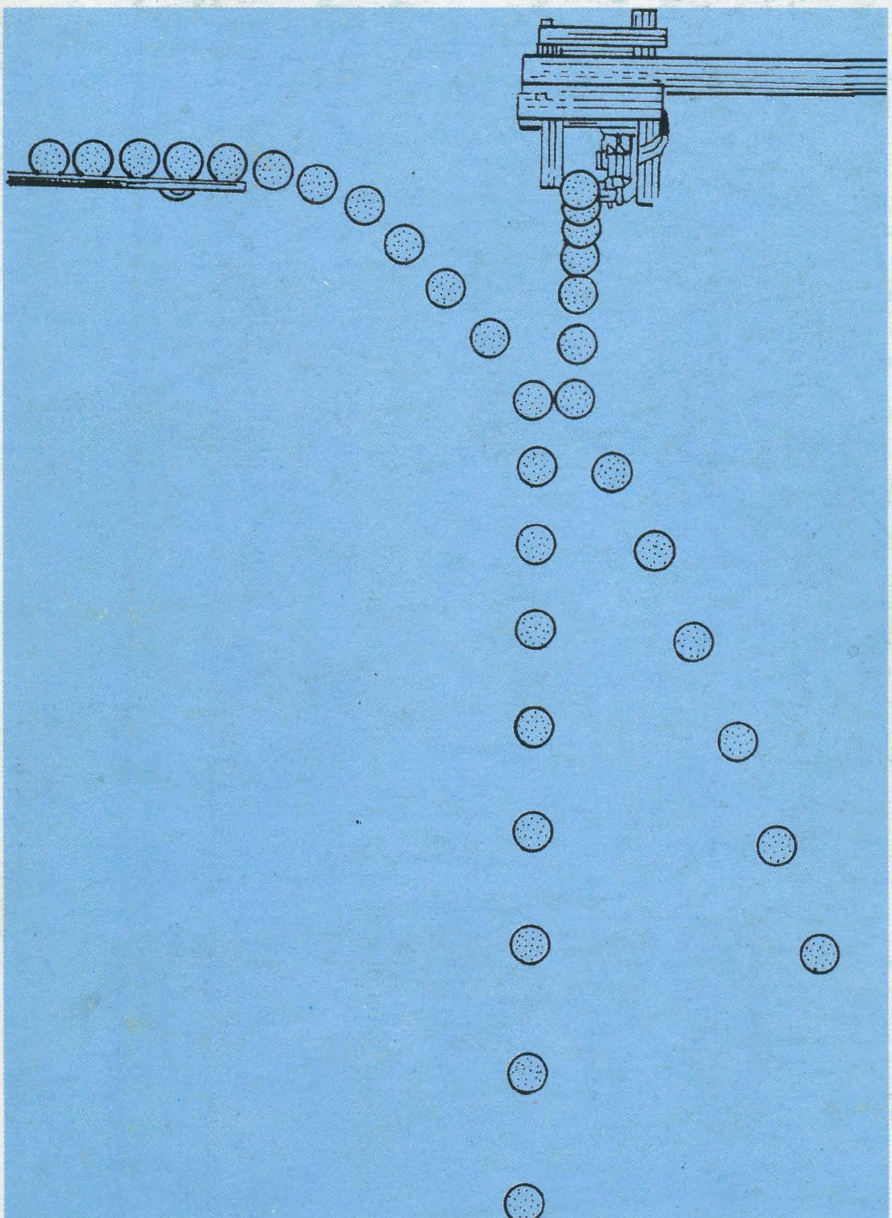
LIBRO DE DISTRIBUCIÓN GRATUITA. PROHIBIDA SU VENTA



Física

12º grado

Parte 2

FÍSICA

Duodécimo grado

Parte 2

Lic. Carlos Sifredo Barrios
Dr. José Luis Hernández Báez

EDITORIAL
PUEBLO Y EDUCACIÓN

ANIVERSARIO 50 DEL TRIUNFO DE LA REVOLUCIÓN

Edición: Lic. José Guillermo Fuertes Jiménez
Ilustración de cubierta: Manuel del Toro Hernández
Diseño: Pedro Manuel García Pérez
Ilustración: Nilda Oliva Lloret
Corrección: Hilda Pallés Arango

ISBN 978-959-13-0676-0 (Obra completa)
ISBN 978-959-13-0678-4 (Parte 2)

EDITORIAL PUEBLO Y EDUCACIÓN
Ave. 3ra. A No. 4605 entre 46 y 60,
Playa, Ciudad de La Habana,
Cuba. CP 11300.

MATIZ

Impreso en la Empresa Gráfica "Juan Marinello"
en el mes de Abril de 2009.
"Año del 50 Aniversario del Triunfo de la Revolución"

25 030 ejemplares

PREFACIO

Este texto está dirigido a satisfacer los requerimientos del programa de Física para la segunda parte del duodécimo grado.

El primer capítulo, "Fuerzas en la naturaleza", está dirigido a sistematizar y generalizar los conocimientos relacionados con la naturaleza de los distintos tipos de fuerzas, y generalizar el método dinámico para la solución de problemas.

El segundo capítulo, "Leyes de conservación", permite la sistematización de los conocimientos sobre las leyes de conservación de la cantidad de movimiento lineal, de la energía mecánica y de la energía, así como de la aplicación del método de las leyes de conservación a solución de problemas.

El tercer capítulo, "Medición de magnitudes físicas", tiene como objetivo central considerar el proceso de medición como objeto de estudio, de manera que se propicie la consolidación y sistematización de los conocimientos adquiridos y las habilidades desarrolladas durante la realización de los trabajos de laboratorio, en particular, los relacionados con el uso de los instrumentos de medición y el procesamiento de los datos experimentales de manera elemental.

En la concepción de los dos primeros capítulos, la solución de los problemas teóricos, a la cual se le dedica en el programa de la asignatura la mayor parte del tiempo, tiene la función de propiciar la asimilación consciente del sistema de conceptos y leyes relacionados con el tema en cuestión, y de consolidar las habilidades para su solución.

En el caso del tercer capítulo, el desarrollo descansa totalmente sobre un sistema de actividades experimentales.

El texto fue elaborado por un colectivo de autores dirigido por el licenciado Carlos E. Sifredo Barrios, metodólogo de Física del MINED, e integrado por el licenciado Evelio Hernández Pérez, profesor de Física del Instituto de Perfeccionamiento Educacional Nacional; el candidato a doctor José Ducongé Hernández, profesor titular del Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona" y el candidato a doctor José Luis Hernández Báez, investigador titular del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.

Este texto fue sometido a investigación, durante el curso escolar 1989-1990, en el IPUEC "Juan Manuel Márquez" y en el IPU "José Martí", de las provincias La Habana y Ciudad de La Habana respectivamente. Los resultados de esta investigación fueron tomados en consideración para elaborar la presente edición.

La segunda y la tercera etapas del trabajo investigativo relacionado con esta obra se desarrollarán durante los cursos escolares 1990-1991 y 1991-1992. Los autores quedarán muy agradecidos a todos los profesores que con sus criterios, observaciones o sugerencias contribuyan al perfeccionamiento de las próximas ediciones.

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a todos los compañeros que, de una forma u otra, han hecho posible la publicación de esta obra, en particular a los profesores Juan Carlos Muñoz Alonso, jefe de cátedra del IPUEC "Juan Manuel Márquez" y Alberto Santana Mora, profesor del IPU "José Martí", quienes experimentaron con sus alumnos la primera versión de este texto. También agradecemos las útiles sugerencias dadas por los revisores de la fase final del texto: el licenciado Raúl Portuondo Duany, profesor titular de la Facultad de Física de la Universidad de La Habana, cuyo texto *Leyes de conservación* fue usado como referencia para el capítulo 2; el licenciado Juan José Llovera, profesor asistente del Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echevarría"; Teresa González Somoano, jefa de cátedra del IPUEC "Mayía Rodríguez"; el profesor Claudio Mesa, metodólogo de Física de la provincia La Habana; la profesora Cira Fernández, metodóloga de Física del municipio Arroyo Naranjo y el licenciado Manuel Rodríguez Seijas, jefe de cátedra del Instituto de Perfeccionamiento Educacional de la provincia La Habana.

En especial, queremos agradecer la colaboración del doctor en ciencias Oleg F. Kabardin, asesor consultante del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, por sus útiles consejos y por haber puesto a nuestra disposición las tareas experimentales por él elaboradas, las cuales sirvieron de base y referencia para el capítulo 3.

Los autores

AL ALUMNO

Esta segunda parte del curso de Física para el duodécimo grado constituye la asignatura con la cual termina el curso de Física en el nivel preuniversitario.

Con esta asignatura, podrás consolidar y sistematizar tus conocimientos sobre los distintos tipos de fuerzas y las leyes de conservación de la cantidad de movimiento lineal, de la energía mecánica y de la energía, así como lograr un mayor desarrollo de tus habilidades para la aplicación del método dinámico y de las leyes de conservación a la solución de problemas. También podrás hacer más sólidos tus conocimientos y habilidades relacionados con la medición de las magnitudes físicas.

Estos temas tienen una gran importancia para la formación de la cultura general que debe poseer todo egresado de preuniversitario, y también para la continuidad de tus estudios, en particular en todas las ramas de la ciencia y la técnica a nivel superior o medio.

Para un buen aprovechamiento de este curso, es de gran importancia el trabajo independiente en las clases y en la casa, dirigido a la solución de los problemas propuestos.

Por último, queremos expresarte que este libro es el resultado del esfuerzo de un numeroso grupo de trabajadores que esperan de ti el estudio sistemático y la asimilación consciente de su contenido.

ÍNDICE

Capítulo 1
FUERZAS EN LA NATURALEZA

1.1 *Introducción*

Al observar y estudiar el movimiento de los cuerpos, podemos llegar a la conclusión de que el estado de movimiento de cualquiera de ellos se puede modificar mediante la interacción con otros cuerpos. Analicemos algunos ejemplos:

- Cuando un obrero desplaza una carretilla que se encuentra en el suelo, es él quien hace cambiar el estado de movimiento de la carretilla respecto al suelo al interactuar con ella.

- Cuando lanzas una piedra, podrás observar que esta se mueve con respecto al suelo y se detiene como resultado de su interacción con el aire y el suelo.

De grados anteriores conoces que una de las medidas de la interacción es la fuerza. Sin embargo, llegar a esta idea no fue fácil.

Históricamente, el origen de la noción de fuerza surgió al apreciar la tensión muscular. Para levantar un cuerpo el hombre debe aplicar determinada fuerza, él siente que el cuerpo "tira" de su mano hacia abajo y que, además, para mantenerlo levantado necesita realizar un esfuerzo. Durante esta actividad, el hombre experimenta cierta sensación de esfuerzo, y la fuerza a que nos referimos guarda relación con esta sensación. Hoy existen varias expresiones en las que la palabra fuerza se toma en sentido original: "un hombre fuerte", "realizar una gran fuerza", etcétera.

Sin embargo, posteriormente el hombre se convenció de que la noción primitiva de fuerza como sensación fisiológica de esfuerzo no podía servirnos para caracterizar la acción de un cuerpo sobre otro. Como sabemos:

La fuerza es una magnitud vectorial que mide la interacción entre los cuerpos.

En física utilizamos los términos fuerza de rozamiento, fuerza elástica, fuerza de empuje, fuerza de gravedad, fuerza de tensión, fuerza normal, fuerza centrípeta, fuerza eléctrica, fuerza magnética, fuerza nuclear y otros. Pero en realidad, ¿existe esa gran variedad de fuerzas en la Naturaleza?

Todas estas fuerzas, por muy diferentes que nos parezcan, son la manifestación de tan solo tres tipos de interacciones: la gravitatoria, la electromagnética y la nuclear.

Una característica fundamental de estos tipos de fuerza es que se corresponden con campos de diferente naturaleza y tienen determinados radios de acción, tal y como se muestra en la tabla 1.1.

Tabla 1.1

Tipo de interacción	*Tipo de campo*	*Radio de acción*
nuclear (fuerte)	nuclear	aprox. 10^{-15} m
electromagnética	electromagnético	infinito
gravitacional	gravitatorio	infinito

1.2 *Leyes fundamentales del movimiento*

Ya conocemos que las leyes fundamentales del movimiento fueron formuladas por Isaac Newton a finales del siglo XVII. Estas leyes son asombrosamente breves y sencillas si los movimientos se consideran con relación a sistemas de referencia elegidos de forma adecuada, es decir, sistemas inerciales de referencia.

La primera ley plantea:

El estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme de un cuerpo se mantiene mientras sobre él no actúen otros cuerpos o las acciones de estos se compensen (es decir, sea nula la suma de fuerzas que actúan sobre él).

La segunda ley establece la relación entre la fuerza y la aceleración:

Independiente de su naturaleza, la fuerza que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa de este por la aceleración que es capaz de comunicarle esta fuerza.

$$\vec{F} = m\,\vec{a}$$

La tercera ley muestra que la acción de un cuerpo sobre otro tiene carácter mutuo:

Los cuerpos actúan entre sí con fuerzas de la misma naturaleza, iguales en valor absoluto, de igual dirección y de sentidos contrarios.

Recordemos brevemente el significado físico de los conceptos *aceleración* y *masa*, los cuales intervienen en estas leyes:

1. La aceleración es un concepto cinemático que expresa la rapidez de cambio de la velocidad:

   $$a = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

   En el caso de los movimientos rectilíneos con *aceleración constante* (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado), la velocidad al cabo de un tiempo t viene dada por la ecuación:

   $$v = v_0 + at$$

   y la distancia recorrida:

   $$\Delta s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

2. La masa es una magnitud física escalar que caracteriza una propiedad de los cuerpos: la inercialidad. Como muestra la experiencia cotidiana, la masa de un cuerpo posee dos importantes propiedades:

a) la masa es una magnitud física escalar aditiva, es decir, la masa de un cuerpo compuesto es igual a la suma de las masas de sus partes ($m_t = m_1 + m_2 + ... + m_n$);
b) dentro de los límites de la mecánica clásica ($v << c$), la masa de un cuerpo no varía durante su movimiento.

Estas leyes son aplicables a movimientos tan diversos como los de los automóviles, los aviones, las galaxias, las estrellas, los planetas, las naves cósmicas, etcétera. A excepción de la tercera ley, son también aplicables al movimiento de las partículas cargadas en los campos eléctrico y magnético. Todos estos movimientos y los cuerpos que los realizan se diferencian unos de otros. También son diferentes las fuerzas que sobre ellos actúan. Pero para todos estos movimientos, cuerpos y fuerzas, las leyes formuladas por Newton son correctas.

Es conveniente, antes de estudiar los distintos tipos de leyes de fuerza, destacar cómo operan estas leyes del movimiento en forma general.

Ejemplo 1

Una fuerza de 5 N provoca sobre un cuerpo de masa m_1 una aceleración de 8 m/s² y sobre un cuerpo de masa m_2, una aceleración de 24 m/s². ¿Qué aceleración provocaría sobre los dos cuerpos si estuvieran unidos?

Solución

En general:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Escogiendo un sistema de coordenadas respecto al cual el movimiento del cuerpo sea en el sentido positivo del eje X, podemos escribir que:

$$a_x = \frac{F_x}{m}$$

En este caso $m = m_1 + m_2$

Como son conocidas las aceleraciones de los cuerpos y el valor de la fuerza, la segunda ley permite calcular las masas m_1 y m_2:

$$m_1 = \frac{F_x}{a_{1x}}$$

$$m_2 = \frac{F_x}{a_{2x}}$$

Sustituyendo estas ecuaciones en la inicial:

$$a_x = \frac{F_x}{\dfrac{F_x}{a_{1x}} + \dfrac{F_x}{a_{2x}}} = \frac{a_{1x} \cdot a_{2x}}{a_{1x} + a_{2x}}$$

$$a_x = \frac{8 \text{ m/s}^2 \cdot 24 \text{ m/s}^2}{8 \text{ m/s}^2 + 24 \text{ m/s}^2} = 6 \text{ m/s}^2$$

1.3 *Leyes de fuerza*

En la gran mayoría de los fenómenos dinámicos, las fuerzas que actúan sobre un cuerpo varían con el tiempo y la posición. Por ejemplo:

- Un sistema cuerpo-resorte oscila hacia arriba y hacia abajo. El movimiento es rectilíneo pero no uniformemente acelerado. La fuerza resultante ejercida en este caso varía, y suponemos asociado un solo valor numérico de la fuerza a cada posición del cuerpo oscilante.
- En el movimiento de los satélites artificiales alrededor de la Tierra o de los planetas alrededor del Sol, la trayectoria es, en general, elíptica (en algunos casos, aproximadamente circular). La fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo que gira, varía con la posición del mismo en su trayectoria.
- Las fuerzas electrostáticas de atracción o repulsión entre partículas cargadas dependen de la separación entre ellas, y las aceleraciones que se producen son, por tanto, funciones de la posición.

En cada uno de estos casos el cuerpo se mueve con una aceleración que varía continuamente en una trayectoria que es simple en algunos casos, y en otros, geométricamente compleja. En cada caso la fuerza que actúa sobre el cuerpo depende no solo de las posiciones relativas de los cuerpos que interactúan, sino también de cierta propiedad intrínseca del sistema de cuerpos: las propiedades elásticas del resorte en el primer caso, las propiedades gravitacionales en el segundo o electromagnéticas de los cuerpos en el tercero.

La segunda ley del movimiento, $\vec{F} = m\vec{a}$, relaciona solamente valores instantáneos de fuerza y aceleración; no nos informa directamente sobre la trayectoria del movimiento. Pero si podemos establecer una ley de fuerza como una función del tiempo, de la posición o de la velocidad, podremos conocer la aceleración como una función del tiempo o la posición aplicando la segunda ley del movimiento. Por esta razón es tan importante conocer las leyes que rigen el comportamiento de las fuerzas.

La experiencia acumulada y el conocimiento del movimiento en diversas condiciones hacen que, en muchos casos, las fuerzas sean conocidas. El conocimiento de la ley de la fuerza significa, desde luego, que conocemos las magnitudes de las que depende la fuerza y también la naturaleza de esta dependencia.

1.4 *Fuerza de gravitación universal*

Como sabemos, una de las fuerzas fundamentales de la naturaleza es la de gravitación universal, que nos da una medida de la atracción mutua entre los cuerpos como consecuencia de la interacción gravitatoria.

La fuerza de gravitación universal se manifiesta entre todos los cuerpos, independientemente de que estén cargados eléctricamente o sean neutros.

Si dos cuerpos pueden considerarse puntos materiales, y designamos sus masas, por m_1 y m_2, y la distancia entre ellos por R (fig. 1.1), entonces la fuerza de gravitación está determinada por:

$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

donde G es una constante universal independiente de la naturaleza de los cuerpos que interaccionan.

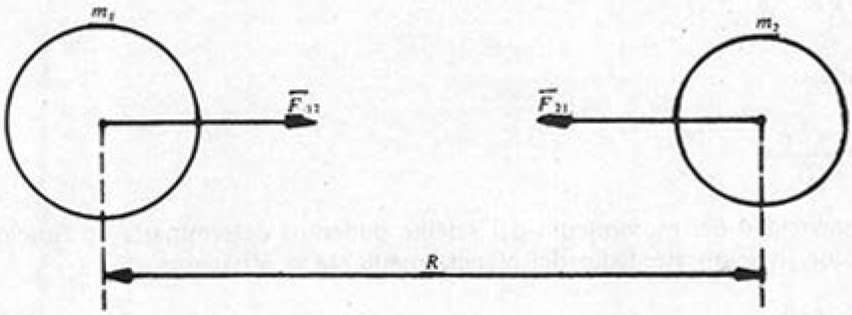


Fig. 1.1

La constante G se interpreta físicamente como la fuerza con que se atraen dos cuerpos de masa 1 kg que se hallan a la distancia de 1 m. Su valor numérico es:

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \ \frac{\mathrm{N\ m^2}}{\mathrm{kg^2}}$$

El valor tan pequeño de G indica que la fuerza de gravitación puede ser considerable solo en el caso de cuerpos de grandes masas. Por esta causa, la gravitación no desempeña un papel apreciable en la mecánica de los átomos y moléculas. Con el aumento de la masa, aumenta el papel de la gravitación, y el movimiento de los cuerpos como la Luna, los planetas y los satélites está determinado completamente por la fuerza de gravitación.

Ejemplo 2

Determina la masa de un planeta suponiendo que su satélite gira con un movimiento circular uniforme alrededor de él por una órbita de radio R y período T.

Solución

Por la ley de gravitación universal, el planeta de masa M atrae a su propio satélite de masa m, que se encuentra a una distancia R, con una fuerza:

$$F = G \ \frac{m\,M}{R^2}$$

En correspondencia con la segunda ley de Newton, esta fuerza comunica al satélite una aceleración:

$$a = \frac{F}{m} = G \ \frac{M}{R^2}$$

Conociendo que la aceleración que hemos determinado es la aceleración centrípeta del satélite por su órbita circular:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

donde v es la velocidad del satélite, entonces obtenemos:

$$G\ \frac{M}{R^2} = \frac{v^2}{R}$$

de donde:

$$M = \frac{v^2 R}{G}$$

La velocidad del movimiento del satélite podemos determinarla en función de su período de rotación alrededor del planeta mediante la ecuación:

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Por lo tanto:

$$M = \frac{4\ \pi^2 R^3}{G\ T^2}$$

Fuerza de gravedad

De la experiencia cotidiana sabemos que todos los cuerpos caen hacia la Tierra, pero ¿cuál es la causa de la caída?

Como sabemos, la fuerza de gravitación universal con que la Tierra atrae a todos los cuerpos recibe el nombre de fuerza de gravedad.

Si llamamos M y R_T a la masa y al radio de la Tierra respectivamente, entonces la fuerza de gravedad sobre un cuerpo en la superficie de la Tierra es:

$$F_g = G\ \frac{M\ m}{R_T^2} \tag{1.1}$$

Si sobre el cuerpo actúa sólo esta fuerza, entonces caerá sobre la Tierra en caída libre. Estudios experimentales nos permiten establecer una importante propiedad de este movimiento.

Todos los cuerpos, independientemente de sus masas y velocidades iniciales, caen con la misma aceleración g, constante en el vacío.

Según la segunda ley de Newton la fuerza está dada por:

$$F = m\ a$$

Sustituyendo a por la aceleración gravitatoria g, obtenemos que:

$$F = m\ g \tag{1.2}$$

Si sustituimos la ecuación 1.2 en 1.1 obtenemos:

$$m\ g = G\ \frac{m\ M}{R^2}$$

de donde:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

En esta ecuación podemos ver que la aceleración de caída libre (g) no depende de la masa del cuerpo (m) y, por lo tanto, es igual para todos los cuerpos, lo cual concuerda con los estudios experimentales.

La fuerza de gravedad y, por consiguiente, la aceleración de caída libre varían en la medida en que el cuerpo se aleja de la Tierra. Para un cuerpo que se encuentre a una altura h sobre la superficie terrestre (fig. 1.2), el valor de la aceleración de la gravedad (despreciando la rotación de la Tierra alrededor de su eje) será:

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

Por ejemplo, al subir una altura de 300 km, la aceleración de caída libre disminuye 1 m/s^2. Por esta razón podemos afirmar que para alturas sobre la Tierra, no solo de varios centenares de metros, sino incluso de algunos kilómetros, la fuerza de gravedad puede considerarse constante. Por lo tanto, la caída libre sobre la Tierra, despreciando la acción del aire, puede considerarse como un movimiento uniformemente acelerado.

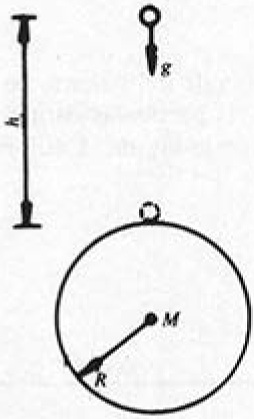


Fig. 1.2

Es conveniente recordar que la fuerza de gravedad que actúa sobre un cuerpo debe distinguirse del peso de este. Se denomina *peso de un cuerpo* a la fuerza con que este actúa sobre un apoyo o suspensión debido a la atracción hacia la Tierra. La fuerza de gravedad y el peso del cuerpo están aplicados a diferentes cuerpos. El peso del cuerpo es la fuerza provocada por su deformación al interactuar con su apoyo o sostén. Solo cuando un cuerpo se encuentra en reposo, o con aceleración nula respecto a la superficie terrestre, el peso del cuerpo es numéricamente igual a la fuerza de gravedad con que la Tierra lo atrae.

