b) 12 cm². c) 53°. 5.1. b. 5.2. 7. 5.3. 21. 5.4. 140°. 5.5. c. 5.6. b.

Temario 7. 1.a) $D = 5x - 2$. b) 1,5 ; 15 décimas. c) $\frac{1}{2} \subset Q_+$, ya que ese signo se utiliza entre conjuntos. 2.a) Vacuando, porque la altura del agua disminuye. b) 20 dm. c) 1 h y 24 min. d) 12 m. 3. 12 años. 4.1. b. 4.3. 114°. 5.1. 10. 5.2. 1. 5.3. - 2. 5.4. $\frac{3}{32}$. 5.5. 75°.

Temario 8. 1.a) 2,8. b) 4. c) $2x^2(y + 2)(y - 2)(y + 1)(y - 1)$. 2.1. a) 300 L. b) 120. 2.2. a) $\frac{1}{3}$. b) $C = -20t + 300$. 2.3. 10:02 a.m. 3.a) 600; 650 y 480. b) 27%. 4.b) 36 cm. 5.2. a) $180 \leq x < 190$. b) 170. c) 10. d) 25. e) $180 \leq x < 190$. 5.3. 182,5 cm.

Temario 9. 1.1. a) - 1,75. 1.2. $S = \{-\frac{17}{5}\}$ y Q. 1.3. $(z - 2)(y + 3)(y - 3)$. 2.1. a) 13 m/s. b) $V = 2t + 5$. 2.2. 11 m/s. 2.3. 10:10 a.m. 3. a) Pedro 80 sacos y Joel 68 sacos. b) $\frac{20}{37}$. 4.1. b. 4.3. 80°. 4.4. 14 cm. 5.1. c. 5.2. 40. 5.3. D. 5.4. b. 5.5. c.

Temario 10. 1.a) $A = 7a^2 - 18a + 1$. b) $2z(x^2 + 2)(x + 2)(x - 2)$. c) 1. 2.b) 6,0 dm.

3.1. $12,5^{\circ}\text{C}$. 3.2.a) 300 min. b) $T = -2,5t + 2,5$. 3.3. 10:00 p.m. 4. 188 mujeres y 132 hombres. 5.1. $5,0 \text{ dm}^3$. 5.2. $6,0 \text{ cm}^2$. 5.3. $\angle ABD = 46^{\circ}$. 5.4. 8 puntos.

Temario 11. 1.1. $b^2 - 3ab$. 1.2. $2b(a^2 + 3)(a + 2)(a - 2)$. 1.3. $1,5 \cdot 10^{-2}$. 2.b) $126,9^{\circ}$. c) $8,0 \text{ cm}^2$. 3.1. \$44.00. 3.2. \$65,00. 3.3. $C = 0,09x$. 3.4. 160 kWh. 3.5. \$0,40. 4. 219. 5.1. d. 5.2. c. 5.3. d. 5.4. 12 m. 5.5. 24.

Temario 12. 1.1. $M = 4xy - \frac{5}{4}y^2$. 1.2. $a(2x^2 + 3)(2x + 1)(2x - 1)$. 1.3. $1,42 \cdot 10^{11}$. 2.2. 105° . 2.3. 19 cm^2 . 3.2. 30 hL. 3.3.1. 32 hL. 3.3.2. $V = 2t + 2$. 3.4. 10 hL y 12 hL. 4. 30 casas. 5.1. c. 5.2. 6,0 cm. 5.3. Nota promedio 83 puntos. 5.4. 250 min. 5.5. Mitad.

Temario 13. 1.1. -2. 1.2. $7x^2$. 1.3. $2y(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$. 2.2. 110° . 2.3. $6,2 \text{ cm}^2$. 3.1.1. -5°C . 3.1.2. 20°C . 3.2. 12:02 p.m. 3.3.2. 11°C . 4. 15,5%. 5.1. c. 5.2. c. 5.3. b. 5.4. c. 5.5. 4.