1.5 *Fuerza electromagnética*

La fuerza electromagnética se manifiesta entre los cuerpos cargados. En el caso particular de los cuerpos cargados en reposo, solo se manifiesta la naturaleza eléctrica de esta fuerza.

Cuando las partículas cargadas se mueven unas respecto a otras, además de la fuerza eléctrica se manifiesta otra que recibe el nombre de fuerza magnética.

Como ambas fuerzas, la eléctrica y la magnética, están tan íntimamente relacionadas, la fuerza con que interactúan los cuerpos cargados se denomina electromagnética.

Como veremos más adelante, la fuerza de rozamiento entre los cuerpos y las fuerzas elásticas son las manifestaciones macroscópicas de la fuerza electromagnética entre las partículas cargadas que componen la sustancia.

Fuerza eléctrica

A diferencia de la fuerza de gravitación universal, que siempre es de atracción, la fuerza eléctrica puede ser de atracción o de repulsión, en dependencia de la naturaleza de la carga de los cuerpos interactuantes.

Si dos cuerpos con cargas q_1 y q_2 se encuentran en reposo y pueden ser considerados puntuales, esto es, muy pequeños en comparación con la distancia r que los separa (fig. 1.3), las fuerzas entre ellos actúan en la línea que los une, son iguales y de sentido contrario, y su valor está dado por la ecuación:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

donde k es una constante que depende del sistema de unidades con que se trabaje (en el SI, $k = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$ cuando las partículas cargadas están en el vacío). Esta ecuación es la expresión matemática de la ley de Coulomb.

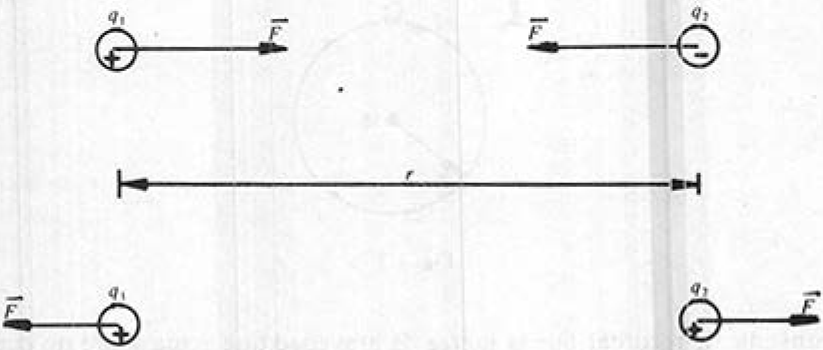


Fig. 1.3

Otra característica importante de las fuerzas eléctricas es que cumplen con el *principio de superposición;* es decir, la fuerza entre dos partículas cargadas es independiente de la presencia de otra partícula cargada.

Ejemplo 3

La distancia *r* entre el protón y el electrón en el átomo de hidrógeno es aproximadamente de $5{,}3 \cdot 10^{-11}$m. ¿Cuáles son las magnitudes de:

a) la fuerza eléctrica;

b) la fuerza gravitacional entre esas dos partículas?

Solución

De la ley de Coulomb tenemos que:

$$F_e = k\,\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_e = \frac{(9{,}0 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C})^2}{(5{,}3 \cdot 10^{-11}\mathrm{m})^2}$$

$$F_e = 8{,}2 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{N}$$

La fuerza gravitacional está dada por la ecuación:

$$F_g = G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$F_g = \frac{(6{,}7 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2})\,(9{,}1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg})\,(1{,}7 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg})}{(5{,}3 \cdot 10^{-11}\mathrm{m})^2}$$

$$F_g = 3{,}7 \cdot 10^{-47}\ \mathrm{N}$$

Así pues, la fuerza eléctrica es aproximadamente 10^{39} veces mayor que la gravitacional.

Este ejemplo nos permite valorar que la importancia de la ley de Coulomb va más allá de la descripción de la fuerza que se manifiesta entre cuerpos cargados. La ley de Coulomb describe correctamente:

a) la fuerza que se manifiesta entre los electrones de un átomo y su núcleo;

b) las fuerzas que se manifiestan en los átomos entre sí para formar las moléculas;

c) las fuerzas que se manifiestan entre los átomos o las moléculas para formar sólidos o líquidos.

Campo eléctrico

Como ya se ha estudiado, a todo cuerpo cargado en reposo le es inherente un campo eléctrico. El estudio de las propiedades del campo se puede realizar colocando en este una partícula cargada puntual y midiendo la fuerza que actúa sobre ella.

Ahora bien, la fuerza eléctrica nos da una medida de la interacción entre una partícula cargada y el campo eléctrico. La interacción entre partículas cargadas no se realiza de forma directa, sino a través del campo eléctrico.

El campo eléctrico está caracterizado por el vector intensidad de campo eléctrico, $\vec{E}$. Este vector es igual a la fuerza que experimenta la unidad de carga eléctrica colocada en un punto, lo que podemos expresar analíticamente como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

donde q es la carga de la partícula utilizada para explorar el campo.

La intensidad $\vec{E}$ del campo eléctrico es independiente de la partícula cargada empleada para medirlo, siempre y cuando esta sea lo suficientemente pequeña como para no variar la distribución de cargas de cuerpos cercanos, lo cual podría alterar el campo.

Si se desea conocer el valor de la intensidad del campo eléctrico de una partícula cargada con carga Q a una distancia r, entonces, aplicando la ley de Coulomb se llega a que:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{kqQ}{qr^2}$$

$$E = \frac{kQ}{r^2}$$

Queremos precisar que la carga q que aparece en la primera expresión es la de prueba, mientras que en la segunda expresión, Q es la carga cuyo campo estamos analizando.

La intensidad de campo eléctrico total debido a la presencia de varias partículas cargadas en una región, es la suma vectorial de cada una de las intensidades de los campos relacionados con cada partícula. Para un conjunto de n partículas cargadas tenemos que:

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n$$

Ejemplo 4

¿Cuál es la intensidad que debe tener un campo eléctrico para que un electrón colocado en él experimente una fuerza eléctrica igual a la fuerza de gravedad?

Solución

Para calcular el valor de la intensidad de campo eléctrico aplicamos la expresión:

$$E = \frac{F}{q}$$

Dadas las condiciones del problema, el valor de la fuerza eléctrica es igual a la fuerza de gravedad que actúa sobre el electrón, es decir:

$$F = mg$$

Además, la carga q es la carga del electrón, o sea:

$$q = e$$

Por lo tanto:

$$E = \frac{mg}{e}$$

Sustituyendo:

$$E=\frac{(9{,}1\cdot10^{-31}\,kg)\cdot(9{,}8\;\mathrm{m/s^2})}{1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}}$$

$$E=5{,}6\cdot10^{-11}\,\mathrm{N/C}$$

Ejemplo 5

Dos partículas cargadas, q_1 y q_2 de $1{,}2\cdot10^{-8}$C y $-1{,}2\cdot10^{-8}$C, están separadas a una distancia de 10 cm, como indica la figura 1.4. Calcula la intensidad del campo eléctrico debido a estas partículas en los puntos *A*, *B* y *C*.

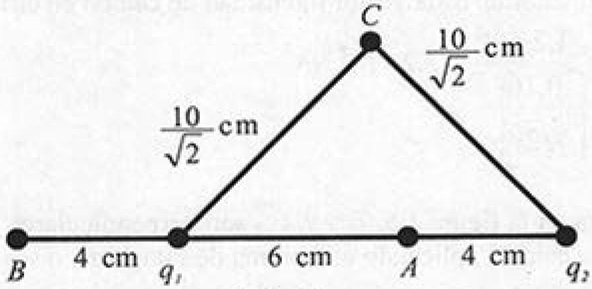


Fig. 1.4

Solución

Tenemos que calcular el valor de la intensidad del campo eléctrico en los puntos *A*, *B* y *C*, debido a las partículas cargadas con cargas q_1 y q_2.

En el punto *A*, la intensidad de campo eléctrico debido a la carga positiva está dirigida hacia la derecha, y su valor es:

$$E_1=9{,}0\cdot10^9\cdot\frac{1{,}2\cdot10^{-8}}{(0{,}060)^2}=3{,}0\cdot10^4\;\mathrm{N/C}$$

La intensidad de campo eléctrico debida a la carga negativa está dirigida hacia la derecha, y vale:

$$E_2=9{,}0\cdot10^9\cdot\frac{1{,}2\cdot10^{-8}}{(0{,}040)^2}=6{,}8\cdot10^4\;\mathrm{N/C}$$

Por consiguiente, en el punto *A*:

$$E_A=E_1+E_2$$

$$E_A=(3{,}0+6{,}8)\cdot10^4\;\mathrm{N/C}=9{,}8\cdot10^4\;\mathrm{N/C}$$

y E_A está dirigido hacia la derecha.

En el punto *B*, la intensidad de campo eléctrico debido a la carga positiva está dirigida hacia la izquierda, y su valor es:

$$E_1=9{,}0\cdot10^9\,\frac{1{,}2\cdot10^{-8}}{(0{,}040)^2}=6{,}8\cdot10^4\;\mathrm{N/C}$$

La intensidad del campo eléctrico debido a la carga negativa está dirigida hacia la derecha, y es:

$$E_2 = 9{,}0 \cdot 10^9 \, \frac{1{,}2 \cdot 10^{-8}}{(0{,}14)^2} = 0{,}55 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Por lo tanto, en el punto *B*:

$$E_B = E_2 - E_1$$
$$E_B = (6{,}8 - 0{,}55) \cdot 10^4 \text{ N/C} = 6{,}3 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

y su dirección es hacia la izquierda.

En el punto *C*, el valor de cada vector intensidad de campo eléctrico es:

$$E_1 = E_2 = 9{,}0 \cdot 10^9 \frac{1{,}2 \cdot 10^{-8}}{\left(\frac{0{,}10}{\sqrt{2}}\right)^2} = 2{,}2 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

Como se muestra en la figura 1.5, $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ son perpendiculares, y la intensidad del campo resultante se calcula aplicando el teorema de Pitágoras, o sea:

$$E_c = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 3{,}1 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

La dirección y el sentido de $\vec{E}_A$, $\vec{E}_B$ y $\vec{E}_C$ están representados en la figura 1.5.

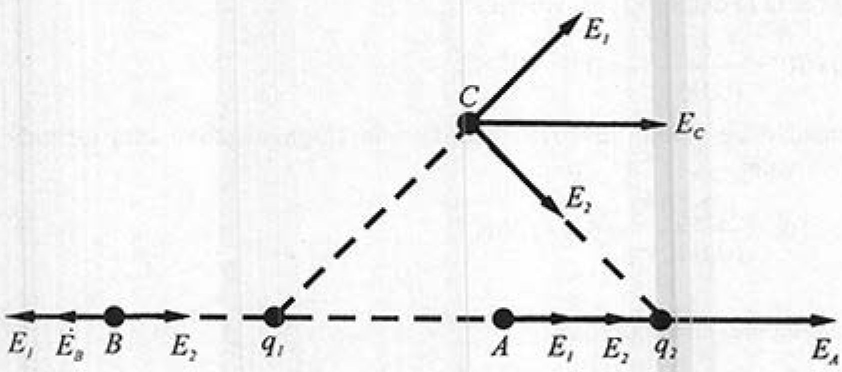


Fig. 1.5

Fuerzas magnéticas

Hemos visto que la fuerza que se ejerce sobre una partícula cargada en un campo eléctrico es independiente de la velocidad de la partícula. La situación es totalmente distinta cuando la partícula cargada se mueve dentro de un campo magnético (por ejemplo, entre los polos de un imán).

De la misma manera que a una partícula cargada en reposo le es inherente un campo eléctrico con determinadas propiedades físicas, a la partícula cargada en movimiento le es inherente un campo magnético.

La presencia de un campo eléctrico se manifiesta por la acción de la fuerza eléctrica sobre las partículas cargadas en reposo o en movimiento que se encuentran en este campo. El campo magnético sólo se manifiesta por las fuerzas magnéticas sobre las partículas cargadas que se mueven en él.

Sobre una partícula cargada que se mueve con una velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético actúa una fuerza magnética, la cual está determinada por la carga q, la velocidad $\vec{v}$ y la inducción magnética $\vec{B}$ en el punto donde se encuentra la partícula cargada en el instante t que se considera. La suposición más simple consiste en que la fuerza es proporcional a cada una de las tres magnitudes, q, $\vec{v}$ y $\vec{B}$. Además, puede demostrarse que $\vec{F}$ depende de la orientación mutua de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$. La dirección y sentido del vector $\vec{F}$ debe depender de las direcciones y sentidos de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

Entonces, si se conoce la inducción magnética $\vec{B}$ en un punto, se puede determinar el valor de la fuerza que experimenta la partícula con carga q y velocidad $\vec{v}$ (fig. 1.6) por la expresión:

$F = q\,v\,B \operatorname{sen} \theta$

donde θ es el ángulo entre el vector inducción magnética y el vector velocidad.

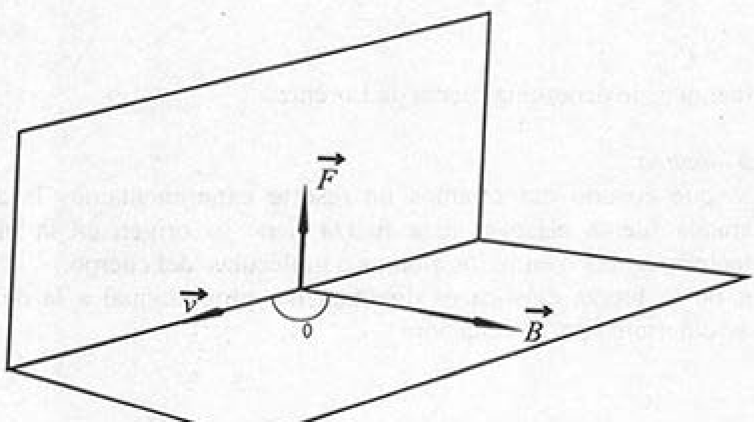


Fig. 1.6

Ejemplo 6

Un electrón es lanzado en un campo magnético cuya inducción es igual a $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ T, con una velocidad de $3{,}0 \cdot 10^{5}$ m/s, en una dirección que forma un ángulo recto con el campo. Calcula la fuerza magnética sobre el electrón y compárala con la fuerza gravitatoria que actúa sobre él.

Solución

La fuerza magnética podemos calcularla por:

$F = q\,v\,B \operatorname{sen} \theta$

$F = (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C})\,(3{,}0 \cdot 10^{5}\text{m/s}) \cdot (1{,}0 \cdot 10^{-3}\ \text{T}) \cdot \operatorname{sen} 90^{0}$

$F = 4{,}8 \cdot 10^{-17}\ \text{N}$

Podemos determinar la fuerza de gravedad mediante la ecuación:

$F_g = mg$

$F_g = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2$

$F_g = 8{,}9 \cdot 10^{-30}\ \text{N}$

Observa que la fuerza de gravedad es despreciable comparada con la fuerza magnética.

Fuerza electromagnética

Hasta el presente, del estudio de los fenómenos electromagnéticos se puede afirmar que la fuerza ejercida sobre una partícula de carga q no depende solo de dónde esta se encuentra, sino también de la velocidad con que se mueve. Entonces, cuando una partícula con carga q se mueve con velocidad $\vec{v}$ en una región donde existen una campo eléctrico $\vec{E}$ y uno magnético $\vec{B}$, la fuerza que actúa sobre la partícula tendrá dos componentes. La primera es la fuerza eléctrica, y la segunda es la fuerza magnética, que depende de la velocidad de la partícula. La fuerza electromagnética que experimenta la partícula cargada será, por lo tanto

$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$

A esta fuerza se le denomina fuerza de Lorentz.

1.6 Fuerza elástica

Sabemos que cuando deformamos un resorte experimentamos la acción de una fuerza, llamada fuerza elástica. Esta fuerza tiene su origen en la interacción de carácter electromagnético entre los átomos o moléculas del cuerpo.

El valor de la fuerza elástica es directamente proporcional a la deformación del cuerpo, y se determina por la ecuación:

$F = k\,x$

donde k es la constante elástica del resorte y x su deformación.

¿Por qué la fuerza elástica es directamente proporcional a la deformación? Veamos.

Como sabemos, cuando las moléculas están muy cerca, la fuerza entre ellas es repulsiva, y cuando están muy separadas, es de atracción. En la figura 1.7 se representa la gráfica que describe el comportamiento de la fuerza de interacción entre las moléculas en función de la distancia que separa los centros de las moléculas.

Cuando la distancia es d (donde la curva corta el eje r), las fuerzas repulsivas y atractivas que actúan sobre las moléculas se compensan (la fuerza resultante es cero), y las moléculas están en equilibrio. Si el cuerpo se comprime, la distancia entre las moléculas se hace menor y predominan las fuerzas repulsivas (corresponde a la parte de la gráfica que está por encima del eje de las r), las cuales tienden a restaurarle al cuerpo sus dimensiones originales. Si el cuerpo se estira, la distancia entre las moléculas aumenta, predominando las fuerzas atractivas (corresponde a la parte de la gráfica que está por debajo del eje *r*), por lo que el cuerpo tiende a recuperar su forma. Si el estiramiento es muy grande, las fuerzas intermoleculares prácticamente se anulan, y el cuerpo permanece deformado.

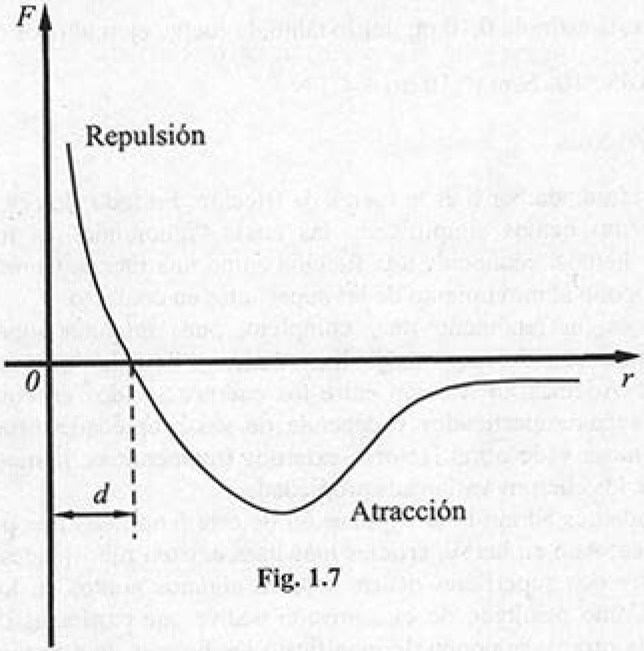


Fig. 1.7

Cuando la deformación no es muy grande, la fuerza es directamente proporcional a la separación de las moléculas de su posición de equilibrio, pues la gráfica para la región próxima a *d* es aproximadamente lineal, como se puede ver en la figura 1.7. Es decir, si la deformación no es muy grande, la fuerza elástica es directamente proporcional a la deformación del cuerpo.

Como ejemplo de fuerzas de este tipo podemos mencionar la que ejerce un resorte deformado, la que experimenta cuando comprimes una goma de borrar o una pelota de goma, y la llamada fuerza normal.

Ejemplo 7

Se sabe que un resorte helicoidal se estira 0,076 m con respecto a su posición de equilibrio cuando sobre él actúa una fuerza de 3,3 N. Se toma un cuerpo de 0,68 kg, sobre una mesa horizontal lisa se fija al extremo del resorte, y se hala 0,10 m a partir de su posición de equilibrio. Entonces se suelta y el cuerpo realiza un movimiento armónico simple.

a) ¿Cuál es la constante elástica del resorte?
b) ¿Cuál es la fuerza ejercida por el resorte sobre el cuerpo cuando está a punto de ser soltado?

Solución

a) Una fuerza de 3,3 N aplicada al resorte lo obliga a una deformación de 0,076 m, por consiguiente:

$$k = \frac{F}{x} = \frac{3{,}3N}{0{,}076m} = 0{,}43 \cdot 10^2 \text{ N/m}$$

b) El resorte está estirado 0,10 m; por lo tanto, la fuerza ejercida por el resorte es:

$F = kx = 0{,}43 \cdot 10^2$ N/m (0,10 m) = 4,3 N

1.7 Fuerza de fricción

Otra fuerza estudiada por ti es la fuerza de fricción. En todos los ejemplos considerados hasta el momento hemos simplificado las cosas "ignorando" la fricción. Al hacerlo, implícitamente hemos reconocido a la fricción como una fuerza. Como sabemos, la fuerza de fricción se opone al movimiento de las superficies en contacto.

La fricción es un fenómeno muy complejo, pues ninguna superficie es un plano perfecto, y aun cuando sea muy lisa tiene, a escala microscópica, numerosas irregularidades. Además, la fricción entre los cuerpos sólidos en contacto se presenta a través de sus capas superficiales y depende de sus propiedades. Bajo la influencia de acciones mecánicas y de otros factores externos (temperatura, humedad, etc.), las capas superficiales de los cuerpos varían sus propiedades.

En la actualidad es admitida la explicación de este fenómeno que proporciona la teoría electromagnética. Aun en las superficies más lisas existen rubosidades (fig. 1.8a). Por eso el contacto entre dos superficies ocurre solo en algunos puntos en los cuales existe una gran presión. Como resultado de esta presión ocurre que partículas de una superficie se introducen en la otra, y se ponen de manifiesto las fuerzas de atracción y repulsión entre moléculas y átomos, que tienen naturaleza electromagnética.

El desplazamiento relativo de tales superficies va acompañado de su deformación, lo cual origina que sea necesario un esfuerzo externo para desplazar los cuerpos. Es decir, el rozamiento es debido tanto a la penetración de las partículas de una superficie en la otra como a la deformación de las superficies en contacto.

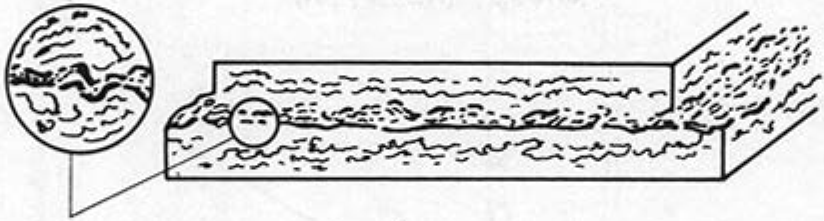
Veamos ahora cómo podemos medir la fuerza de fricción.

Si aplicamos una fuerza horizontal F a un bloque, tal y como se muestra en la figura 1.8b este no se acelera como lo haría si no existiera fricción. Reconocemos entonces la presencia de una fuerza que se opone al movimiento, la fricción, que representaremos por f. La fuerza de fricción siempre actúa paralela a la superficie. Si la fuerza F aumenta gradualmente, f aumenta también, y permanece igual y opuesta a F; pero este proceso tiene un límite, pues la fricción tiene un valor máximo que denotaremos por $f_{máx}$. Si F es mayor que $f_{máx}$, el cuerpo comienza a deslizarse por la acción de la fuerza resultante ($F_R = F - f_{máx}$). Una vez que comienza el deslizamiento, la fuerza de rozamiento disminuye. Por está razón tenemos que diferenciar dos tipos de fricción: estática y cinética.

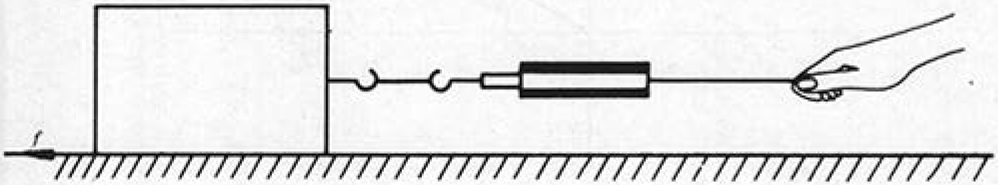
Experimentalmente se puede establecer que la fuerza de fricción estática máxima cumple aproximadamente con la relación:

$f_{máx} = \mu_e N$

donde μ_e es el llamado coeficiente de fricción estática. La fuerza de fricción estática puede tomar valores entre cero y $f_{máx}$.



a



b

Fig. 1.8

Una vez iniciado el movimiento del cuerpo, se puede comprobar que la fuerza necesaria para mantener su movimiento es menor que el valor de $f_{máx}$.

En este caso, la fuerza de fricción cinética viene dada por:

$f_c = \mu_c N$

donde μ_c es siempre algo menor que μ_e. Aunque en la práctica μ_c cambia relativamente poco, es frecuente utilizar un valor promedio para simplificar los cálculos.

Ejemplo 8

Sobre una superficie horizontal se encuentra en reposo un bloque de masa 10 kg. Si sobre este actúa una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal, como se muestra en la figura 1.9, y el coeficiente de fricción cinético entre el cuerpo y la superficie es 0,30, calcula la fuerza de fricción que actúa sobre el cuerpo.

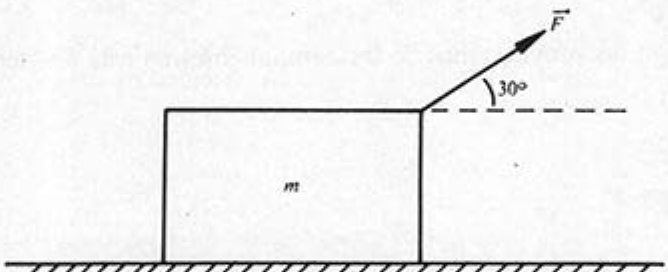


Fig. 1.9

Solución

Para resolver este problema es conveniente representar en un sistema de ejes coordenados las fuerzas que actúan sobre el bloque (fig. 1.10).

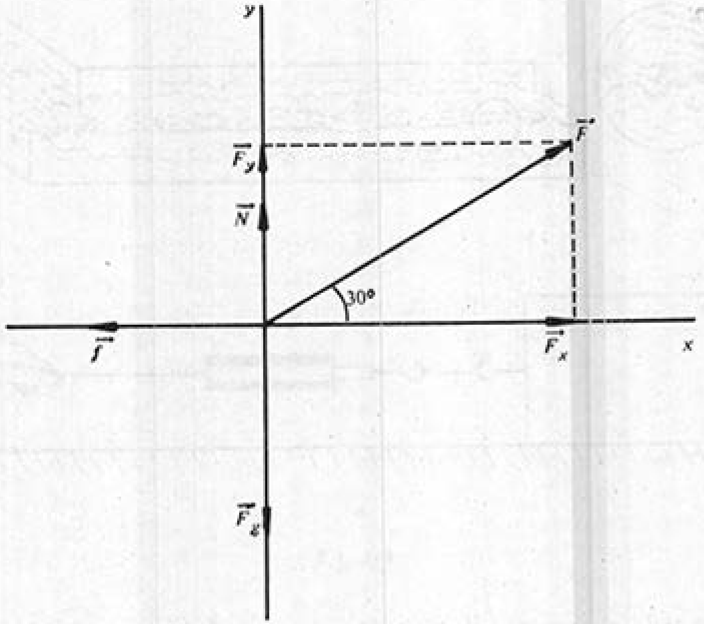


Fig. 1.10

Tal y como se muestra en la figura, sobre el bloque actúa la fuerza F, la fuerza de gravedad F_g, la fuerza normal N y la fuerza de fricción f.

La fuerza de fricción es:

$f = \mu N$

Para calcular N trabajaremos con las fuerzas que están en el eje Y.

$\vec{N} + \vec{F_y} + \vec{F_g} = m\ \vec{a_y}$

Como el cuerpo se mueve sobre la superficie, la aceleración en el eje Y es igual a cero, por lo que:

$\vec{N} + \vec{F_y} + \vec{F_g} = \vec{0}$

Trabajando con las proyecciones de las componentes en este eje, tendremos:

$N + F_y - F_g = 0$

Como:

$F_g = mg$

y:

$F_y = F \text{ sen } \theta$

entonces:

$N = mg - F \text{ sen } \theta$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación de la fuerza de fricción nos queda:

$f = \mu\ (mg - F \text{ sen } \theta)$

y por lo tanto:

$f = 20{,}4$ N

1.8 *Fuerzas nucleares*

Las fuerzas nucleares son las que actúan entre las partículas que constituyen el núcleo atómico. Son fuerzas de atracción, pues mantienen a los nucleones dentro del núcleo, pero a distancias extraordinariamente pequeñas entre los nucleones tienen un carácter repulsivo.

Estas fuerzas nucleares no son fuerzas eléctricas, puesto que no solo actúan entre los protones (partículas cargadas), sino también entre los neutrones (partículas sin carga). Tampoco son fuerzas gravitacionales, pues estas últimas son pequeñas para explicar los fenómenos nucleares.

El radio de acción de las fuerzas nucleares es muy pequeño, aproximadamente de 10^{-15} m; a distancias más grandes entre las partículas no se manifiestan. Por eso afirmamos que las fuerzas nucleares, a diferencia de las gravitacionales y electromagnéticas, son de corto radio de acción.

La acción de las fuerzas electromagnéticas y gravitacionales decrece a medida que aumenta la distancia entre las partículas cargadas (o los cuerpos) de forma paulatina $\left(\frac{1}{R^2}\right)$. Por esta razón se dice que son de gran alcance (ver tabla 1.1). En cambio, las fuerzas nucleares se interrumpen bruscamente cuando la distancia entre las partículas supera los 10^{-14} m, es decir, una cienmillonésima de micrómetro.

Cuando dos protones (núcleos del átomo de hidrógeno) se encuentran a una distancia del orden de 10^{-14} m, sobre ellos actúan únicamente las fuerzas electromagnéticas. Solo a distancias del orden de 10^{-15} m comienza a predominar la atracción nuclear sobre la repulsión eléctrica entre los protones.

Estas fuerzas nucleares son muy intensas en la región en que actúan. Su intensidad es mucho mayor que la de las fuerzas electromagnéticas y gravitacionales. Se considera que las fuerzas nucleares son (a una misma distancia) 10^2 a 10^3 veces más intensas que las electromagnéticas, y 10^{38} veces más intensas que las gravitacionales.

En resumen, podemos señalar que:

La interacción gravitatoria es la más débil de todas, pero desempeña un papel importante al analizar los fenómenos a gran escala del Universo, donde intervienen la Tierra, el Sol, los planetas y las estrellas. La fuerza electromagnética describe la interacción entre las partículas cargadas (los electrones, los átomos, las moléculas, etc.) y entre los cuerpos macroscópicos. Constituyen la interacción más significativa para la química y la biología.

La interacción nuclear es la responsable de la atracción entre los neutrones y los protones para formar los núcleos atómicos. Es la fuerza más intensa y de menor alcance conocida en la naturaleza.

1.9 *Problemas resueltos*

1. Un hombre empuja por una superficie horizontal y lisa dos bloques de masas $m_A = 20$ kg y $m_B = 40$ kg, dispuestos como se muestra en la figura 1.11 con una fuerza de valor igual a 30 N en la dirección y el sentido representados en la figura. Calcula el valor de:

a) la aceleración adquirida por los bloques;

b) la fuerza que el bloque *A* ejerce sobre el *B*;

c) la fuerza resultante que actúa sobre el bloque *A*.

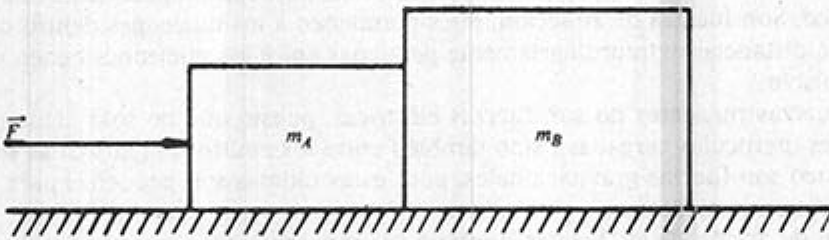


Fig. 1.11

Solución

a) Como el movimiento se efectúa en una sola dirección, bajo la acción de una fuerza paralela a dicha dirección y son conocidos el valor de la fuerza y la masa de los cuerpos, así como el hecho de que ambos cuerpos se pueden considerar como un sistema único, es posible calcular la aceleración del sistema a partir de la segunda ley de Newton ($F_r = m\,a$).

Escogiendo el sistema de coordenadas con el eje *X* paralelo a la dirección del movimiento, se tiene que:

$$F_{rx} = m\ a_x$$

donde $m = m_A + m_B$, de donde:

$$a_x = \frac{F_{rx}}{m} = \frac{F_{rx}}{m_A + m_B} = \frac{30\ \text{N}}{60\ \text{kg}} = 0{,}50\ \ \text{m/s}^2$$

El valor de la aceleración es de 0,5 m/s²

b) La fuerza que ejerce el cuerpo *A* sobre el cuerpo *B* se puede calcular también a partir de la segunda ley de Newton, pues una vez conocida la masa del cuerpo y la aceleración que experimenta una parte del sistema, se puede conocer la fuerza a la cual está sometido. En este caso se puede plantear que:

$$F_{B_x} = m_B a_{B_x}$$

y, por lo tanto:

$$F_{B_x} = (40\ \text{kg})\ (0{,}50\ \ \text{m/s}^2) = 20\ \text{N}$$

c) La fuerza resultante sobre el cuerpo *A* se puede calcular análogamente.

$$F_{A_x} = m_A a_{A_x}$$

$$F_{A_x} = (20\ \text{kg})\ (0{,}50\ \ \text{m/s}^2) = 10\ \text{N}$$

2. Un bloque de masa 3 kg se desplaza a lo largo de una superficie horizontal pulida con una velocidad v_0 en el instante $t = 0$. En sentido opuesto a su movimiento se aplica una fuerza de 18 N. Esta fuerza reduce v_0 a la mitad de su valor inicial en una distancia recorrida de 9 m.

a) ¿Cuánto tiempo es necesario para que se cumpla este proceso?

b) ¿Cuánto vale v_0?

Solución

Se nos brinda el dato de la distancia que recorre el bloque de masa conocida mientras se le aplica la fuerza constante que disminuye su velocidad inicial a la mitad. Entonces, como:

$$v_1 = v_0$$

y:

$$v_t = v_0/2$$

podemos expresar la ecuación $v_t = v_0 + at$ como:

$$\frac{v_0}{2} = v_0 + \frac{Ft}{m}$$

$$v_0 = -\frac{2\,Ft}{m} \qquad (1)$$

donde t es el tiempo durante el cual la fuerza actúa (elegimos como positiva la dirección de la velocidad inicial). Como la aceleración es constante, el desplazamiento resulta:

$$s = \frac{1}{2}\ (v_1 + v_t)t$$

$$s = \frac{1}{2}\left(v_0 + \frac{v_0}{2}\right)t$$

$$s = \frac{3}{4}\ v_0 t \qquad (2)$$

Sustituimos v_0 de la ecuación 1 en la 2:

$$s = \frac{3}{4}\left[\frac{-2F}{m}t\right]t$$

$$s = -\frac{3}{2}\ \frac{F}{m}\ t^2$$

Por consiguiente:

$$t = \left[\frac{-2\ m\ s}{3F}\right]^{1/2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ (3\ \text{kg}) \cdot (9\ \text{m})}{-3\ (-18\ \text{N})}}$$

$$t = 1\ \text{s}$$

Observa que $F = -18$ N, pues la fuerza actúa en el sentido negativo, esto es, en sentido opuesto al de la velocidad inicial.

De la expresión:

$$v_0 = -\frac{2F}{m}\,t$$

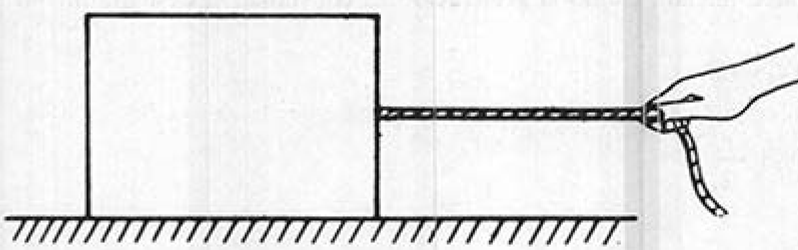
podemos obtener v_0 sustituyendo los valores correspondientes:

$$v_0 = \frac{-2(-18\ \text{N})}{3\ \text{kg}}\ (1\ \text{s}) = 12\ \text{m/s}$$

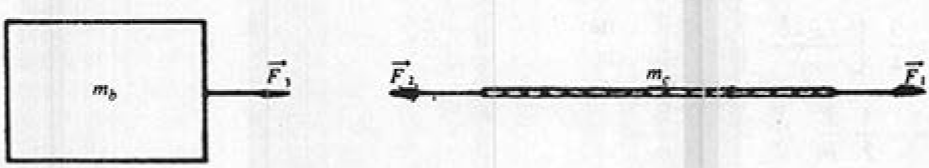
3. Consideremos una situación en la cual un bloque sin fricción es acelerado horizontalmente por medio de un halón aplicado al extremo de una cuerda, como se muestra en la figura 1.12a. Supongamos que la fuerza $\vec{F}_1$ aplicada al extremo de la cuerda es conocida. ¿Qué fuerza se aplica al bloque en el otro extremo? ¿Cuáles son las fuerzas sobre la cuerda misma?

Solución

Para responder estas preguntas esquematizaremos las fuerzas que actúan sobre el bloque y la cuerda, como se muestra en la figura 1.12b.



a



b

Fig. 1.12

Supongamos que la cuerda tiene una masa m_c. Para poner en movimiento al bloque y a la cuerda a partir del reposo, debemos tener una aceleración a. Las únicas fuerzas que actúan sobre la cuerda son $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, de tal manera que la fuerza resultante sobre ella es $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Aplicando la segunda ley de Newton ($F_x = m\, a_x$) y tomando la dirección positiva hacia la derecha, tendremos, para la cuerda:

$$F_1 - F_2 = m_c a_{cx} \tag{1}$$

y para el bloque:

$$F_3 = F_2 = m_b\, a_{bx} \tag{2}$$

Tanto el bloque como la cuerda deben tener la misma aceleración, pues de otra forma no permanecerían juntos en su movimiento. Por lo tanto:

$$a_{bx} = a_{cx} = a_x$$

Calculemos la aceleración a_x en términos de la fuerza conocida F_1. Debemos ser capaces de juzgar si el resultado algebraico tiene sentido y, de esta forma, tener una comprobación de la validez de nuestra expresión. Sumando las expresiones 1 y 2, eliminamos F_2:

$$F_1 = (m_b + m_c)a_x$$

Este resultado tiene sentido. Es exactamente lo que obtendríamos si hubiésemos tratado la combinación cuerda-bloque como un solo cuerpo de masa total $m_b + m_c$.

La aceleración a_x es más pequeña que la aceleración que la fuerza F_1 hubiera ejercido si se hubiera aplicado directamente al bloque; esto implica que $F_2 < F_1$, que es exactamente lo que la ecuación 1 nos dice:

$$F_2 = F_1 - m_c a_{cx} \tag{3}$$

F_2 es más pequeño que F_1 por la cantidad $m_c a_x$ que es la fuerza resultante necesaria para impartir la aceleración a_x a la cuerda. Si la cuerda o resorte tiene una masa muy pequeña, la diferencia entre F_1 y F_2 puede ser despreciable. Ahora bien, ¿cómo entender "muy pequeña" en este contexto? Comparemos las magnitudes de la fuerza. Dividiendo la expresión 3 entre la 2, obtenemos:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_b + m_c}{m_b} = 1 + \frac{m_c}{m_b} \tag{4}$$

Si $m_c << m_b$, esto es, si la masa de la cuerda es mucho más pequeña que la masa del cuerpo al cual está atada, las fuerzas en los extremos opuestos de la cuerda son aproximadamente iguales en magnitud (valor numérico). Bajo tales circunstancias, decimos que la masa de la cuerda es *despreciable*, y por eso "afirmamos" que la cuerda no tiene masa y tomamos el valor de la fuerza esencialmente idéntico en cualquiera de sus extremos, sin tener que repetir cada vez el análisis realizado. En una buena aproximación, la cuerda trasmite la fuerza sin disminuirla. El error en esta aproximación es exactamente la fracción m_c/m_b como se observa en la expresión 4.

4. Consideremos dos cuerpos de masas desiguales conectados por una cuerda que pasa por una polea sin masa y sin fricción, como muestra la figura 1.13. Encuentra la aceleración de los cuerpos y la tensión en la cuerda.

Solución

Convengamos que la aceleración hacia arriba es positiva. Si la aceleración de m_1 es a, la aceleración de m_2 debe ser $-a$. Las fuerzas que actúan sobre m_1 y m_2 se muestran en la figura 1.14, en la cual T representa la tensión de la cuerda.

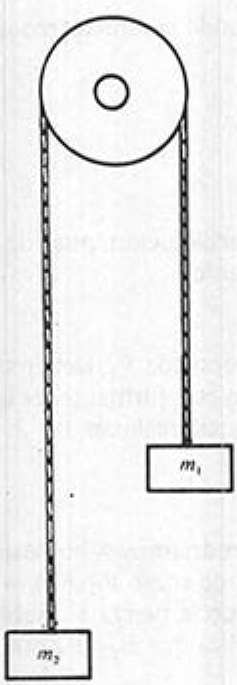


Fig. 1.13

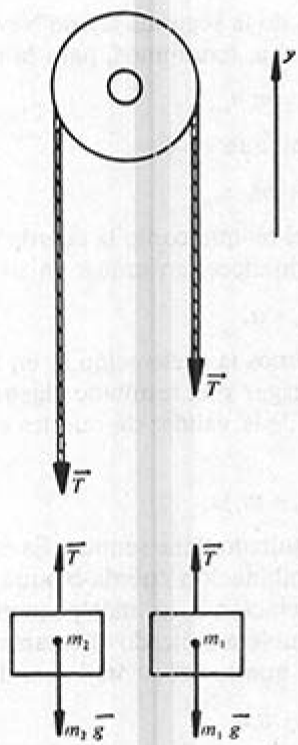


Fig. 1.14

La ecuación del movimiento para m_1 es:

$$T - m_1\, g = m_1 a$$

y para m_2 es:

$$T - m_2\, g = -m_2 a$$

si los cuerpos permanecen separados una distancia constante, es decir, si la cuerda no se estira o se contrae. Por lo tanto, combinando ambas expresiones obtenemos:

$$(m_2 - m_1)\, g = (m_1 + m_2) a$$

y:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\, g$$

Podemos entonces obtener la tensión de la cuerda. Los pasos se dejan al alumno, y se debe comprobar que:

$$T = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}\, g$$

5. Por medio de un resorte se tira de un bloque de masa 3 kg que está sobre una superficie horizontal. El resorte se deforma 2 cm. En la figura 1.15 se representa la gráfica de la velocidad del bloque con respecto al tiempo. ¿Qué valor debe poseer la constante de elasticidad si el coeficiente de fricción es 0,1?

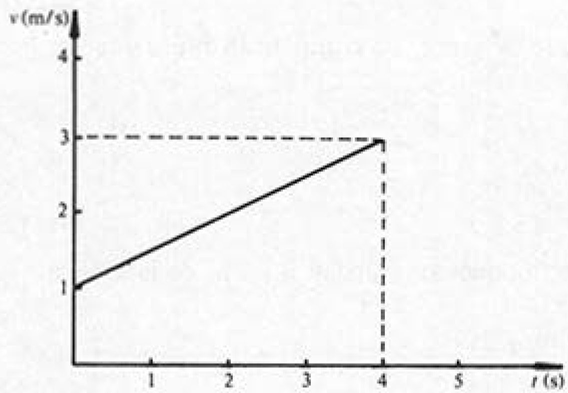


Fig. 1.15

Solución

Sobre el bloque actúan la fuerza de gravedad $m\vec{g}$; la fuerza elástica de reacción del plano (normal), $\vec{N}$, producto de la deformación del apoyo; la fuerza elástica, $\vec{F_e}$, debida a la deformación del resorte; y la fuerza de fricción $\vec{f}$ (fig. 1.16).

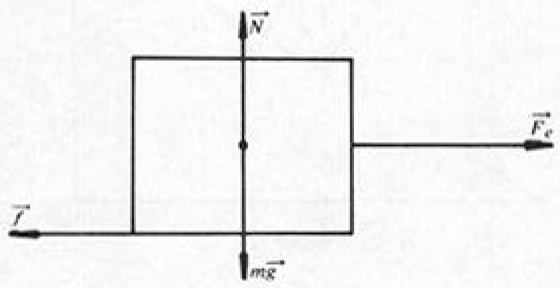


Fig. 1.16

Si adoptamos un sistema de coordenadas con el eje X en la dirección y sentido del movimiento, y aplicamos la segunda ley de Newton, tendremos:

$$\vec{F_R} = \vec{F_e} + \vec{f} = m\ \vec{a}$$

Trabajando con las proyecciones de las fuerzas sobre el eje X:

$$F_e - f = m\ a$$

El valor de la fuerza elástica lo podemos determinar por la expresión:

$$F_e = k\ x$$

el de la fuerza de fricción por:

$$f = \mu\ N$$

donde $N = mg$ ya que $\vec{N}$ y $m\vec{g}$ se compensan mutuamente. Por consiguiente

$$kx - \mu m g = ma$$

de donde:

$$k = \frac{m(a + \mu g)}{x}$$

La aceleración a la podemos calcular a partir de la gráfica.

$$a = \frac{v - v_0}{t} = 0{,}5 \text{ m/s}^2$$

Sustituyendo los valores numéricos en la expresión de k obtenemos:

$$k = 222 \text{ N/m}$$

6. Un cuerpo de masa m se desliza sobre un plano inclinado 30° respecto a la horizontal, como se muestra en la figura 1.17. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y el plano es 0,3, determina la aceleración del bloque.

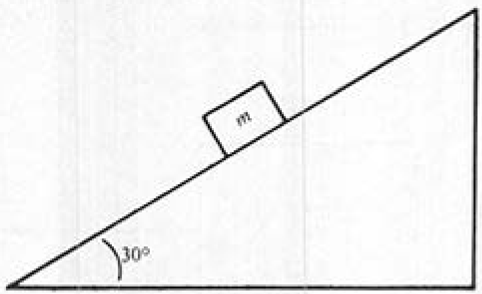


Fig. 1.17

Solución

Para calcular la aceleración aplicamos la segunda ley de Newton:

$$\vec{F}_R = m\,\vec{a}$$

En la figura 1.18a se representan las fuerzas que actúan sobre el bloque: la fuerza de gravedad $m\vec{g}$, la fuerza elástica $\vec{N}$ debida a la deformación de la superficie y la fuerza de rozamiento $\vec{f}$, por lo que: $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f} = m\,\vec{a}$.

Como las fuerzas no son colineales, las descomponemos en dos ejes mutuamente perpendiculares, que por conveniencia escogeremos de forma que uno de ellos quede paralelo al movimiento y el otro perpendicular al mismo (fig. 1.18b).

Para el eje X tenemos:

$$\vec{F}_{gx} + \vec{f} = m\vec{a}_x$$

Como el cuerpo se mueve en el eje X, $a_x = a$. Por lo tanto:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{gx} - \vec{f}}{m}$$

donde $F_{gx} = mg$ sen α

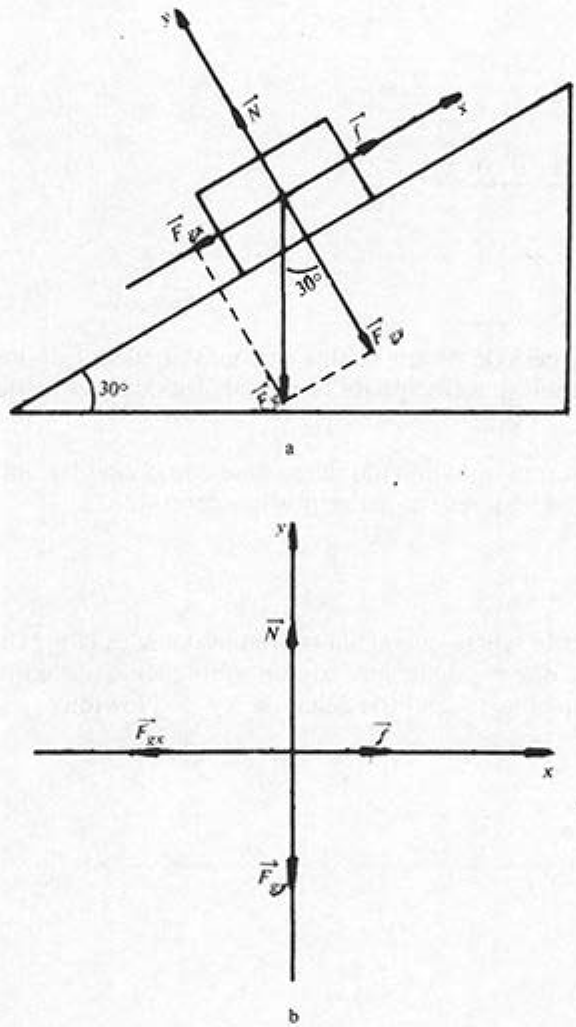


Fig. 1.18

Por lo que:

$$a = \frac{mg \text{ sen } \alpha - f}{m}$$

Es necesario calcular f. Como $f = \mu N$, debemos calcular N. Trabajemos en el eje Y. La aceleración en el eje Y es cero, pues el cuerpo no se mueve en ese eje. Entonces:

$$F_{gy} = N = 0$$

donde $F_{gy} = mg \cos \alpha$. Por lo tanto:

$$N = mg \cos \alpha$$

y:

$$f = mg\mu \cos \alpha$$

de modo que:

$$a = \frac{mg \text{ sen } \alpha - m\,g\,\mu \cos \alpha}{m}$$

$$a = g(\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = 2{,}9 \text{ m/s}^2$$

7. Demuestra que el período de un satélite que gira alrededor de un planeta, cercano a su superficie, depende únicamente de la densidad media del planeta.

Solución

Podemos considerar el movimiento del satélite como circular uniforme, y entonces su período de rotación se puede calcular por la expresión:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Calculemos ω. Como la fuerza que actúa sobre el satélite es la gravitación universal, y esta es la causante de que el satélite gire con un movimiento aproximadamente circular uniforme, podemos plantear, según la segunda ley de Newton:

$$F_c = m\,a_c$$

$$G\,\frac{m\,M}{r^2} = m\,\omega^2\,r$$

Por lo que:

$$\omega^2 = \frac{G\,M}{r^3}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{G\,M}{r^3}}$$

Como $M = \frac{4}{3}\,\pi r^3 \rho$, sustituyendo en la expresión del período obtenemos:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{G\,M}{r^3}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4G\pi r^3 \rho}{3r^3}}}$$

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

lo que demuestra que el período de rotación del satélite solo depende de la densidad del planeta.

8. En 1957 el satélite Sputnik I tenía un período de revolución de 96 minutos. Atendiendo a que su trayectoria era circular, calcula la altura del satélite respecto a la Tierra.

Solución

Representemos la situación planteada en el problema por medio de la figura 1.19. Como se observa, la altura del satélite es:

$$h = r - R_T$$

donde r es el radio de la órbita del satélite y R_T es el radio de la Tierra. Por lo tanto, para calcular la altura del satélite es necesario determinar el radio de la órbita.

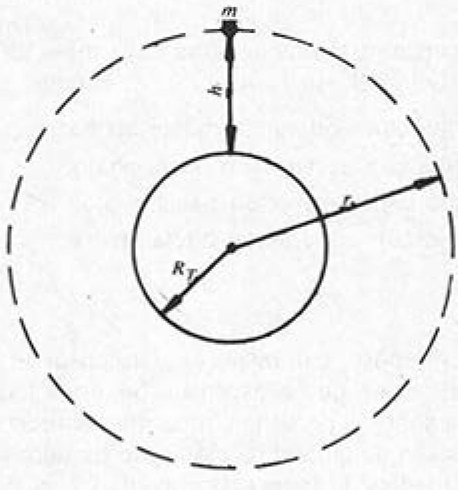


Fig. 1.19

El movimiento del satélite podemos considerarlo circular uniforme; entonces, aplicando la segunda ley de Newton al satélite:

$$F = ma = m\frac{v^2}{r}$$

Pero $v = \dfrac{2\pi r}{T}$

donde r es el radio de la órbita del satélite y T su período; de forma que:

$$F = m\ \frac{4\ \pi^2\ r}{T^2}$$

Pero esta fuerza centrípeta la proporciona la atracción gravitatoria de la Tierra, es decir:

$$m\ \frac{4\ \pi^2\ r}{T^2} = G\ \frac{m\ M}{r^2}$$

Por lo tanto:

$$r^3 = \frac{G\,M}{4\,\pi^2}\,T^2$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{G\,M}{4\,\pi^2}\,T^2}$$

Sustituyendo este valor de r en la expresión para h, tendremos finalmente que:

$$h \approx \sqrt[3]{\frac{G\,M}{4\,\pi^2}\,T^2} - R_T$$

9. Sobre el suelo de un ascensor está una persona cuya masa es m. Determine con qué fuerza presiona contra el suelo del ascensor si este se mueve:

a) verticalmente hacia arriba con aceleración hacia arriba;
b) verticalmente hacia arriba con aceleración hacia abajo;
c) verticalmente hacia abajo con aceleración hacia abajo;
d) verticalmente hacia abajo con aceleración hacia arriba;
e) uniformemente.

Solución

Como la persona está en reposo, con respecto al ascensor se mueve en relación con la Tierra con la misma aceleración que el ascensor. Según la tercera ley de Newton, el suelo del ascensor presiona sobre la persona con la misma fuerza que esta presiona sobre el suelo; ambas fuerzas son de igual dirección y de sentidos opuestos. Así pues, sobre el hombre actúan dos fuerzas: la fuerza de gravedad $\overrightarrow{F_g}$ y la reacción del suelo del ascensor $\overrightarrow{N}$ (fig. 1.20).

Si dirigimos el eje Y hacia arriba, entonces $\overrightarrow{N}$ es un vector positivo y la fuerza de gravedad es negativa. El signo del vector aceleración depende del carácter del movimiento del ascensor.

En el caso a, el vector aceleración está dirigido verticalmente hacia arriba y, por lo tanto, es positivo; lo mismo sucede en el caso d. En los casos b y c, el vector aceleración se dirige verticalmente hacia abajo, por lo que es negativo.

En virtud de la segunda ley de Newton, para todos los casos se cumple que:

$$\overrightarrow{F_g} = m\overrightarrow{a}$$

$$\overrightarrow{F_f} + \overrightarrow{N} = m\overrightarrow{a}$$

Para pasar a la notación escalar hay que tener en consideración los sentidos de los vectores.

Para los casos a y d:

$$-F_g + N = ma$$

de donde:

$$N = ma + mg$$

$$N = m(g + a)$$

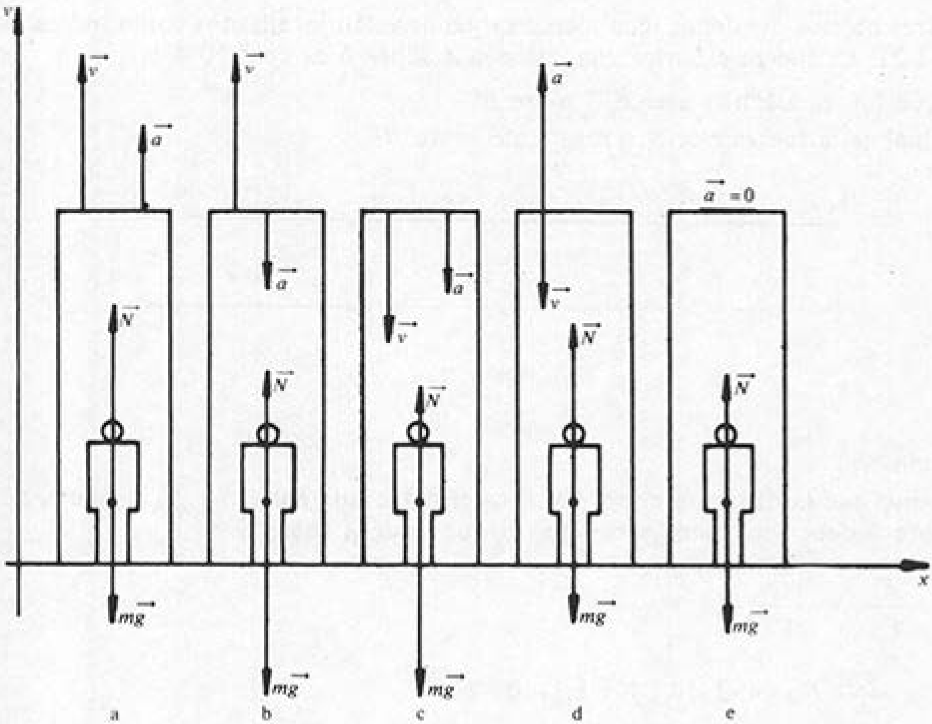


Fig. 1.20

Para los casos b y c:

$$-F_g + N = -ma$$

de donde:

$$N = -ma + mg$$

$$N = m(g - a)$$

Para el caso e:

$$-F_g + N = 0$$

$$N = mg$$

Podemos ver que si el ascensor se mueve con respecto a la Tierra con una aceleración, la fuerza con la que el cuerpo presiona sobre el suelo del elevador (es decir, su peso) no es igual a la fuerza de gravedad.

En el caso de que la aceleración del ascensor esté dirigida en sentido inverso a la aceleración de caída libre, el peso del hombre es mayor que la fuerza de gravedad. Pero si la aceleración del ascensor coincide en dirección y sentido con la aceleración de caída libre, el peso del hombre es menor que la fuerza de gravedad. Si resultara que $a = g$ (el elevador cae en caída libre), entonces $N = 0$, o sea, el cuerpo no presiona sobre el apoyo.

10. Tres objetos pequeños igualmente cargados están localizados como indica la figura 1.21. La fuerza eléctrica ejercida por A sobre B es de 3.10^{-6} N.

a) ¿Qué fuerza eléctrica ejerce C sobre B?

b) ¿Cuál es la fuerza eléctrica resultante sobre B?

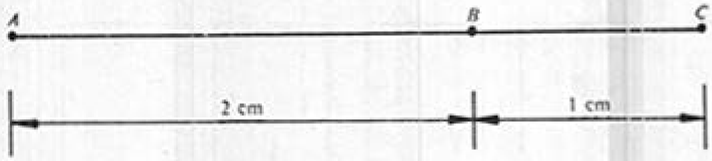


Fig. 1.21

Solución

a) Puesto que la distancia entre A y B es el doble que entre B y C, la fuerza de C sobre B debe ser cuatro veces mayor que la de A sobre B.

$$\frac{F_{bc}}{F_{ab}} = \frac{r_{ab}^2}{r_{bc}^2}$$

$$F_{bc} = \frac{r_{ab}^2}{r_{bc}^2}\, F_{ab} = 4 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\ \text{N} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{N}$$

b) Suponiendo que las tres cargas son iguales en signo y magnitud, ambas fuerzas son de repulsión. La fuerza de A sobre B es hacia la derecha y la fuerza de C sobre B es hacia la izquierda. Por lo tanto, la fuerza resultante sobre la carga B será:

$$F_{ab/c} = 12 \cdot 10^{-6}\ \text{N} - 3 \cdot 10^{-6}\ \text{N}$$

$$F_{ab/c} = 9 \cdot 10^{-6}\ \text{N}$$

11. Calcula el número de revoluciones por segundo que da el electrón del átomo de hidrógeno alrededor del núcleo, si el radio del átomo es $5 \cdot 10^{-11}$ m.

Solución

Como sabemos, el electrón del átomo de hidrógeno describe en su movimiento una trayectoria circular en cuyo centro se encuentra el núcleo, de carga $+e$ (fig. 1.22).

La fuerza que actúa sobre el electrón es la fuerza de atracción electrostática entre el electrón y el núcleo, que es la fuerza centrípeta causante del movimiento circular uniforme del electrón.

Como el número de revoluciones por segundo es lo que se desea calcular, y esto es igual a la frecuencia, se puede plantear que:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} \tag{1}$$

donde ω es el valor de la velocidad angular, que está relacionado con el valor de la fuerza centrípeta mediante la expresión:

$$F_c = m_e \omega^2 R \tag{2}$$

donde m_e es la masa del electrón y R el radio de la órbita que describe.

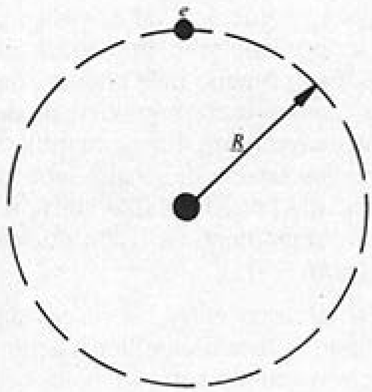


Fig. 1.22

En este caso, el valor de $\vec{F_c}$ es igual al valor de la fuerza de atracción electrostática entre el electrón y el núcleo. La expresión de esta última viene dada por la ley de Coulomb:

$$F = k\frac{e^2}{R^2} \tag{3}$$

Sustituyendo 3 en 2, y el resultado en 1, tenemos:

$$\nu = \frac{\sqrt{\dfrac{k\,e^2}{m_e R^3}}}{2\pi}$$

Evaluando para los datos del problema:

$$\nu = \frac{\sqrt{\dfrac{9\cdot 10^9\ Nm^2/C^2 \cdot (1,6\cdot 10^{-19}\ C)^2}{9,1\cdot 10^{-31}\ kg\cdot (5\cdot 10^{-12}\ m)^2}}}{2\cdot (3,14)}$$

$$\nu = 7,16\cdot 10^{17}\ s^{-1}$$

12. ¿Qué fuerza repulsiva se manifiesta entre dos protones en un núcleo de hierro? Suponga una separación de $4,0\cdot 10^{-15}$ m entre los protones.

Solución

De la ley de Coulomb tenemos que:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = \frac{(9,0\cdot 10^9\ Nm^2/C^2)\cdot (1,6\cdot 10^{-19}\ C)^2}{(4,0\cdot 10^{-15}\ m)^2}$$

$$F = 14\ N$$

Esta es una fuerza repulsiva grande, lo cual nos hace pensar que esté compensada por fuerzas nucleares de atracción. Este problema, junto con el ejemplo 3, muestra que las fuerzas nucleares de enlace son mucho más intensas que las fuerzas coulombianas, y estas mucho más intensas que las fuerzas gravitacionales.

Las fuerzas coulombianas de repulsión que se manifiestan entre los protones en un núcleo hacen que este sea menos estable de lo que sería si no existieran tales fuerzas. Como prueba de esa inestabilidad se puede citar la emisión espontánea de partículas alfa por los núcleos pesados, y el fenómeno de fisión nuclear estudiado en el capítulo 5 de la primera parte de este texto.

13. La intensidad del campo eléctrico entre las placas de un condensador plano es 10^4 N/C. El campo está dirigido verticalmente hacia arriba. Calcula la fuerza ejercida por este campo sobre un electrón situado entre las placas y compárala con la fuerza de gravedad.

Solución

La fuerza que actúa sobre una partícula cargada con carga q, situada en un campo eléctrico de intensidad $\vec{E}$, es:

$$\vec{F_e} = q\vec{E}$$

Para el electrón, $q = -e$, luego:

$$\vec{F_e} = -e\vec{E}$$

Trabajando modularmente y sustituyendo:

$$F_e = (10^4 \text{ N/C})\cdot(1{,}6\cdot 10^{-19} \text{ C}) = 1{,}6\cdot 10^{-15} \text{ N}$$

Para calcular la fuerza de gravedad que actúa sobre el electrón (de masa m_e) podemos utilizar la expresión:

$$F_g = m_e g$$

Sustituyendo los valores numéricos obtenemos:

$$F_g = (9{,}1\cdot 10^{-31} \text{ kg})\cdot(9{,}8 \text{ m/s}^2) = 8{,}9\cdot 10^{-30} \text{ N}$$

La razón de la fuerza eléctrica con la fuerza gravitatoria es, por consiguiente:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{1{,}6\cdot 10^{-15} \text{ N}}{8{,}9\cdot 10^{-30} \text{ N}} = 1{,}8\cdot 10^{14}$$

Este hecho nos permite despreciar la fuerza gravitatoria ante la fuerza eléctrica, en estos casos.

14. ¿Qué velocidad adquirirá el electrón del problema anterior cuando haya recorrido 1 cm si parte del reposo? ¿Cuánto tiempo necesita para recorrer dicha distancia?

Solución

Como el campo eléctrico es uniforme, la fuerza eléctrica es constante y, por consiguiente, el movimiento del electrón será con aceleración constante. Al ser la velocidad inicial cero, el movimiento será rectilíneo uniformemente acelerado.

La relación entre la distancia recorrida por un cuerpo y su velocidad en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,s$$

Como la velocidad inicial es cero nos queda:

$$v=\sqrt{2\,a\,s}$$

Calculemos a. Aplicando la segunda ley de Newton tenemos que:

$$a=\frac{F}{m}=\frac{F_e}{m}$$

y sustituyendo los datos obtenemos:

$$a=\frac{1{,}6\cdot 10^{-15}\ \mathrm{N}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}}=1{,}8\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2}$$

La velocidad después de haber recorrido 1 cm será:

$$v=\sqrt{2\,a\,s}=\sqrt{2(1{,}8\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2})(0{,}01\ \mathrm{m})}$$

$$v=6\cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

Determinemos el tiempo que demora en recorrer 1 cm, o lo que es lo mismo en alcanzar una velocidad de $6\cdot 10^{6}$ m/s.

Como:

$$v=v_0+at$$

y $v_0=0$, entonces:

$$v=at$$

De aquí que:

$$t=\frac{v}{a}$$

sustituyendo:

$$t=\frac{6\cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}}{1{,}8\cdot 10^{15}\ \mathrm{m/s^2}}=3{,}3\cdot 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

15. Si hacemos que el mismo electrón penetre en el campo eléctrico con una velocidad horizontal v_0, encuentre la ecuación para su trayectoria.

Solución

Encontrar la ecuación de la trayectoria del electrón significa determinar la expresión de sus coordenadas en función del tiempo. Para ello es conveniente hacer un esquema que represente la situación planteada en el problema (fig. 1.23).

El sentido del campo es hacia arriba, de modo que la fuerza sobre el electrón es hacia abajo. La velocidad inicial está dirigida en el sentido positivo del eje X.

La aceleración según el eje X es cero, y la aceleración según el eje Y podemos encontrarla aplicando la segunda ley de Newton:

$$a=\frac{F}{m}$$

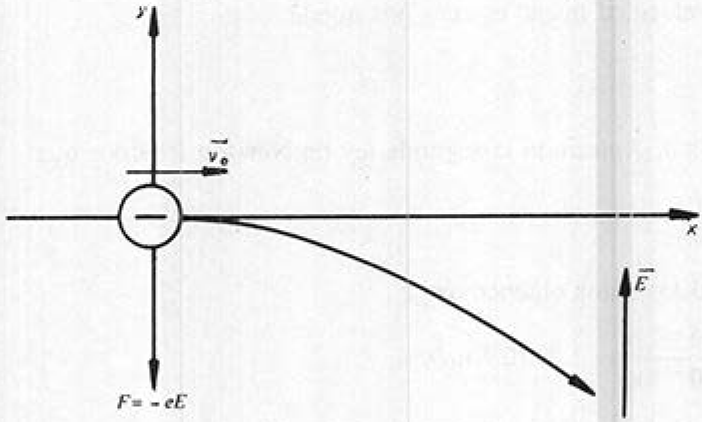


Fig. 1.23

donde F es la fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón. Entonces podemos plantear que:

$$a = \frac{-eE}{m}$$

Por consiguiente transcurrido un tiempo t, la expresión para la posición será, para el eje X:

$$x = v_0 t$$

y para el eje Y:

$$y = -\frac{1}{2} \frac{Ee}{m} t^2$$

Combinando ambas expresiones, obtenemos:

$$y = \frac{-Ee}{2mv_0} x^2$$

que es la ecuación de una parábola. Observa que la trayectoria seguida por el cuerpo es análoga a la de un cuerpo lanzado horizontalmente en el campo gravitatorio terrestre.

16. Las placas de un capacitor plano en posición horizontal se encuentran separadas una distancia de 3,8 mm. Entre ellas se encuentra una partícula cuya carga es $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ C. Si se aplica una diferencia de potencial de 40 V al condensador, la partícula se encuentra en equilibrio. Determina la masa de la partícula.

Solución

La figura 1.24a ilustra las condiciones descritas por el problema, donde A y B son las placas del condensador y q es la carga de la partícula en equilibrio entre las placas.

La suma de las fuerzas que actúan sobre la partícula es igual a cero, por lo que podemos escribir:

$$\vec{F_e} + \vec{F_g} = \vec{0}$$

En la figura 1.24b se representan estas fuerzas, F_g es la fuerza que ejerce la Tierra sobre la partícula a través del campo gravitatorio, y F_e es la fuerza que ejerce el campo eléctrico del condensador sobre la partícula de carga q.

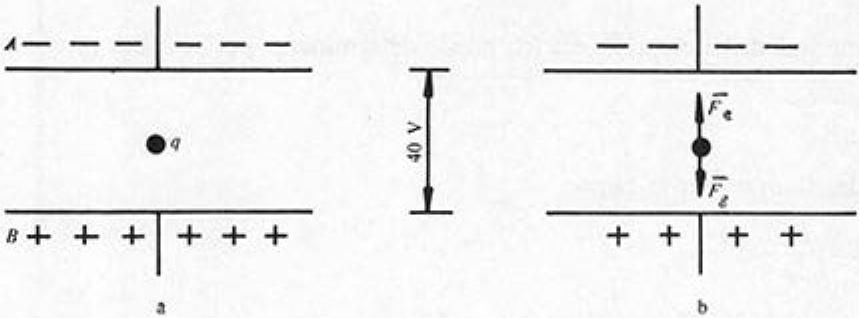


Fig. 1.24

La masa de la partícula se puede determinar, entonces, de la expresión siguiente:

$$mg = eE$$

Por lo tanto:

$$m = \frac{eE}{g}$$

El valor de la intensidad del campo eléctrico no es conocido, por lo que hay que calcularlo.

Como recordarás de onceno grado, la relación entre la intensidad del campo eléctrico y la tensión, para un campo uniforme, es:

$$E = \frac{U}{d}$$

por lo que, sustituyendo la ecuación anterior en la expresión de la masa, obtenemos:

$$m = \frac{qU}{gd}$$

Sustituyendo los datos tendremos:

$$m = \frac{4,8 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} \cdot 40\ \mathrm{V}}{3,8 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 9,8\ \mathrm{m/s^2}}$$

$$m = 5,1 \cdot 10^{-16}\ \mathrm{kg}$$

17. Un electrón en un campo eléctrico uniforme adquiere una aceleración de valor igual a $10^{12}\ \mathrm{m/s^2}$. Determina:

a) la intensidad del campo eléctrico;

b) la velocidad que adquiere el electrón en 10^{-6} s si su velocidad inicial es cero;

c) el trabajo del campo eléctrico en este tiempo;
d) la diferencia de potencial entre los puntos inicial y final de la trayectoria del electrón en dicho tiempo.

Solución

a) La intensidad del campo eléctrico puede determinarse por la ecuación:

$$E=\frac{F}{e}$$

donde $F=m_e a$. Por lo tanto:

$$E=\frac{m_e a}{e}$$

$$E=\frac{(9{,}1\cdot 10^{-31}\text{kg})\,(10^{12}\text{ m/s}^2)}{1{,}6\cdot 10^{-19}\text{ C}}$$

$$E=5{,}7\cdot 10^{10}\text{ N/C}$$

b) Como el electrón en el campo eléctrico uniforme está sometido a una fuerza F constante, su aceleración será también constante y el movimiento se podrá caracterizar por las expresiones del movimiento uniformemente acelerado. Entonces la velocidad se determina por:

$$v=v_0+at$$

De las condiciones iniciales se conoce que la velocidad inicial del electrón, v_0, es igual a cero. Por consiguiente:

$$v=at$$

$$v=10^{12}\text{ m/s}^2\cdot 10^{-6}\text{ s}$$

$$v=10^6\text{ m/s}$$

La dirección y el sentido de la velocidad están determinados por la dirección y el sentido de la fuerza cuando el cuerpo está inicialmente en reposo.

c) El trabajo realizado sobre el electrón debido a la fuerza eléctrica se determina por:

$$W=F\cdot s$$

$$F=eE \quad \text{y} \quad s=\frac{at^2}{2}$$

Por lo tanto:

$$W=\frac{eEat^2}{2}$$

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$W=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\text{ C}\cdot 5{,}7\cdot 10^{10}\text{ N/C}\cdot 10^{12}\text{ m/s}^2\cdot (10^{-6}\text{ s})^2}{2}$$

$$W=4{,}6\cdot 10^{-9}\text{ J}$$

d) La diferencia de potencial bajo la cual se desplaza el electrón se puede calcular partiendo de la propia definición de $\Delta\Phi$. Como recordarás, la diferencia de potencial entre dos puntos es igual a la razón entre el trabajo que realiza el campo para trasladar la partícula cargada entre esos dos puntos y el valor de la carga.

$$\Delta\Phi = \frac{W}{q}$$

sustituyendo los datos:

$$\Delta\Phi = \frac{4{,}6 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}}$$

$$\Delta\Phi = 2{,}8 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{V}$$

18. Una partícula cargada de carga q y masa m se mueve perpendicularmente a las líneas de fuerza del campo magnético existente entre los polos de un imán. La inducción del campo magnético es constante. La fuerza que se ejerce sobre la partícula caragada cargada tendrá una magnitud constante y es perpendicular a la velocidad de la partícula.

a) Describe el movimiento de la partícula.

b) Determina el radio y la velocidad angular de la partícula.

Solución

a) Como la partícula cargada se mueve bajo la acción de una fuerza de valor constante y dirección siempre perpendicular a su velocidad, describirá un movimiento circular, tal y como se muestra en la figura 1.25.

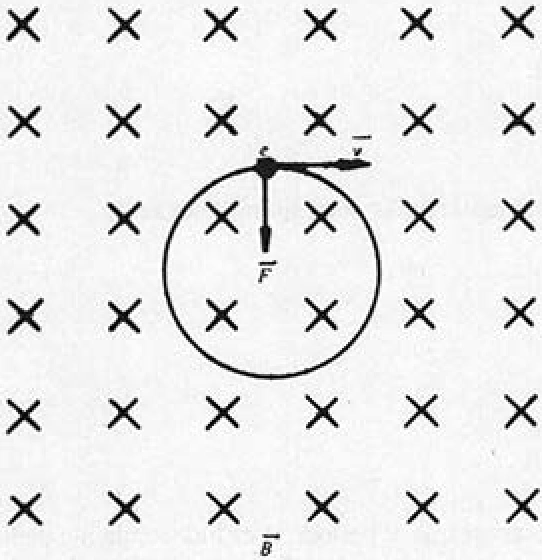


Fig. 1.25

b) Puesto que la partícula cargada describe una trayectoria circular con una velocidad v constante, y la fuerza magnética le proporciona la fuerza centrípeta necesaria para que se mantenga girando en su órbita, entonces:

$$F_m = F_c$$

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

de donde:

$$R = \frac{mv}{Bq} \qquad (1)$$

Ahora determinemos la velocidad angular:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

y

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Entonces:

$$\frac{v}{R} = \frac{2\pi}{T}$$

por lo que:

$$T = \frac{2\pi R}{v} \qquad (2)$$

Sustituyendo 1 en 2:

$$T = 2\pi \frac{m}{Bq}$$

Por lo tanto, la velocidad angular correspondiente será:

$$\omega = \frac{2\pi}{\frac{2\pi\, m}{Bq}}$$

de ahí que:

$$\omega = \frac{q}{m} B$$

Es interesante observar que el período T es independiente de la velocidad, lo que constituye el fundamento de los aceleradores magnéticos de partículas como el ciclotrón.

19. Un haz de electrones penetra en una región donde existen un campo eléctrico y uno magnético, ambos uniformes. Supón que la velocidad de los electrones es perpendicular a $\vec{E}$ y $\vec{B}$, como se muestra en la figura 1.26. Determina el valor de la velocidad de los electrones para que atraviesen la región sin desviarse.

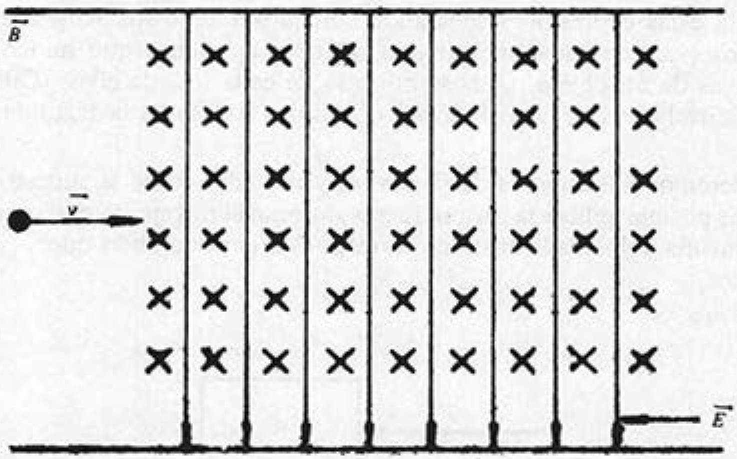


Fig. 1.26

Solución

Sobre los electrones que penetran en la región afectada por los campos B y E con una velocidad v perpendicular a estos, actúa la fuerza de Lorentz

$$F = qE - qvB$$

Para que los electrones se muevan sin desviarse, la fuerza de Lorentz debe ser cero, por lo que la condición para resolver el problema es:

$$qE = qvB$$

entonces:

$$v = \frac{E}{B}$$

Tareas generales del capítulo

1. Hemos estudiado toda una serie de leyes de fuerza, algunas muy semejantes en su forma algebraica, cuyas expresiones son:

$$F = G\,\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

$$F = k\,\frac{q_1 q_2}{R^2}$$

$$F = qE$$

$F = qVB \operatorname{sen} \theta$

$F = \mu N$

$F = kx$

$F = mg$

Compara estas expresiones señalando cuidadosamente sus semejanzas y diferencias. Observa que cada expresión contiene magnitudes que miden propiedades intrínsecas de un objeto. Di el significado de cada una de ellas. ¿Cuál es la naturaleza de cada una de estas fuerzas? ¿Cumplen todas con la segunda ley de Newton?

2. Consideremos dos cuerpos de masas m_1 y m_2, tal y como se muestra en la figura 1.27. ¿Es posible aplicar la misma fuerza durante el mismo tiempo para que adquieran la misma velocidad? Justifica tu respuesta considerando que:
a) $m_1 = m_2$
b) $m_1 > m_2$

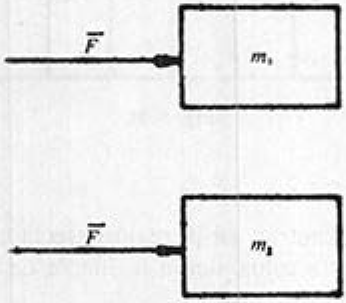


Fig. 1.27

3. Dos hombres desean derribar un árbol por medio de una cuerda atada a su extremo superior, pero en esas condiciones el árbol caería sobre ellos. Para evitar esto atan dos cuerdas de 10 m, cada una en el mismo punto del árbol, y se separan ellos entre sí 10 m. Si cada uno tira con una fuerza de 300 N, ¿cuál es la fuerza ejercida por las cuerdas sobre el arbol?
4. Dos hombres y un muchacho están tirando de un bote a lo largo de un río. Los dos hombres tiran con fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, tal y como se muestra en la figura 1.28. Encuentra el módulo, la dirección y el sentido de la menor fuerza que el muchacho tendría que ejercer para mantener el bote en medio del río.
5. Un hombre hala un bote mediante una cuerda inextensible atada a otro bote. La masa del primer bote junto con la del hombre es de 200 kg, y la del segundo bote es de 100 kg. Si los botes parten del reposo y recorren una distancia de 2 m en 2 s, determina la fuerza que ejerce la soga sobre el bote. Desprecia la fricción.
6. Un electrón avanza en línea recta del cátodo al ánodo en un tubo de rayos catódicos. El cátodo y el ánodo están a una distancia de 2 cm. La velocidad inicial del electrón es igual a cero, y llega al ánodo con una velocidad de $6 \cdot 10^6$ m/s. Calcula la fuerza ejercida sobre el electrón. Considera que la aceleración es constante y que la masa del electrón es $9 \cdot 10^{-31}$ kg.

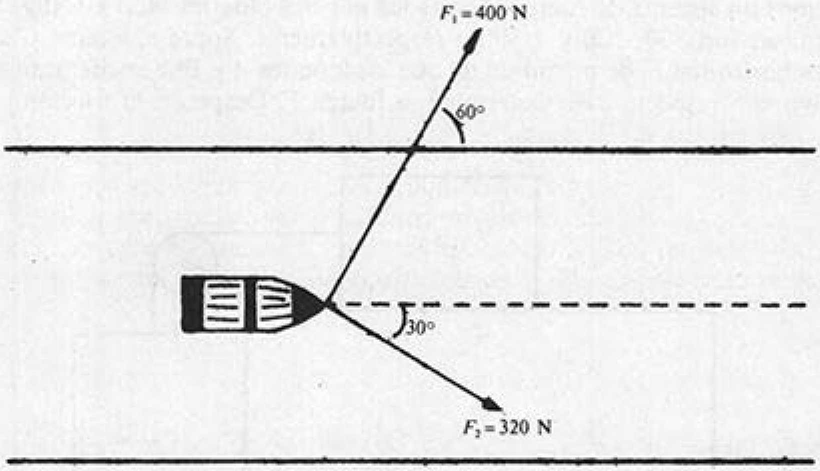


Fig. 1.28

7. Sobre una superficie horizontal se encuentran dos bloques de masas 1 kg y 3 kg respectivamente, unidos por un hilo (fig. 1.29). Desprecia la fricción y determina:
   a) el valor de la fuerza F que es necesario aplicar sobre el bloque 1 para que el conjunto se mueva con una aceleración de 3 m/s²;
   b) la fuerza elástica que surge en el hilo.

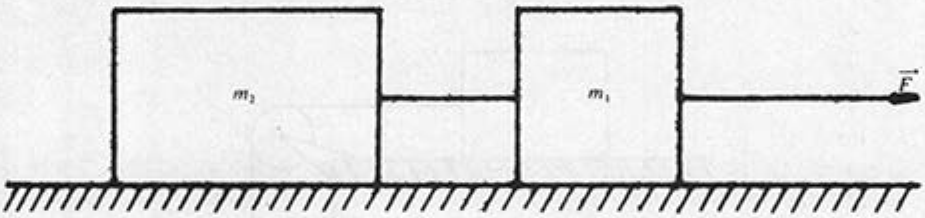


Fig. 1.29

8. Un cuerpo que tiene una masa de 20 g se coloca en un plano horizontal rígido y liso. Si se le aplica al cuerpo una fuerza de $4 \cdot 10^{-3}$ N, paralela al plano:
   a) ¿qué aceleración adquiere el cuerpo?;
   b) ¿qué valor tiene la fuerza que ejerce el cuerpo sobre el plano?

9. Bajo la acción de una fuerza, un carro se mueve a partir del reposo y recorre una distancia de 40 cm. Cuando sobre el carro se coloca un cuerpo de 20 g y se aplica la misma fuerza, recorre, a partir del reposo, una distancia de 20 cm en el mismo tiempo. Calcula la masa del carro. Desprecie la fricción.

10. El valor de la velocidad de un vehículo de masa 520 kg, que se mueve por una carretera recta, aumenta uniformemente de 4 m/s a 12 m/s en 4 s. ¿Qué valor tiene la fuerza neta que actúa sobre el vehículo?

11. Tenemos un sistema de cuerpos formados por tres bloques, A, B y C (fig. 1.30), cuyas masas son 300, 200 y 1 500 g respectivamente. Sobre el bloque C actúa una fuerza horizontal F, de magnitud tal que los bloques A y B se encuentran en reposo relativo con respecto a él. Determina la fuerza F. Desprecie la fricción.

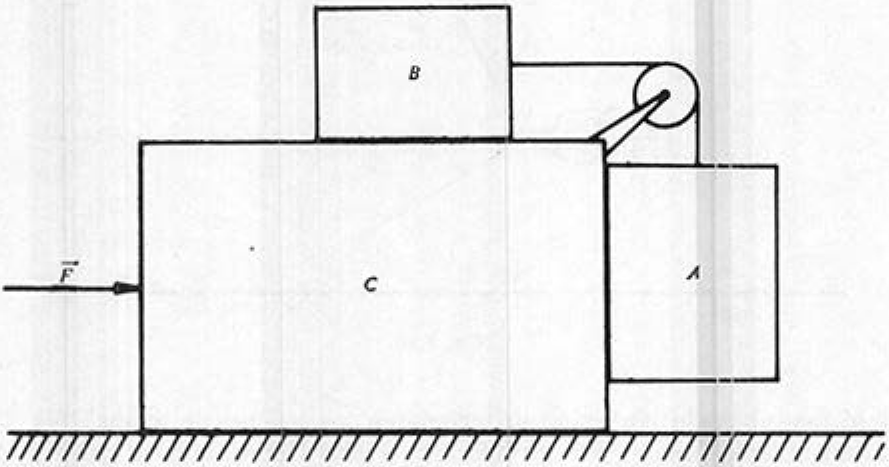


Fig. 1.30

12. Supongamos que los bloques y la superficie que se muestran en la figura 1.31 son lisos y duros, y que las masas son $m_1 = 4$ kg y $m_2 = 2$ kg. Considera la polea sin fricción. Halla la fuerza que acelera al sistema y la aceleración del mismo.

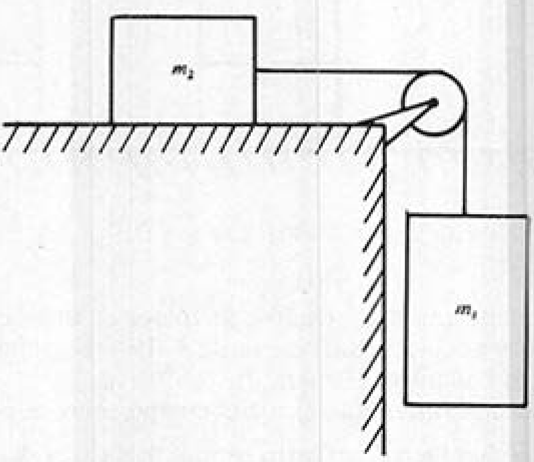


Fig. 1.31

13. Un objeto de masa 10 kg se mueve sobre un plano inclinado sin fricción que forma un ángulo de 30° con respecto a la horizontal.
a) Calcula la fuerza resultante sobre el bloque.
b) ¿Cuál es la aceleración del bloque?

14. A un auto cuya masa es de 1 000 kg y lleva una velocidad de 90 km/h, se le aplican los frenos y se detiene a los 5 s. ¿Cuánto vale la fuerza que detuvo al automóvil?
15. Un trineo de 65 kg de masa es arrastrado con movimiento rectilíneo uniforme sobre una superficie horizontal con una fuerza de 12 N. ¿Cuál es el coeficiente de fricción entre el trineo y la superficie?
16. El chofer de un auto que se mueve a 72 km/h desconecta el motor y rápidamente aplica los frenos. ¿Qué distancia recorrerá el auto si el coeficiente de fricción cinético es 0,20?
17. Resuelve el problema 12 considerando que el coeficiente de fricción es 0,1.
18. Un cuerpo de 50 kg está sobre una superficie horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es igual a 0,2 y se le aplica al cuerpo una fuerza de 240 N que forma un ángulo de 30° con la horizontal, calcula el valor de la aceleración adquirida por el cuerpo.
19. Resuelve el problema 13 considerando que el coeficiente de fricción entre el plano y el bloque es 0,2.
20. Demuestra que si un cuerpo baja un plano inclinado desplazándose con MRU, entonces $\mu = \tan \alpha$, donde α es el ángulo de inclinación y μ es el coeficiente de rozamiento.
21. En la figura 1.32 se representa un sistema de dos cuerpos unidos por una cuerda de masa despreciable, que pasa por una polea sin rozamiento y de masa despreciable (máquina de Atwood). Calcula la tensión en la cuerda y la velocidad del sistema al pasar por la posición que se representa en la figura, si en el instante inicial ambos cuerpos estaban en reposo y a igual altura.

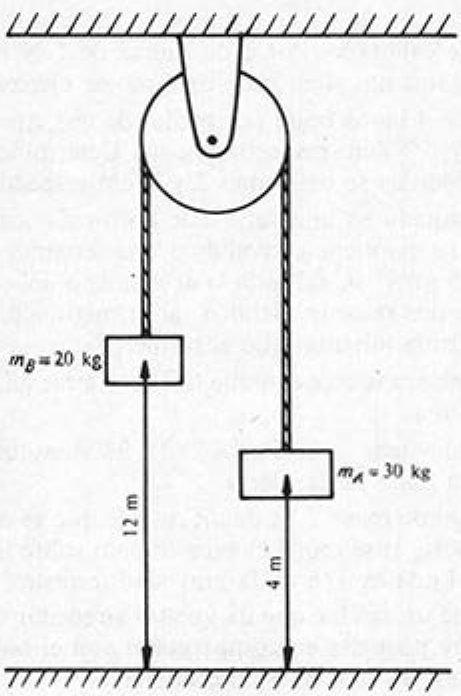


Fig. 1.32

22. Una pequeña esfera de masa m está suspendida de una cuerda y se aleja de la vertical por medio de una fuerza horizontal F, como se muestra en la figura 1.33.
   a) ¿Qué valor de F se requiere para mantener a la pequeña esfera en un ángulo θ?
   b) ¿Cuál es la tensión en la cuerda, T, bajo estas circunstancias?
   c) Calcula los valores numéricos de F y T si la esfera tiene una masa de 1,5 kg y θ es igual a 30°.

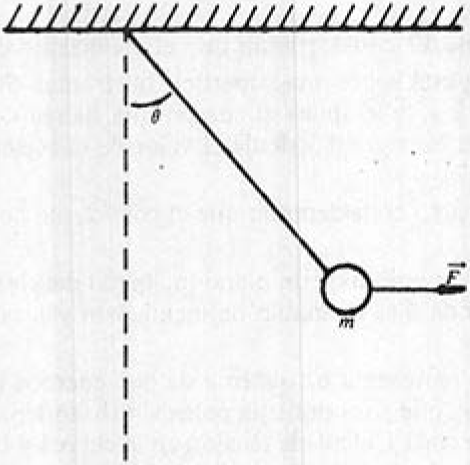


Fig. 1.33

23. Se tiene un resorte calibrado. Por cada fuerza de 1 N el resorte se alarga 1 cm. ¿Cuál será el alargamiento si en cada extremo se ejercen fuerzas de 10 N?
24. Un bloque de masa 4 kg es izado por medio de dos cuerdas de constante de elasticidad 15 N/cm y 5 N/cm respectivamente. Determina la aceleración de subida del bloque si las cuerdas se deforman 2 y 3 cm respectivamente.
25. Sobre un cuerpo situado en una superficie horizontal actúa una fuerza por medio de un resorte que se mantiene extendido a una longitud constante. La aceleración del cuerpo es de 15 m/s^2. ¿Cuál sería la aceleración del cuerpo si sobre él se ejerce ahora la acción de dos resortes idénticos al primero, situados uno al lado del otro y extendidos la misma longitud que el primero?
26. Halla la relación entre la fuerza con que la Tierra atrae a la Luna y la fuerza conque el Sol atrae a la Luna.
27. Un satélite da una vuelta a la Tierra cada 98 minutos a una altura media de 500 km. Calcula la masa de la Tierra.
28. Se cuelga un cuerpo de masa 2 kg de un resorte que se deforma 2 cm. ¿Cuánto se deformará este resorte si se repite el experimento sobre la superficie de la Luna, si la gravedad en la Luna es 1/6 de la gravedad terrestre?
29. Si T es el período de un satélite que da vueltas alrededor de un planeta de densidad ρ, a una altura muy pequeña en comparación con el radio de dicho planeta:
   a) demuestra que ρT^2 es una constante universal;
   b) ¿cuál es el valor de la constante?

30. Dos esferas de masas M y m respectivamente ($M>m$) se encuentran situadas a cierta distancia una de la otra. ¿Qué relación hay entre la fuerza gravitacional que ejerce la primera sobre la segunda y la que ejerce la segunda sobre la primera?
31. ¿A qué distancia de la superficie de la Tierra un cuerpo poseerá la aceleración de caída libre de valor 1 m/s²?
32. Si la Tierra tuviera la mitad del diámetro que realmente tiene, su masa sería un octavo de la real. ¿Cuál sería el valor de la aceleración g de caída libre en este caso?
33. Considera que un ascensor se mueve verticalmente con una aceleración de 2 m/s². Calcula:
    a) la fuerza que ejerce sobre el piso del ascensor un objeto de 40 kg de masa si la aceleración es hacia arriba;
    b) la fuerza que ejerce dicho objeto sobre el piso del ascensor si la aceleración es hacia abajo;
    c) la aceleración que debe tener el ascensor para que la acción del cuerpo sobre el piso sea nula.
34. ¿Cómo podríamos bajar de un techo un objeto de 44 kg usando una cuerda cuya resistencia a la ruptura es de 220 N, sin que se caiga el objeto ni se rompa la soga?
35. Dos partículas cargadas, A y B, están separadas 0,03 m, repeliéndose mutuamente con una fuerza de $4 \cdot 10^{-5}$ N. Si separamos las partículas 0,03 m más allá de su posición inicial, ¿cuál será entonces la fuerza eléctrica?
36. Calcula el valor de la fuerza con que interactúan las partículas cargadas representadas en la figura 1.34.

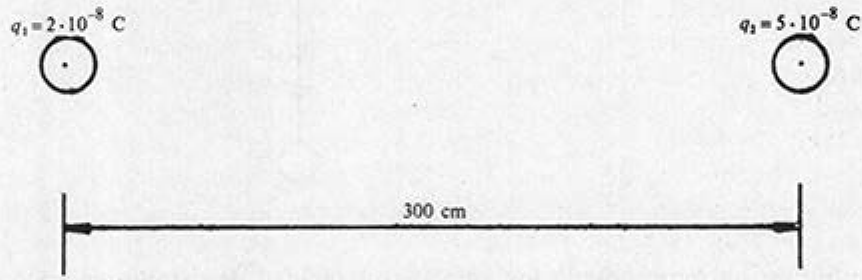


Fig. 1.34

37. Es un hecho experimental que las fuerzas eléctricas entre partículas cargadas se superponen vectorialmente de forma igual a como lo hacen las fuerzas estudiadas en mecánica. Dos partículas eléctricas puntuales, con cargas de $1 \cdot 10^{-8}$ y $2 \cdot 10^{-8}$ C, están fijas a una distancia de 1 m la una de la otra, en el vacío. Si en la recta que une a las partículas, a igual distancia de ambas, se sitúa un cuerpo con carga $-3 \cdot 10^{-9}$ C, ¿cuál es el valor, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el cuerpo (fig. 1.35)?
38. ¿Cuántas veces la fuerza gravitatoria entre dos protones es menor que la fuerza eléctrica? Numéricamente la carga del protón es igual a la del electrón.

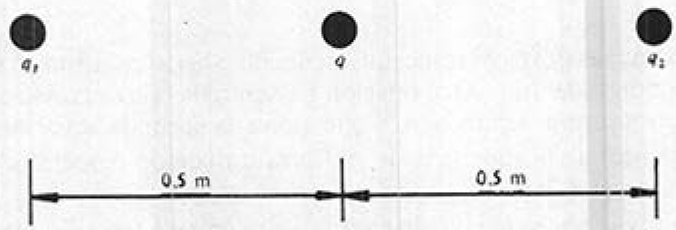


Fig. 1.35

39. Calcula la fuerza de repulsión eléctrica que existe entre el núcleo del átomo de sodio y el protón que lo bombardea, si este último se ha acercado al núcleo del átomo a la distancia de $6 \cdot 10^{-12}$ cm. La carga del núcleo de sodio es 11 veces mayor que la del protón. Desprecia la influencia de la capa electrónica del átomo de sodio.
40. Supongamos que tres pequeñas esferas, *A*, *B* y *C*, igualmente cargadas, están colocadas en el vacío (fig. 1.36). La esfera *C* ejerce una fuerza de $4 \cdot 10^{-6}$ N sobre *B*.
    a) ¿Qué fuerza ejerce *A* sobre *B*?
    b) ¿Cuál es la fuerza neta sobre *B*?

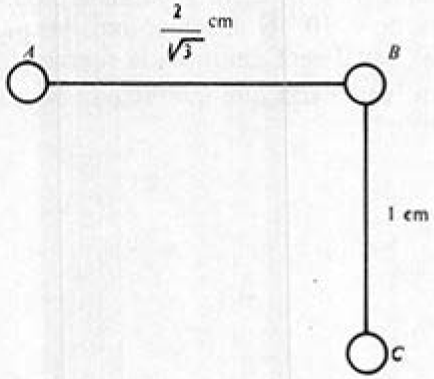


Fig. 1.36

41. Un alumno ha representado los vectores intensidad de campo eléctrico en los puntos 1, 2 y 3 del campo del cuerpo electrizado y aislado *A* (fig. 1.37).
    a) Critica las representaciones realizadas.
    b) Represéntalas correctamente.
42. Calcula la intensidad del campo eléctrico (magnitud, dirección y sentido) en el punto *P* de cada uno de los casos representados en la figura 1.38. Las partículas cargadas están en el vacío.
43. Dos partículas cargadas iguales y opuestas, de valores $2{,}0 \cdot 10^{-7}$ C, están separadas 15 cm en el vacío.
    a) ¿Cuál es la magnitud, dirección y sentido de la intensidad del campo eléctrico en un punto situado a la mitad de la distancia entre ellas?
    b) ¿Qué fuerza (magnitud, dirección y sentido) actuaría sobre un electrón colocado en dicho punto?

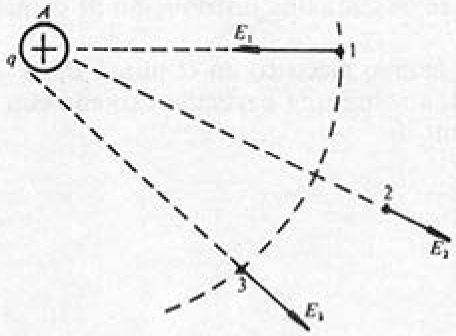


Fig. 1.37

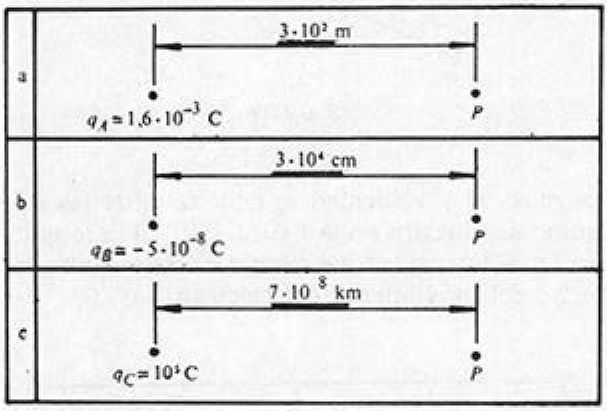


Fig. 1.38

44. Dos partículas con cargas de $+2\cdot10^{-7}$ C y $+8{,}5\cdot10^{-8}$ C están separadas 12 cm en el vacío.
   a) ¿Cuál es la intensidad de campo eléctrico de cada una en el lugar donde se encuentra la otra?
   b) ¿Qué fuerza actúa sobre cada una?
45. En un campo eléctrico uniforme dirigido verticalmente hacia arriba, con una intensidad de campo igual a $1{,}3\cdot10^5$ N/C, se encuentra en equilibrio una gota de líquido de masa $2{,}0\cdot10^{-9}$ g. Determina:
   a) la carga de la gota;
   b) el número de electrones en exceso (o en defecto) en ella.
46. Dos partículas cargadas con cargas de signos contrarios y valor $5\cdot10^{-4}$ C, se encuentran a una distancia de 10 cm en el vacío. Calcula la intensidad de campo eléctrico en:
   a) un punto a 15 cm a la derecha del punto medio entre las cargas;
   b) un punto a 15 cm a la izquierda del punto medio entre las cargas.

47. En la figura 1.39 se representa una distribución de cargas puntuales en el vacío. Calcula:
   a) la intensidad del campo eléctrico en el punto *B*;
   b) la fuerza que actúa sobre una partícula cargada con carga de $+1{,}0 \cdot 10^{-4}$ C situada en el punto *B*.

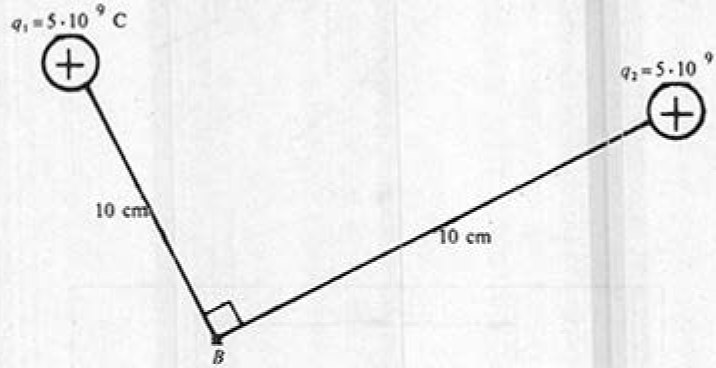


Fig. 1.39

48. Un electrón de masa m y velocidad v_0 penetra entre las placas de un condensador plano, como se muestra en la figura 1.40. Si la longitud de las placas del condensador es l y la intensidad del campo eléctrico entre las placas es E, halla la desviación (Δy) del movimiento del electrón.

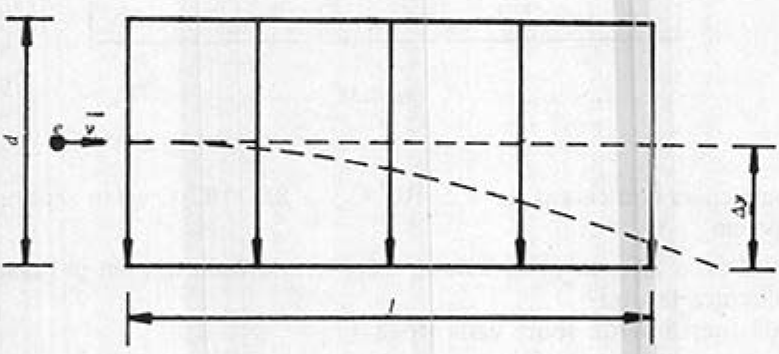


Fig. 1.40

49. Entre las placas de un condensador plano de longitud 10 cm, hay un campo eléctrico de intensidad $2 \cdot 10^2$ N/C. Un electrón de velocidad $1{,}0 \cdot 10^6$ m/s penetra en la zona del campo como se muestra en la figura 1.41.
   a) Determina la desviación de los electrones si el ángulo entre la velocidad del haz y la horizontal es cero.
   b) Determina el ángulo que forma el electrón con la horizontal al salir del condensador.

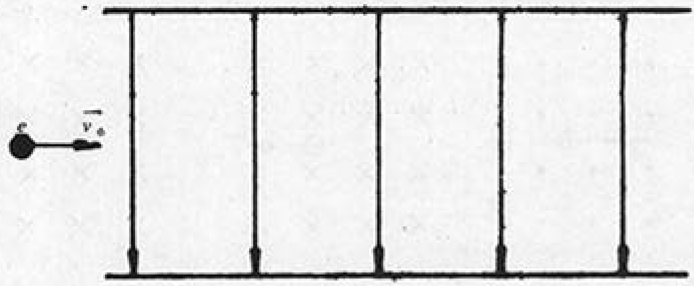


Fig. 1.41

50. Considera un haz estrecho de partículas cargadas de carga q que, en ausencia de campos, incide en el punto O de una pantalla (fig. 1.42). Determina el desplazamiento de la traza del haz producido por un campo eléctrico E perpendicular al haz, que actúa en una región de longitud l_1. Considera que es v_0 y que las distancias l_1 y l_2 son datos.

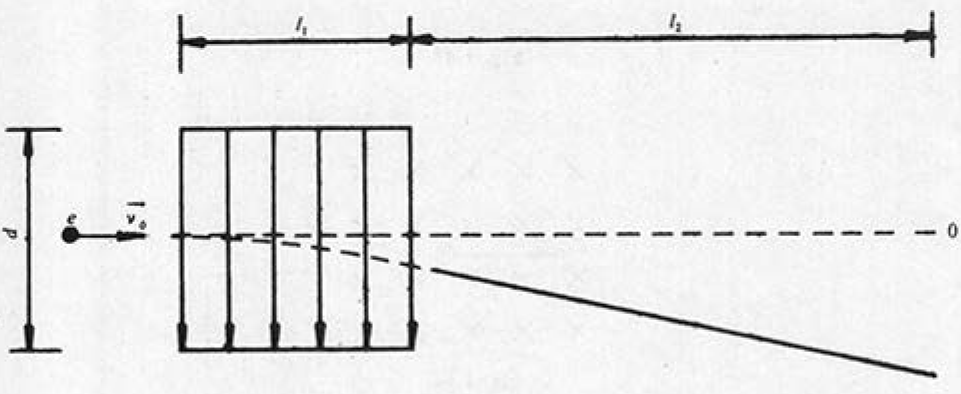


Fig. 1.42

51. En la figura 1.43 se representan varias situaciones de cargas en movimiento en un campo magnético. Representa en cada caso la fuerza que actúa sobre la carga.
52. Si un electrón no se desvía al pasar por una región, ¿podemos estar seguros de que no hay campo magnético en ella? Justifica tu respuesta.
53. Un haz de protones se desvía lateralmente.
    a) ¿Podría ser producida esta desviación por un campo eléctrico? Explica.
    b) ¿Por un campo magnético? Explica.
    c) ¿Cómo podrías averiguar cuál es el campo que existe en esa región?
54. La figura 1.44 representa una carga de $8 \cdot 10^{-6}$ C que se mueve con una velocidad de 8 m/s dentro de un campo magnético uniforme de inducción 0,3 T, y perpendicular a este.
    a) Representa el sentido en que se mueve la carga.
    b) Determina el valor de la fuerza magnética.

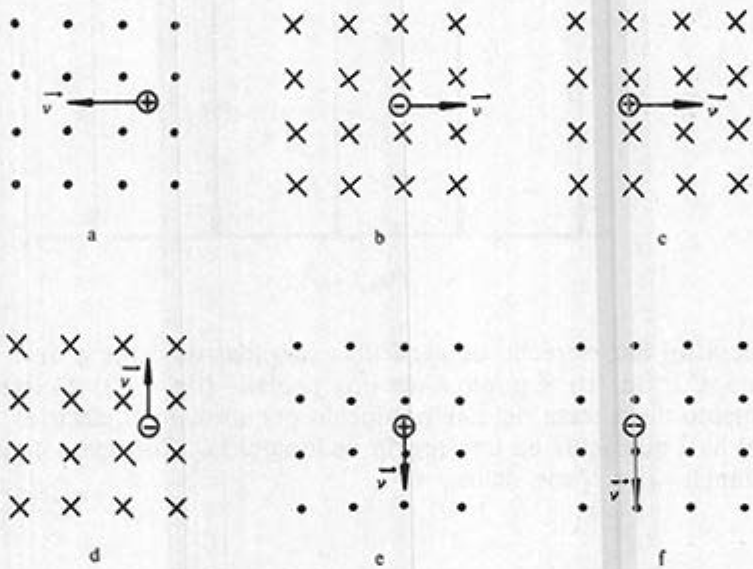


Fig. 1.43

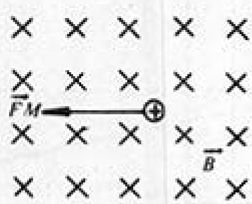


Fig. 1.44

55. Se tiene una partícula cargada de $4 \cdot 10^{-6}$ C moviéndose perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 5 T y con una velocidad de 5 m/s (fig. 1.45).

   a) Determina el valor de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula cargada.
   b) Si la carga de la partícula es negativa, señala el sentido de la fuerza magnética.

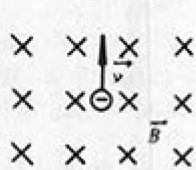


Fig. 1.45

56. Una partícula cargada de $5 \cdot 10^{-6}$ C se mueve con cierta velocidad atravesando perpendicularmente un campo magnético de 6 T y sobre ella actúa una fuerza magnética de $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ N (fig. 1.46).
   a) Calcula el valor de la velocidad de la partícula.
   b) Representa la dirección y el sentido de la velocidad con que se mueve la partícula.

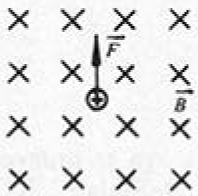


Fig. 1.46

57. Una partícula cargada de carga $9 \cdot 10^{-6}$ C se mueve con una velocidad de 6 m/s dentro de un campo magnético uniforme de inducción B, y perpendicular a este.
   a) Determina el valor de la inducción magnética conociendo que sobre la partícula actúa una fuerza magnética de $2 \cdot 10^{-4}$ N, como se representa en la figura 1.47.
   b) Representa la dirección y sentido de $\vec{B}$.

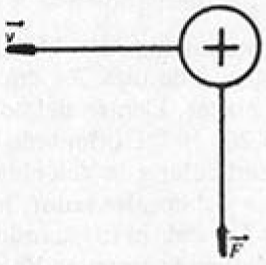


Fig. 1.47

58. La figura 1.48 muestra una partícula cargada que se mueve con una velocidad de 5m/s dentro de un campo magnético uniforme de inducción 3 T. El valor de la fuerza magnética que actúa sobre la partícula es de $6 \cdot 10^{-4}$ N.
   a) Determina el valor de la carga.
   b) Representa la dirección y el sentido de $\vec{B}$.

59. Perpendicular a las líneas de inducción de un campo magnético se mueve un electrón con una velocidad de 10^4 km/s. Halla la inducción del campo si el electrón describió en este una circunferencia de radio 1 cm, como se representa en la figura 1.49.

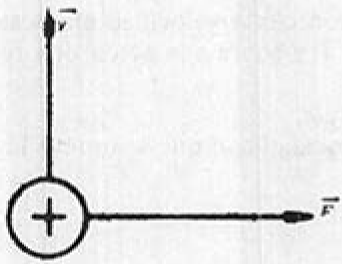


Fig. 1.48

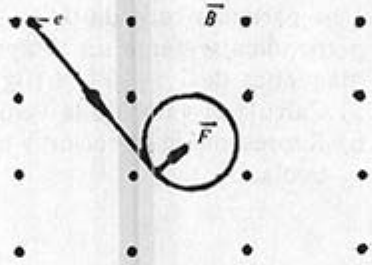


Fig. 1.49

60. Un haz de iones de una sola carga se mueve en una región donde existen un campo eléctrico uniforme de intensidad $1{,}0 \cdot 10^3$ N/C y un campo magnético uniforme de inducción $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T. Los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y al haz de partículas.
    a) Determina la velocidad que deben tener los iones para que no desvíen su movimiento al entrar en los campos.
    b) Haz un esquema donde se represente dicha situación.
61. Un campo magnético de inducción 0,01 T y uno eléctrico de intensidad 10 N/C, tienen la misma dirección y el mismo sentido. Si se introduce en estos campos un electrón con una velocidad de 10^5 m/s, halla la aceleración de los electrones en los siguientes casos:
    a) la velocidad del electrón coincide en dirección y sentido con la de los campos;
    b) la velocidad del electrón es perpendicular a los campos.
62. Un haz de electrones con una misma velocidad pasa entre las placas de un condensador plano, que distan una de otra 2,4 cm. La velocidad de los electrones está dirigida paralela a las placas. Dentro del condensador hay un campo magnético cuya inducción es $6{,}20 \cdot 10^{-4}$ T orientado hacia ti, como se muestra en la figura 1.50, es decir, perpendicular a la velocidad de los electrones. Cuando no hay tensión entre las placas del condensador, los electrones describen un arco de circunferencia de radio 1,8 cm, pero cuando al condensador se le aplica la tensión de 29,3 V los electrones se mueven de modo rectilíneo y paralelo a las placas. Determina la relación entre la carga eléctrica y la masa del electrón, si su carga es igual a $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

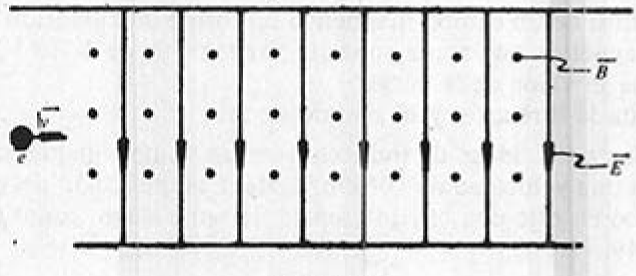


Fig. 1.50

63. Un campo magnético de inducción $5 \cdot 10^{-4}$ T es perpendicular a un campo eléctrico de intensidad $1 \cdot 10^{3}$ N/C. Un haz de electrones que se desplazan a cierta velocidad v penetra en la región de estos campos. La velocidad de los electrones es perpendicular al plano que forman los vectores $\vec{E}$ y $\vec{B}$. Determina:
   a) la velocidad v de los electrones si, al actuar simultáneamente los campos, el haz no sufre desviación;
   b) el radio de curvatura de la trayectoria de los electrones si actúa solamente el campo magnético.

64. Supón que en una región del espacio existe un campo magnético uniforme de inducción B, y que en ella penetra un electrón con velocidad v_0 perpendicular al campo. Determina el lugar de la pantalla donde incide el electrón. Considera que l_1 y l_2 son datos. (fig. 1.51).

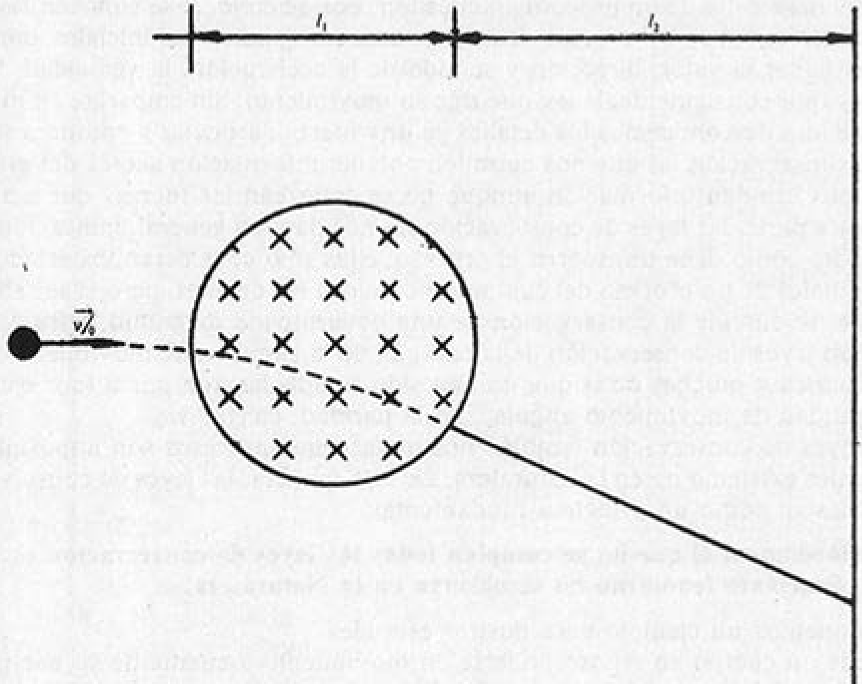


Fig. 1.51

Capítulo 2
LEYES DE CONSERVACIÓN

2.1 *Introducción. Método de trabajo con las leyes de conservación*

En el capítulo anterior estudiamos las fuerzas en la naturaleza. Ahora estudiaremos las leyes de conservación.

Como recordarás, las leyes del movimiento nos dan una representación detallada acerca del desarrollo de un proceso en cuestión. Por ejemplo, si se conocen las fuerzas que intervienen en un proceso dado, así como las condiciones iniciales, entonces podemos hallar el valor, dirección y sentido de la aceleración, la velocidad, la trayectoria y, por consiguiente, la ley que rige su movimiento. Sin embargo, en muchas oportunidades desconocemos los detalles de una fuerza particular y entonces son las leyes de conservación las que nos permiten obtener información acerca del proceso. Incluso nos brindan información aunque no se conozcan las fuerzas que actúan.

Por otra parte, las leyes de conservación no nos dan, en general, indicaciones directas sobre cómo debe transcurrir el proceso; ellas sólo consideran los estados iniciales y finales de un proceso del cual no se conocen los detalles, pero sí se sabe que durante él se cumple la conservación de una determinada magnitud física.

Existen leyes de conservación de la energía, de la cantidad de movimiento, de la carga eléctrica y muchas otras que no han sido estudiadas aún por ti (por ejemplo, de la cantidad de movimiento angular, de la paridad, etcétera).

Las leyes de conservación también nos indican qué procesos son imposibles, es decir, cuáles existen o no en la naturaleza. De esta manera, las leyes de conservación se manifiestan como un principio fundamental:

Todo fenómeno en el que no se cumplan todas las leyes de conservación es imposible, y semejante fenómeno no se observa en la Naturaleza.

Examinemos un ejemplo para ilustrar esta idea.

¿Puede un cuerpo en reposo ponerse en movimiento a cuenta de su energía interna? Semejante proceso no contradice a la ley de conservación de la energía. Sólo es necesario que la energía cinética que adquiere el cuerpo sea igual a la pérdida de su energía interna. Pero, en realidad, este proceso no se produce, pues contradice la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Si el cuerpo se pone en movimiento, su cantidad de movimiento crecerá por sí sola, lo que es imposible. Si admitimos la posibilidad de la descomposición a costa de la energía interna de dicho cuerpo en partes que se mueven en sentidos opuestos, entonces la imposibilidad que impone la ley de conservación de la cantidad de movimiento desaparece, ya que, en esas condiciones, la energía interna se convierte en cinética.

Las leyes de conservación son valiosas por su universalidad. En realidad, ni los detalles de los procesos físicos ni la particularidad de los cuerpos aislados que intervienen en los procesos influyen en la validez de las leyes de conservación. Son aplicables tanto a los procesos donde participan planetas y estrellas, como a aquellos en que toman parte moléculas, átomos y partículas elementales. Ellas son válidas en los procesos mecánicos, térmicos, eléctricos y cualesquiera otros.

En el transcurso de la historia de la física, las leyes de conservación han resultado ser casi las únicas leyes que han conservado su importancia al sustituirse unas teorías por otras. Por ejemplo, en la teoría de la relatividad sufren notables cambios las representaciones clásicas acerca del tiempo, el espacio, la simultaneidad de los acontecimientos, la masa de los cuerpos; se introducen nuevos enunciados para la ley de composición de velocidades, etc. No obstante, las leyes de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía son válidas en la teoría de la relatividad.

En este capítulo recordaremos las principales leyes de conservación estudiadas por ti en el curso de Física: de la cantidad de movimiento, de la energía mecánica y de la energía en general.

Antes de comenzar a analizar cada una de estas leyes, recordemos brevemente el método de trabajo con las leyes de conservación.

El método de trabajo con todas las leyes de conservación se resumen en los tres pasos siguientes:

1. *Precisar qué magnitudes del sistema se conservan en el proceso analizado (para ello es necesario conocer bien los criterios que nos permiten decidir qué se conserva y qué no se conserva en cada proceso).*
2. *Determinar el valor de la magnitud que se conserva a partir de los datos conocidos en un instante de referencia.*
3. *Calcular el valor de la variable que nos interesa en otro instante, a partir del valor de la magnitud que se conserva y el de otras magnitudes auxiliares que se pueden medir o conocer.*

2.2 *Ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal*

En este epígrafe recordaremos las principales ideas estudiadas por ti en relación con la ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal.

La cantidad de movimiento lineal de una partícula es una magnitud física vectorial que se define por la ecuación:

$$\vec{p} = m\,\vec{v} \tag{2.1}$$

donde m y $\vec{v}$ son la masa y la velocidad de la partícula respectivamente.

La cantidad de movimiento lineal de un sistema de partículas se define como la suma de la cantidad de movimiento de cada una de las partículas:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots + \vec{p}_n$$

De la importancia de esta magnitud se percataron, antes de que Newton formulara sus leyes de la mecánica, el matemático John Wallis, el arquitecto Cristopher Wren y el físico holandés Christian Huygens. Sus estudios revelaron que durante los choques, la suma de las magnitudes $m\,\vec{v}$ de las partículas interactuantes era la misma antes y después del choque. Por ejemplo, en el caso de dos partículas de masas m_1 y m_2 que chocan, se cumple que:

$$m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{u}_1 + m_2\,\vec{u}_2$$

donde $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$ son las velocidades antes del choque, y $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$, después del choque.

Esto sugería la existencia de una ley de conservación relacionada con el producto $m\vec{v}$: la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

¿Qué condiciones deben cumplirse para que se conserve la cantidad de movimiento lineal?

Cuando sobre una partícula actúan varias fuerzas cuya resultante es $\vec{F}$, se cumple que:

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = m\,\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

de donde se tiene que:

$$\vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v} = m\,(\vec{v}_f - \vec{v}_i) = \Delta\vec{p}$$

por lo tanto:

$$\vec{F}\,\Delta t = m\,\Delta\vec{v} \qquad (2.2)$$

Esta ecuación expresa que el producto $\vec{F}\Delta t$, denominado impulso de la fuerza ($\vec{J}$), es una medida del cambio de la cantidad de movimiento lineal de una partícula durante el intervalo de tiempo Δt en que actúa la fuerza.

La ecuación 2.2 puede escribirse entonces como:

$$\vec{J}_{res} = \Delta\vec{p} \qquad (2.3)$$

De esta ecuación puede apreciarse que, para una partícula, la cantidad de movimiento lineal se conserva si $\vec{F}_{res} = \vec{0}$, porque entonces:

$$\vec{J}_{res} = \vec{0}$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{0}$$

y

$$p = \text{constante}$$

De forma semejante se demuestra la ley de conservación de la cantidad de movimiento para un sistema de partículas, la cual establece que:

La cantidad de movimiento de un sistema cerrado de partículas, es decir, sobre el que no actúen fuerzas externas o la resultante de estas fuerzas sea nula, permanece constante.

Como recordarás, las fuerzas externas son las que ejercen los cuerpos externos al sistema sobre los elementos del sistema, y las fuerzas internas son las que se ejercen entre los elementos del sistema.

Aunque esta ley puede ser establecida directamente a partir de las leyes del movimiento mecánico enunciadas por Newton, ella es una de las leyes fundamentales y más generales de la física. A diferencia de las leyes de Newton, que son válidas solamente dentro del marco de la mecánica clásica, esta ley de conservación es aplicable en el dominio de los fenómenos relativistas, y tanto en las escalas del micromundo como del megamundo.

Esta ley de conservación se puede aplicar con muy buena aproximación aún cuando actúen fuerzas externas, siempre que el efecto de estas sea despreciable en comparación con el de las fuerzas internas durante el intervalo de interacción.

Ejemplo 1

Sobre una superficie horizontal lisa se encuentran dos bloques, A y B, de masas 3,0 y 5,0 kg respectivamente, unidos por un resorte comprimido de masa despreciable, como se representa en figura 2.1. Si cuando se libera el resorte el bloque A adquiere una velocidad de 3,0 s, ¿cuál es la velocidad del bloque B?

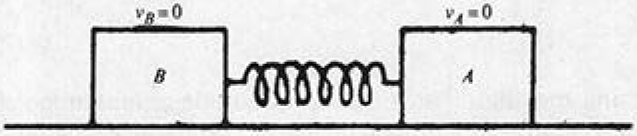


Fig. 2.1

Solución

Como sobre el sistema bloque-resorte la resultante de las fuerzas externas es cero, se conserva la cantidad de movimiento lineal. Por lo tanto:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

Inicialmente, los cuerpos están en reposo, entonces $\vec{p}_{antes} = \vec{0}$. Después de liberado el resorte, los bloques adquieren las cantidades de movimiento $\vec{p}_A = m_A\ \vec{v}_A$ y $\vec{p}_B = m_B\ \vec{v}_B$. Por lo tanto, escogiendo un sistema de coordenadas como el que se representa en la figura 2.2, puede escribirse que:

$$0 = m_A\ v_A + m_B\ v_B$$

de donde obtenemos que:

$$v_B = -\ \frac{m_A\ v_A}{m_B}$$

$$v_B = -\ \frac{3{,}0 \text{ kg} \cdot 3{,}0 \text{ m/s}}{5{,}0 \text{ kg}} = -1{,}8 \text{ m/s}$$

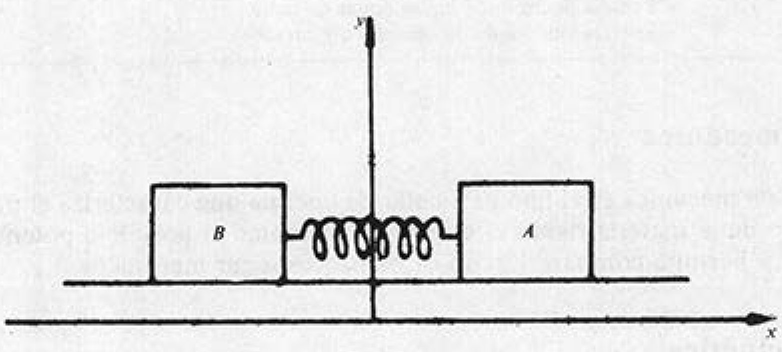


Fig. 2.2

El signo negativo en el resultado significa que el bloque B se mueve en el sentido negativo del eje de coordenadas, contrario al del bloque A, que se tomó positivo.

2.3 *Ley de conservación de la energía mecánica*

Antes de pasar a estudiar las condiciones que deben cumplirse para que se conserve la energía mecánica, recordaremos algunos conceptos relacionados con esta ley de conservación.

Energía

La energía es una magnitud física escalar que mide el movimiento físico de la materia en los procesos naturales, y que nos permite comparar los cambios que deben sufrir los sistemas en los distintos procesos de la naturaleza. En la tabla 2.1 se muestran los valores de la energía en algunos procesos.

Tabla 2.1

10^{50} J	– Energía equivalente a la masa del Sol ($E=mc^2$)
10^{40} J	– Energía emitida diariamente por nuestra galaxia
10^{30} J	– Energía cinética del movimiento orbital de la Tierra respecto al Sol – Energía emitida por el Sol diariamente – Energía cinética del movimiento orbital de la Luna respecto a la Tierra
10^{20} J	– Energía solar recibida diariamente en la Tierra – Energía eléctrica producida en Cuba en 1988 – Energía cinética de un ciclón – Combustión de $7 \cdot 10^6$ kg de carbón – Energía liberada en la fisión de 1 kg de U^{235}
10^{10} J	– Energía de la explosión de 10^3 kg de TNT
10^0 J	– Energía cinética de una bala de fusil
10^{-10} J	– Energía de una unidad de masa atómica ($E=mc^2$) – Energía de un electrón en reposo ($E=mc^2$)
10^{-20} J	– Energía para dividir en dos la molécula de DNA
10^{-30} J	– Energía de un fotón de las ondas de radio – Energía cinética de un electrón a 1 m/s

Energía mecánica

La energía mecánica es el tipo particular de energía que caracteriza el movimiento mecánico de la materia (tanto el que se realiza como el posible o potencialmente realizable), y permite compararlo con otros procesos no mecánicos.

Energía cinética

La energía que caracteriza el movimiento mecánico que realiza un cuerpo es llamada energía cinética. Todo movimiento mecánico, por muy complejo que sea, se puede considerar como una combinación de movimientos de traslación y de rotación. Así, existen la energía cinética de traslación y energía cinética de rotación. En nuestro curso nos limitamos al estudio de la energía cinética de traslación.

Como sabemos, si un cuerpo de masa m se mueve con una velocidad $\vec{v}$ (fig. 2.3), su energía cinética de traslación será:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \tag{2.4}$$

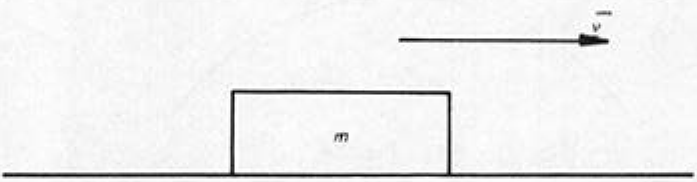


Fig. 2.3

Energía potencial

La experiencia nos demuestra que existen determinadas fuerzas que, al actuar sobre un cuerpo entre dos puntos dados, comunican a éste la misma cantidad de energía cinética, independientemente de las trayectorias entre dichos puntos; estas fuerzas reciben el nombre de fuerzas conservativas, y las que no cumplen con esta condición, no conservativas.

Bajo la acción de una fuerza conservativa, la energía cinética que gana o pierde un cuerpo depende solamente de la diferencia de coordenadas entre las posiciones inicial y final del movimiento; no depende ni de la velocidad inicial ni de la trayectoria, ni del tiempo que demora el desplazamiento. Todo hace pensar que esa energía cinética está almacenada de alguna manera en el sistema de cuerpos que interactúan, y que sólo depende de la posición. Esta energía almacenada recibe el nombre de *energía potencial,* y es transformable en cinética cuando la propia fuerza conservativa cambia de posición al cuerpo en un sentido dado (si el movimiento es en sentido opuesto, se pierde energía cinética que se almacena como energía potencial).

La energía potencial es una medida de la capacidad de un sistema de adquirir energía cinética en virtud de la posición de sus partes, bajo la acción de fuerzas conservativas.

Energía potencial gravitatoria

Cuando la capacidad de adquirir energía cinética de un sistema se debe a la fuerza de gravedad (atracción que existe entre la Tierra y los cuerpos que están a su alrededor) la energía que se adquiere recibe el nombre de energía potencial gravitatoria.

En el caso en que un cuerpo de masa m se encuentre a una altura h sobre la superficie terrestre (fig. 2.4), y si consideramos que la energía potencial gravitatoria del mismo en la superficie de la Tierra es cero, entonces su energía potencial será:

$$E_{p_g} = mgh \tag{2.5}$$

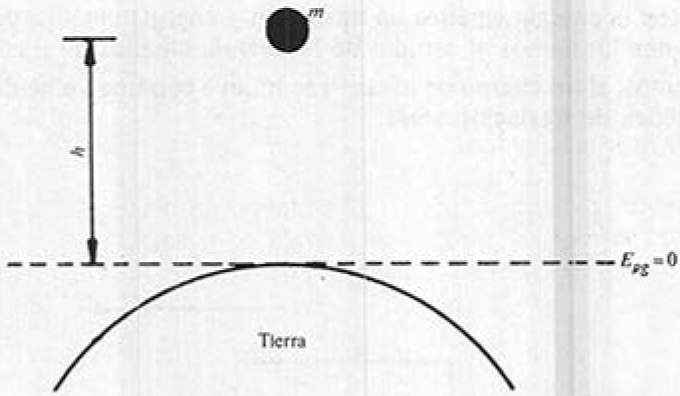


Fig. 2.4

El nivel de energía potencial cero se puede tomar en cualquier otro lugar; así, si el nivel de energía potencial cero se toma a una altura h_0 de la superficie de la Tierra, como se representa en la figura 2.5, la energía potencial gravitatoria del cuerpo anterior con respecto a ese nivel de energía, será:

$E_{p_g} = mgh'$

donde $h' = h - h_0$

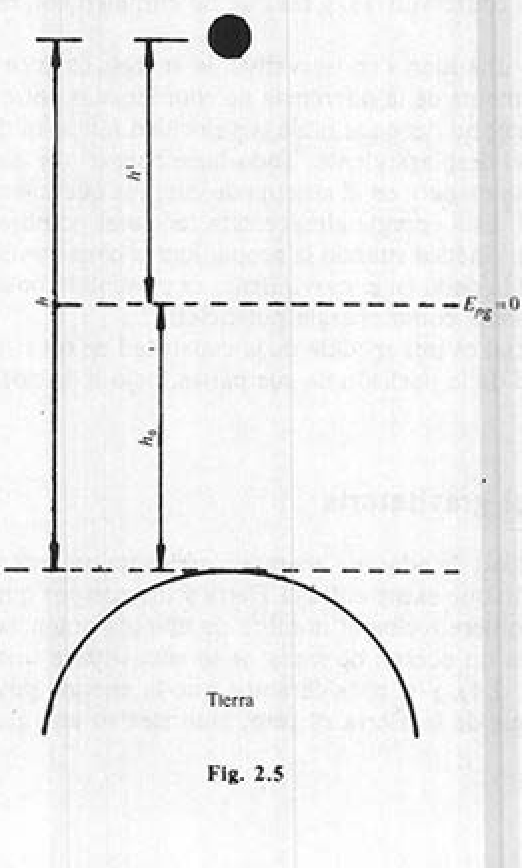


Fig. 2.5

La energía del cuerpo si estuviera en la superficie de la Tierra sería:

$E_{p_g} = -mgh_0$

Energía potencial elástica

Cuando la capacidad de adquirir energía cinética es debida a la fuerza elástica, la energía que la mide recibe el nombre de energía potencial elástica.

Como recordarás, en un sistema cuerpo-resorte (fig. 2.6), la energía potencial elástica es:

$$E_{p_e} = \frac{kx^2}{2} \qquad (2.6)$$

donde k es una constante que caracteriza las propiedades elásticas del resorte, llamada constante elástica, y x es la deformación del resorte con respecto a la posición de equilibrio, que es tomada como la posición en la cual la energía potencial del sistema es cero.

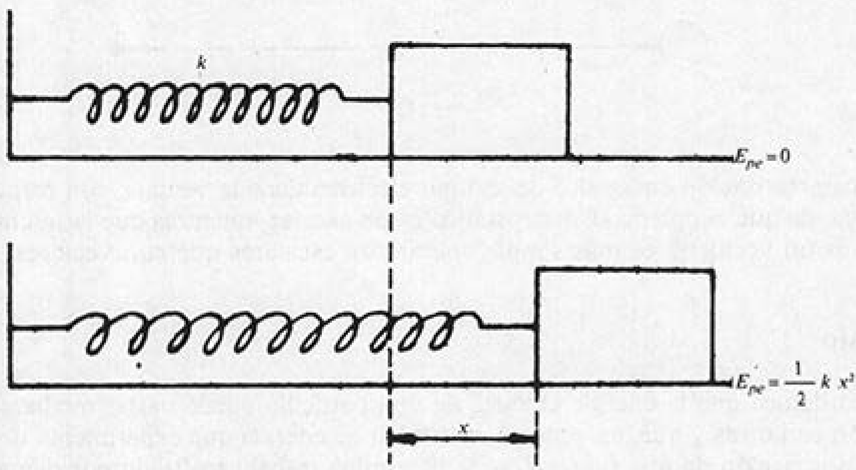


Fig. 2.6

Energía potencial electrostática

La capacidad de un sistema de adquirir energía cinética, debido a la interacción electrostática entre sus elementos, recibe el nombre de energía potencial electrostática.

En el caso de un sistema formado por dos cuerpos cargados puntuales de carga q_1 y q_2, separados una distancia r, la energía potencial electrostática del sistema (considerando cero la energía potencial cuando la distancia r sea infinita) se calcula mediante la ecuación:

$$E_{P_{elec}} = k\frac{q_1 q_2}{r} \qquad (2.7)$$

donde $k = 9 \cdot 10^9$ N m²/C².

Como sabemos, el campo electrostático se puede caracterizar dinámicamente por el vector intensidad de campo electrostático en un punto, y energéticamente por el potencial eléctrico en dicho punto.

Recordemos que el potencial en un punto cualquiera P de un campo electrostático se define como la energía potencial electrostática por unidad de carga en dicho punto:

$$\varphi_P = \frac{E_{P elec}}{q} \tag{2.8}$$

Ya conocemos que la unidad en que se mide el potencial en el Sistema Internacional de unidades es el *volt* (V), y que 1 V = 1 J/C.

En el caso que el cuerpo cargado con carga q se pueda considerar puntual y la distancia del punto P a él sea r (fig. 2.7), el potencial electrostático en el punto P se puede calcular mediante la ecuación.

$$\varphi_P = k\,\frac{q}{r} \tag{2.9}$$

Fig. 2.7

La caracterización energética del campo eléctrico tiene la ventaja, con respecto a la dinámica, de que el potencial electrostático es un escalar, mientras que la intensidad de campo es un vector; y es más simple operar con escalares que con vectores.

Trabajo

Recordemos que la energía cinética de una partícula puede variar mediante su interacción con otras y que, en general, al cambio de energía que experimenta un cuerpo debido a la acción de una fuerza F se le denomina trabajo realizado por dicha fuerza.

El trabajo realizado sobre una partícula por una fuerza F está dado por la ecuación:

$$W = Fs\cos\varphi \tag{2.10}$$

donde s es el valor del desplazamiento y φ es el ángulo entre la dirección de la fuerza y la dirección del movimiento.

Además, si sobre una partícula actúan varias fuerzas, el trabajo resultante de todas ellas es igual a la suma algebraica de los trabajos realizados por cada una, o lo que es lo mismo, al trabajo de la fuerza resultante. Es decir:

$$W_{res} = W_1 + W_2 + \dots W_n = F_{res}\, d\cos\varphi \tag{2.11}$$

Otro aspecto de gran importancia que debemos recordar es que el trabajo de la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética de la partícula:

$$W_{res} = \Delta E_c \tag{2.12}$$

También conocemos que cuando un cuerpo se mueve bajo la acción de la fuerza de gravedad, se cumple:

$$W_{Fg} = -\Delta E_{Fg} \tag{2.13}$$

y si la fuerza que actúa sobre el cuerpo es una fuerza elástica,

$$W_{Fe} = -\Delta E_{pe} \tag{2.14}$$

Estos casos son expresiones particulares de la definición general, que plantea que el trabajo de las *fuerzas conservativas* que actúan sobre un sistema es igual a la variación de la energía potencial del sistema con signo cambiado.

$$W_{Fcons} = -\Delta E_p \tag{2.15}$$

Constituyen ejemplos de fuerzas conservativas la fuerza de gravedad, la elástica y la electrostática.

Si sobre un cuerpo actúan simultáneamente fuerzas conservativas y no conservativas, se cumple que:

$$W_{res} = W_{Fcons} + W_{Fno\ cons} \tag{2.16}$$

donde W_{Fcons} es el trabajo de todas las fuerzas conservativas que actúan sobre el sistema, y $W_{Fno\ cons}$ el de las no conservativas.

Las ecuaciones 2.12 y 2.15 permiten escribir:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p + W_{Fno\ cons} \tag{2.17}$$

Por lo tanto:

$$W_{Fno\ cons} = \Delta E_c + \Delta E_p \tag{2.18}$$

y

$$W_{Fno\ cons} = \Delta E_M \tag{2.19}$$

De acuerdo con esta ecuación, si el trabajo de las fuerzas no conservativas es nulo la energía mecánica no varía, por lo que:

La energía mecánica de un sistema se conserva cuando el trabajo resultante de las fuerzas no conservativas que actúan sobre el cuerpo es nulo.

Lo anterior significa que la energía mecánica del sistema se conserva si:

1) sobre dicho sistema no actúan fuerzas no conservativas;
2) actúan fuerzas no conservativas que se compensan, es decir, la resultante de las fuerzas no conservativas que actúan sobre el sistema es nula;
3) la resultante de las fuerzas no conservativas que actúan sobre el sistema no realiza trabajo.

Un ejemplo típico del primer caso es el de un cuerpo que se deja caer desde cierta altura, en condiciones en que la fuerza de fricción puede ser considerada despreciable. Así, la energía mecánica inicial es $E_M = E_p = mgh$, y la energía mecánica final $E_M = E_c = E_p = mgh$.

El segundo caso se presenta cuando, además de fuerzas no conservativas de tipo disipativo, actúan las de tipo generador, que las compensan. Por ejemplo, cuando se empuja con velocidad constante un cuerpo sobre una superficie horizontal con fricción,

$\Delta E_c = 0$ y $\Delta E_p = 0$, por lo que $\Delta E_M = 0$. Es decir, la energía disipada por la fricción es compensada por la que se le suministra al empujarlo.

El tercer caso se presenta siempre que la fuerza actúe perpendicularmente a la dirección del movimiento; por ejemplo, cuando un electrón se mueve dentro de un campo magnético. Otro tipo de situación en la que se presenta este caso es la de un cuerpo que rueda sin deslizar sobre un plano inclinado con fricción; aquí la fuerza de fricción no realiza trabajo.

Ejemplo 2

En la figura 2.8 se representa un pequeño bloque de masa m que desliza por una vía sin fricción, con un "rizo" y un tope de resorte. Si el bloque se deja caer desde una altura h y la constante elástica del resorte es k, calcula:

a) la velocidad del bloque en la superficie horizontal;
b) la compresión máxima del resorte;
c) el trabajo realizado por la fuerza de gravedad;
d) el radio máximo del rizo para que el cuerpo pueda recorrerlo.

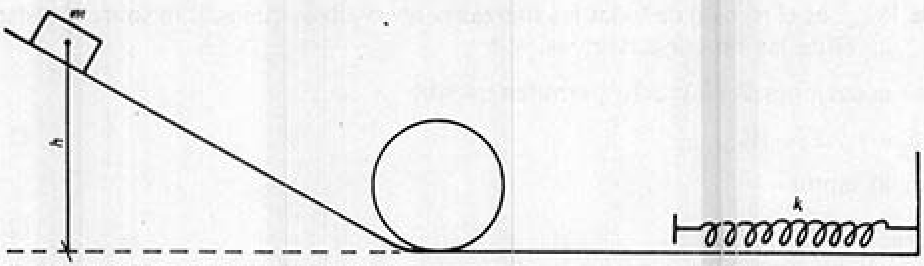


Fig. 2.8

Solución

a) Como no hay fricción, $\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$, por lo tanto:

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pg}$$

$$\frac{1}{2}\, m\, v^2 - 0 = -(0 - mgh)$$

y

$$v = \sqrt{2\, g\, h}$$

b) En este caso también se cumple que $\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$. Entonces:

$$\Delta E_{pe} = -\Delta E_c = \Delta E_{pg}$$

$$\frac{1}{2}\, kx^2 = mgh$$

y

$$x = \sqrt{\frac{2\,mgh}{k}}$$

c) El trabajo de la fuerza de gravedad se puede calcular, en este caso, mediante cualquiera de los procedimientos siguientes:

$$W = Fd\cos\varphi = mgh\cos 0° = mgh$$

$$W = -\Delta E_p = -(0 - mgh) = mgh$$

d) Para que el cuerpo pueda alcanzar el punto más elevado de la zona circular de la trayectoria (rizo) y continuar por el recorrido circular, el radio máximo que puede tener el rizo es el que cumple con la condición:

$$mg = \frac{mv^2}{r}$$

donde v es la velocidad del cuerpo en el punto más elevado del rizo.

De aquí se obtiene que:

$$r = \frac{v^2}{g}$$

donde v se puede determinar aplicando la ley de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0$$

$$mg(2r) - mgh + \left(\frac{1}{2}\,mv^2 - 0\right) = 0$$

por lo tanto:

$$v^2 = 2g(h - 2r)$$

y

$$r = \frac{2g(h - 2r)}{g}$$

$$r = \frac{2}{5}\,h$$

2.4 *Conservación de la energía*

En presencia de fuerzas no conservativas sin compensar, la energía de un sistema de partículas no se conserva; es decir, el trabajo realizado por estas fuerzas puede provocar una disminución o un incremento de la energía mecánica. Si desde cierta altura h sobre la superficie del suelo se deja caer una esfera de acero, después de rebotar varias veces en el suelo esta queda en reposo y su energía mecánica respecto a él es cero. Como justo antes del primer choque la esfera tiene una energía mecánica:

$$E = \frac{mv^2}{2} = mgh$$

(si no se considera la resistencia del aire), entonces la energía mecánica de esta respecto al suelo disminuyó en esa misma cantidad.

Conocemos que, en este caso, lo que ha ocurrido es una transformación de la energía cinética de la esfera en energía interna del sistema constituido por la esfera y los demás cuerpos que interactuaron con ella.

Todos los experimentos demuestran que cuando en un sistema se produce una variación de su energía mecánica, también ocurre una variación igual y de signo contrario en la energía interna de los cuerpos del sistema:

$$\Delta E_m = -\Delta U$$

El ejemplo anterior es un caso particular en el cual se manifiesta la ley de conservación y transformación de la energía, que se ha observado en todos los casos y condiciones, y que plantea que:

La energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma.

Aunque el principio de conservación de la energía es uno solo, puede tomar varias formas en dependencia de la situación particular que se esté analizando. En un sentido amplio se pueden distinguir tres situaciones fundamentales:

1. Un sistema aislado: La suma de todas las formas de energía permanece constante, aunque la energía del sistema puede tomar distintas formas en el transcurso del tiempo. Un ejemplo de esta situación son los choques perfectamente elásticos y la desintegración radiactiva natural.
2. Un sistema que absorbe y no cede energía: La energía comunicada al sistema es igual a la variación total de la energía interna del sistema en todas sus formas. Un ejemplo de esta situación es un gas que se comprime mediante un émbolo en un cilindro cuyas paredes no permiten el intercambio de calor.
3. Un sistema que absorbe y cede energía: La energía comunicada al sistema es igual a la variación total de la energía interna del sistema más la cedida al exterior. Cualquier máquina constituye un ejemplo de esta situación.

Debemos recordar que en todas estas situaciones el intercambio de energía entre los componentes del sistema, o del sistema con el exterior, puede tener lugar mediante un proceso de trabajo, de calor o de radiación.

En general, la conservación de la energía, verificada en todos los fenómenos físicos, nos permite plantear que:

$$\Delta U = Q - W \tag{2.20}$$

donde:

ΔU es la variación total de la energía interna del sistema
Q es la energía intercambiada mediante un proceso de calor o radiación
W es la energía intercambiada mediante un proceso de trabajo.

Además, se considera el siguiente convenio de signos:

$Q > 0$ el calor es absorbido por el sistema
$Q < 0$ el calor es cedido por el sistema
$W > 0$ el trabajo es realizado por el sistema
$W < 0$ el trabajo es realizado sobre el sistema

La ecuación 2.20 es la expresión matemática de la primera ley de la termodinámica, es decir, de la conservación de la energía en todas sus formas, y nos expresa que la variación de la energía interna de un sistema es igual a la energía que absorbe mediante un proceso de calor o radiación, más la que adquiere mediante un proceso de trabajo (debemos recordar que en este caso el trabajo tiene signo negativo y, por lo tanto, se suma en la ecuación 2.20).

En el caso de que el sistema analizado sea un gas ideal, toda su energía interna es debida al movimiento térmico de los *puntos materiales* que lo forman, pues no se toma en consideración la interacción entre los mismos ni su estructura interna.

Por lo tanto, para un gas ideal se cumple que:

$$U = NE \tag{2.21}$$

donde E es la energía cinética media de cada molécula (punto material), y está dada por la ecuación:

$$E = \frac{3}{2} kT \tag{2.22}$$

(para los gases monoatómicos) donde k es la constante de Boltzman ($k = 1{,}38 \cdot 10^{23}$ J/K) y T la temperatura medida en kelvin.

De manera que si a un gas ideal se le suministra calor (en lo adelante entenderemos la frase "se le suministra calor" como "se le suministra energía mediante un proceso de calor o radiación") y su energía varía en ΔT, la variación de su energía interna será:

$$\Delta U = N \frac{3}{2} k \Delta T \tag{2.23}$$

y el calor absorbido:

$$Q = N \frac{3}{2} k \Delta T + W \tag{2.24}$$

que se puede escribir también como:

$$Q = \frac{3}{2} n R \Delta T + W \tag{2.25}$$

donde n es el número de moles y R la constante universal de los gases ($R = 8{,}31$ J/K mol).

Si durante la absorción de calor el volumen del gas no varía (proceso *isocórico*), entonces $W = 0$ y todo el calor se utiliza para incrementar la energía interna. Para este caso se tiene entonces que:

$$Q = \Delta U$$

$$Q = \frac{3}{2} n R \Delta T \tag{2.26}$$

Si el proceso se produce con una variación del volumen a presión constante (proceso *isobárico*), se puede demostrar que el trabajo realizado por el sistema se calcula mediante la ecuación:

$$W = n\ R\ \Delta T \tag{2.27}$$

y que, por lo tanto:

$$Q = \Delta U + W = \frac{3}{2}\ n\ R\ \Delta T + n\ R\ \Delta T$$

$$Q = \frac{5}{2}\ n\ R\ \Delta T \tag{2.28}$$

Es conveniente y necesario recordar que la ecuación de estado de un gas ideal es:

$$PV = n\ RT \tag{2.29}$$

En el caso de los gases reales, líquidos y sólidos, se cumple que:

$$Q = mc\ \Delta T$$

donde m es la masa y c el calor específico (cuyo valor se determina experimentalmente). Si comparamos con la ecuación 2.28 y consideramos que la masa es la de un mole de gas, podemos ver que el calor específico molar de un gas ideal monoatómico a presión constante es $c_p = \frac{5}{2}\ R$. De la ecuación 2.26 se ve que el calor específico molar a volumen constante es $c_v = \frac{3}{2}\ R$.

Ejemplo 3

Un proyectil de acero de masa m se mueve con velocidad v y tiene una temperatura T cuando choca con un bloque de plomo de masa M, a la misma temperatura, que cuelga de un hilo resistente (fig. 2.9). Si después del impacto el bloque asciende una distancia h, ¿qué temperatura final alcanza el bloque con el proyectil incrustado? Desprecia las pérdidas de calor con el aire y el hilo. Considera que los calores específicos del acero y el plomo son, respectivamente, c_a y c_p.

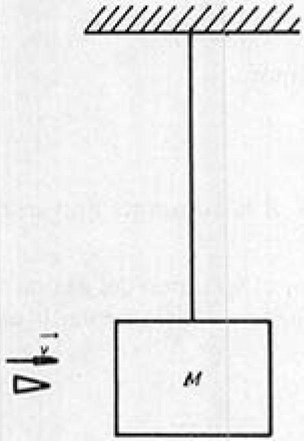


Fig. 2.9

Solución

Considerando en el sistema proyectil-bloque como un sistema aislado, se tiene que:

$\Delta U = -\Delta E_M$

donde:

$$\Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p = (M+m)\, gh \, \frac{1}{2}\, mv^2$$

Por lo tanto:

$$\Delta U = -[(M+m)g\, h - \frac{1}{2}\, mv^2]$$

y como:

$$\Delta U = mc_a(T_f - T) + Mc_p(T_f - T)$$

entonces, igualando estas dos últimas ecuaciones y despejanto la temperatura final T_f tenemos que:

$$T_f = T + \frac{\frac{1}{2}\, mv^2 - (M+m)\, gh}{mc_a + Mc_p}$$

Ejemplo 4

2,8 g de nitrógeno están a 27 °C y presión normal, y se calientan a presión constante hasta que su volumen se duplica. Halla:

a) el calor absorbido por el gas;

b) el trabajo realizado por el gas;

c) la variación de su energía interna.

Datos: $\mu = 28$; $c_p = 1\,041{,}6$ J/kgK

Solución

a) Como el proceso es isobárico:

$$Q = mc_p\, \Delta T$$

ΔT se puede calcular en función de ΔV a partir de la ecuación $PV = nRT$, pues considerando que P es constante:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_2 - V_1}{T_2 - T_1} = \frac{2V_1 - V_1}{T_2 - T_1} = \frac{V_1}{T_2 - T_1}$$

de donde:

$$T_2 = 2\ T_1$$

Por lo tanto:

$$Q = (2.8 \cdot 10^{-3}\ \text{kg})\ (1\,041{,}6\ \text{J/kg K})\ (300\ \text{K}) = 8{,}7 \cdot 10^2\ \text{J}$$

b) Como el proceso es isobárico:

$$W = P\Delta V = P(V_2 - V_1) = P(2V_1 - V_1) = PV_1$$

Como $PV = nRT$, se puede plantear que:

$$P_1V_1 = nRT_1$$

donde $n = \dfrac{m}{\mu}$.

Por lo tanto:

$$W = PV_1 = \frac{m}{\mu} R\ T_1 = \frac{2.8 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}{28 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/mol}}\ (8{,}32\ \text{J/mol K})\ (300\ \text{K})$$

$$W = 2{,}5 \cdot 10^2\ \text{J}$$

c) $\Delta U = Q - W = 8{,}7 \cdot 10^2\ \text{J} - 2{,}5 \cdot 10^2\ \text{J} = 6{,}2 \cdot 10^2\ \text{J}$

2.5 *Problemas resueltos*

1. Un cuerpo en reposo, de $2{,}0 \cdot 10^4$ kg, se encuentra sobre una superficie horizontal lisa y es golpeado por otro de $3{,}0.10^4$ kg. Antes del impacto el cuerpo móvil tenía una velocidad de 1,0 m/s. Si se mueven juntos luego del choque, ¿cuál es la velocidad del conjunto?

Solución

En la figura 2.10 se representa la situación planteada en el problema.

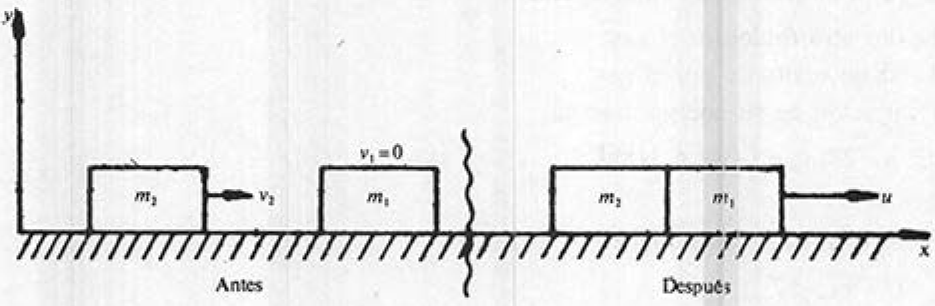


Fig. 2.10

En este caso se conserva la cantidad de movimiento lineal, pues la resultante de las fuerzas externas sobre el sistema (la de la gravedad y la normal) es cero. Por lo tanto:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

De acuerdo con los datos, y considerando que el movimiento tiene lugar en la misma dirección, podemos escribir que:

$$p_{antes} = m_1v_1 + m_2v_2 = 0 + m_2v_2$$

donde el subíndice 1 indica el cuerpo inicialmente en reposo, y el 2, el que se mueve.

De igual forma:

$$p_{después}=(m_1+m_2)\ u$$

donde u es la velocidad del conjunto.

De manera que:

$$m_2 v_2=(m_1+m_2)\ u$$

$$u=\frac{m_2}{m_1+m_2}v_2$$

$$u=\frac{(3{,}0\cdot 10^4\ \mathrm{kg})\ (1{,}0\ \mathrm{m/s})}{(3{,}0\cdot 10^4\ \mathrm{kg})+(2{,}0\cdot 10^4\ \mathrm{kg})}=0{,}60\ \mathrm{m/s}$$

2. Una granada de masa $M=1$ kg, lanzada verticalmente hacia arriba, explota en el punto más alto de su recorrido en dos fragmentos de masa $m_1=0{,}25$ kg y $m_2=0{,}75$ kg. Si la velocidad del fragmento de masa m_1 es de 60 m/s y está dirigida verticalmente hacia arriba, calcule el valor de la velocidad del fragmento de masa m_2, conociendo que su dirección es también vertical.

Solución

Si seleccionamos un sistema de coordenadas fijo a la Tierra, con su origen en el punto de la explosión y con uno de sus ejes orientado en la dirección del movimiento de los fragmentos, la situación planteada en el problema se puede representar como se muestra en la figura 2.11.

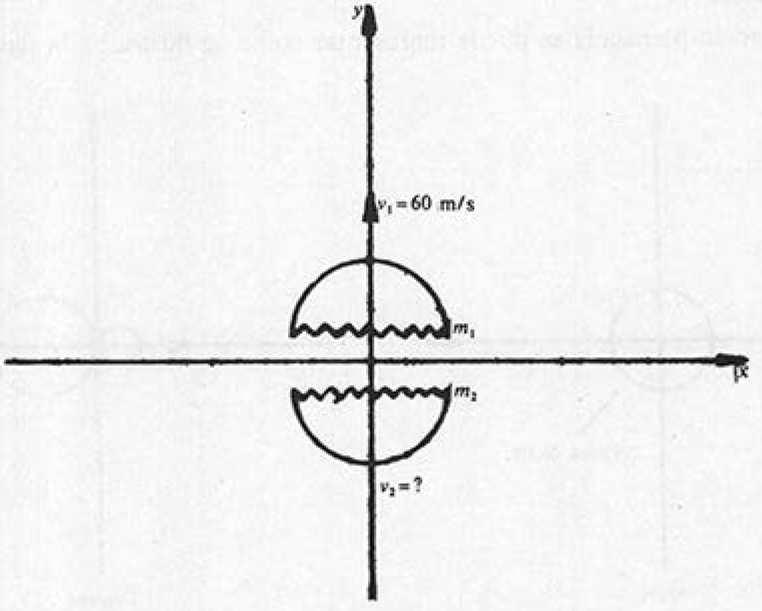


Fig. 2.11

Como el intervalo de tiempo de la explosión es muy pequeño, se puede suponer que sobre el sistema no actúan fuerzas externas, ya que el efecto de la fuerza de gravedad durante el proceso (explosión) puede no ser tomado en consideración. Por lo tanto, se puede plantear la ley de conservación de la cantidad de movimiento lineal:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

donde $\vec{p}_{antes} = \vec{0}$, pues en el momento de la explosión la granada está en reposo, y:

$$\vec{p}_{después} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$

Puesto que las velocidades tienen igual dirección:

$$p_{después} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

Por lo tanto:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2}\, v_1 = -\frac{(0{,}25 \text{ kg})\,(60 \text{ m/s})}{0{,}75 \text{ kg}} = -20 \text{ m/s}$$

3. Un protón ($m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) que viaja a la velocidad de $1 \cdot 10^7$ m/s, choca con un núcleo de helio en reposo y retrocede con una velocidad de $6 \cdot 10^6$ m/s. El núcleo de helio es impulsado hacia delante con una velocidad de $4 \cdot 10^5$ m/s. Calcula la masa del núcleo de helio.

Solución

En este caso también es posible suponer que sobre el sistema no actúan fuerzas externas (¿por qué?). Por lo tanto, se cumple que:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

La situación planteada se puede representar como se ilustra en la figura 2.12.

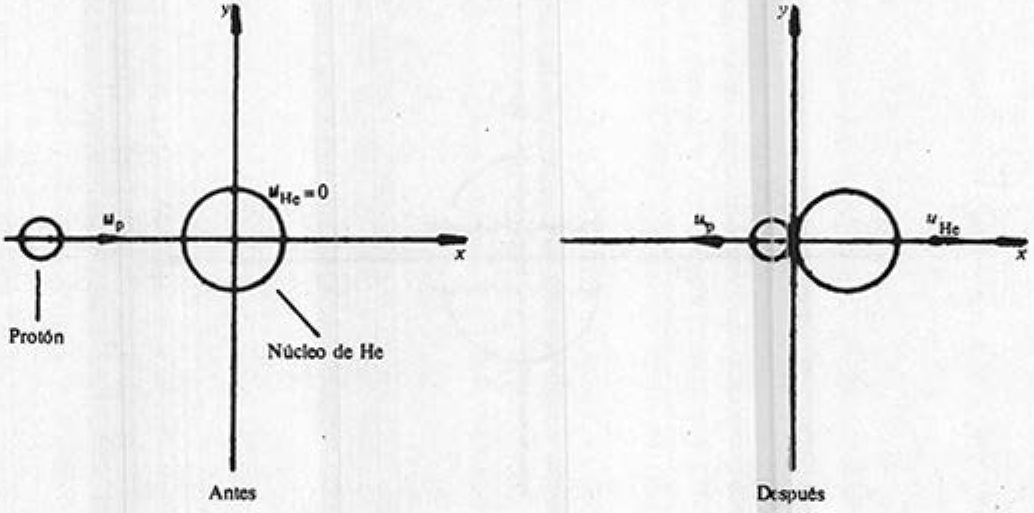


Fig. 2.12

Entonces:

$$\vec{p}_{antes} = m_p\vec{v}_p + m_{He}\vec{v}_{He}$$

$$p_{antes} = m_p v_p$$

$$\vec{p}_{después} = m_p\vec{u}_p + m_{He}\vec{u}_{He}$$

$$p_{después} = -m_p u_p + m_{He}u_{He}$$

Por lo tanto:

$$m_p v_p = -m_p u_p + m_{He}u_{He}$$

$$m_{He} = \frac{m_p v_p + m_p u_p}{u_{He}} = \frac{m_p(v_p + u_p)}{u_{He}}$$

$$m_{He} = \frac{(1{,}67 \cdot 10^{-27}\ \text{kg})\ (1 \cdot 10^7\ \text{m/s} + 6 \cdot 10^6\ \text{m/s})}{4 \cdot 10^6\ \text{m/s}}$$

$$m_{He} = 7 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

4. Un carro de masa $M = 20$ kg se mueve con una velocidad de 2,0 m/s. Un muchacho de masa $m = 60$ kg salta del carro al suelo. Al tocar el suelo ocurre que el muchacho:

a) se mueve con una velocidad de valor igual a la inicial del carro, pero de sentido contrario;
b) no se mueve respecto al suelo;
c) se mueve con una velocidad de 1,0 m/s y en el mismo sentido que el carro.

En cada caso, ¿qué velocidad posee el carro después del salto del muchacho?

Solución

En la figura 2.13 se representa la situación planteada en el problema. Hay que determinar la velocidad del carro después del salto del muchacho.

Como las fuerzas externas que actúan sobre el sistema formado por el carro y el muchacho están compensadas, se puede aplicar la ley de conservación de la cantidad de movimiento. Si se toma en consideración que durante el salto el muchacho está en el aire y que sobre él actúa la fuerza de gravedad, se puede aplicar también la ley de conservación del momento lineal, pues esta fuerza no actúa en la dirección del movimiento.

$$\vec{m}v + \vec{M}v = \vec{m}v_H + \vec{M}v_c$$

donde $\vec{v}_H$ y $\vec{v}_c$ son las velocidades del muchacho y el carro después del salto, respectivamente. Con la formulación anterior, se puede calcular el valor de la velocidad del carro después de cada salto escribiendo la ecuación de las proyecciones de las componentes de la velocidad sobre el eje de las x.

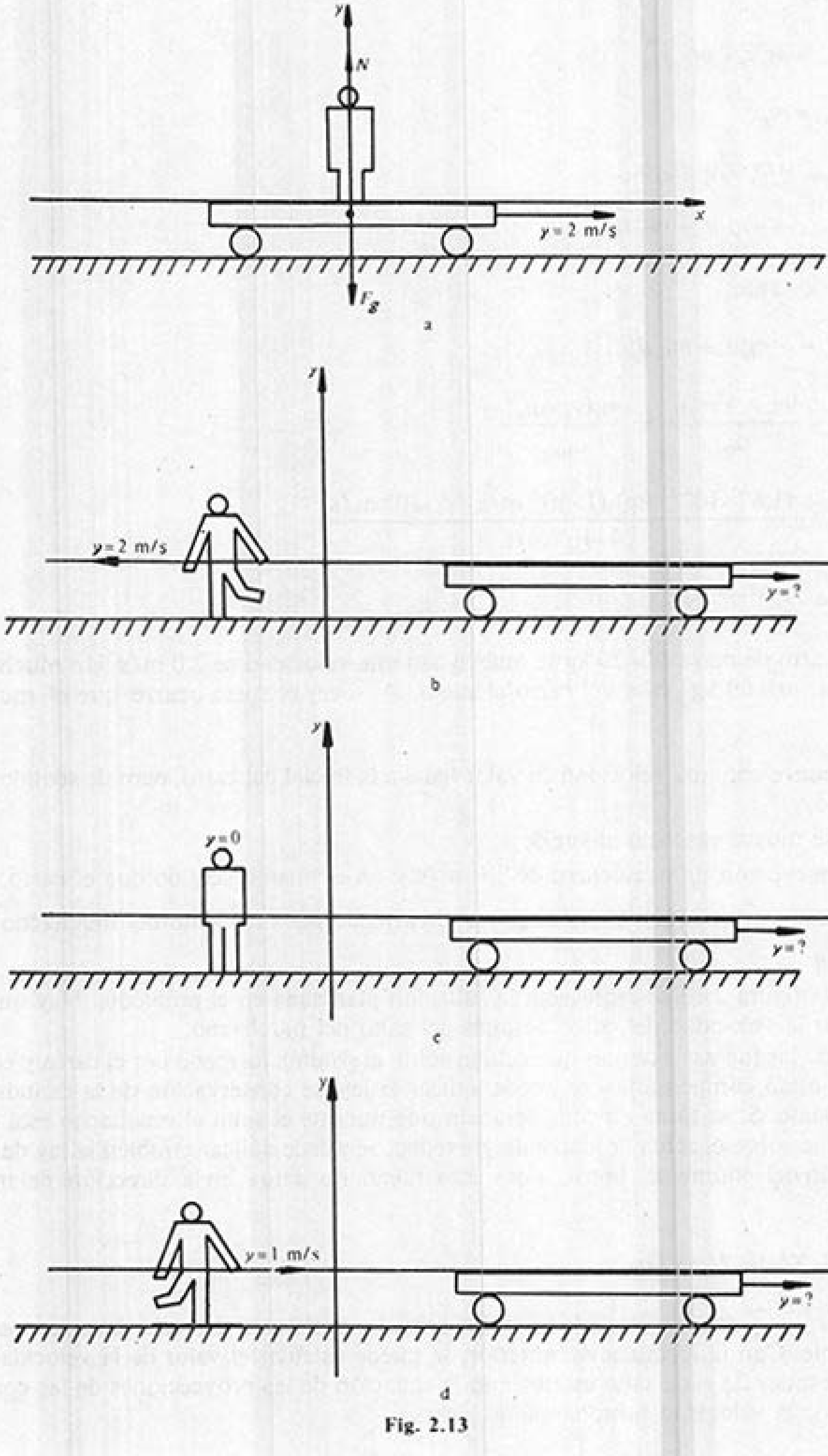


Fig. 2.13

a) El muchacho, al tocar el suelo (fig. 2.13b), se mueve en sentido contrario del carro. La proyección de su velocidad tiene valor negativo pues $\vec{v}_{sH}$ tiene sentido contrario al asumido como positivo. Por lo tanto:

$$(m+M)\ v_x = m(-v_{xH}) + Mv_{xc}$$

$$(m+M)v_x = -m\ v_{xH} + Mv_{xc}$$

$$v_{xc} = \frac{(m+M)v_x + mv_{xH}}{M} = \frac{(2m+M)v_x}{M}$$

$$v_{xc} = \frac{(2 \cdot 60\ \text{kg} + 20\ \text{kg})\ 2{,}0\ \text{m/s}}{20\ \text{kg}} = 14\ \text{m/s}$$

La velocidad del carro después que salta el joven es de 14 m/s en dirección horizontal y en el sentido en que se movía anteriormente.

b) El muchacho, al tocar el suelo, no se mueve (fig. 2.13c). Entonces $v_{xH} = 0$, por lo que:

$$(m+M)v_x = M\ v_{xc}$$

$$v_{xc} = \frac{(m+M)v_x}{M}$$

$$v_{xc} = \frac{(60\ \text{kg} + 20\ \text{kg})2{,}0\ \text{m/s}}{20\ \text{kg}} = 8{,}0\ \text{m/s}$$

La velocidad del carro es de 8,0 m/s en la misma dirección y sentido en que se movía antes de saltar el muchacho.

c) El muchacho, como se indica en la figura 2.13d, al tocar el suelo se mueve en el mismo sentido que el asumido como positivo en el sistema de referencia; por tanto:

$$(m+M)\ v_x = m\ v_{xH} + Mv_{xc}$$

$$v_{xc} = \frac{(m+M)v_x - m\ v_{xH}}{M}$$

$$v_{xc} = \frac{(60\ \text{kg} + 20\ \text{kg})2\ {,}0\ \text{m/s} - 60\ \text{kg}\ 1{,}0\ \text{m/s}}{20\ \text{kg}} = 5{,}0\ \text{m/s}$$

El carro alcanza una velocidad de 5,0 m/s en la misma dirección y sentido que tenía antes de saltar el muchacho.

5. Una explosión vuela una roca en tres partes. Dos fragmentos, de masas 1,0 kg y 2.0 kg, salen en ángulo recto con velocidades de 12 m/s y 8 m/s respectivamente. El tercer fragmento es expulsado con una velocidad de 40 m/s.

a) Dibuja un esquema en que se muestre el sentido de la velocidad de este tercer fragmento.

b) ¿Cuál es su masa?

Solución

a) En este caso también es posible suponer que se conserva la cantidad de movimiento lineal (¿por qué?). Por lo tanto:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{después}$$

$$\vec{p}_{antes} = \vec{0}$$

$$\vec{p}_{después} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

donde los subíndices denotan las cantidades de movimiento lineal de cada uno de los fragmentos. De manera que:

$$\vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

Como las velocidades de los fragmentos 1 y 2 tienen direcciones mutuamente perpendiculares, también serán mutuamente perpendiculares sus cantidades de movimiento lineal. La cantidad de movimiento lineal del tercer fragmento tiene que ser igual al vector opuesto al vector cantidad de movimiento lineal resultante de los fragmentos 1 y 2. Esta situación se representa en la figura 2.14.

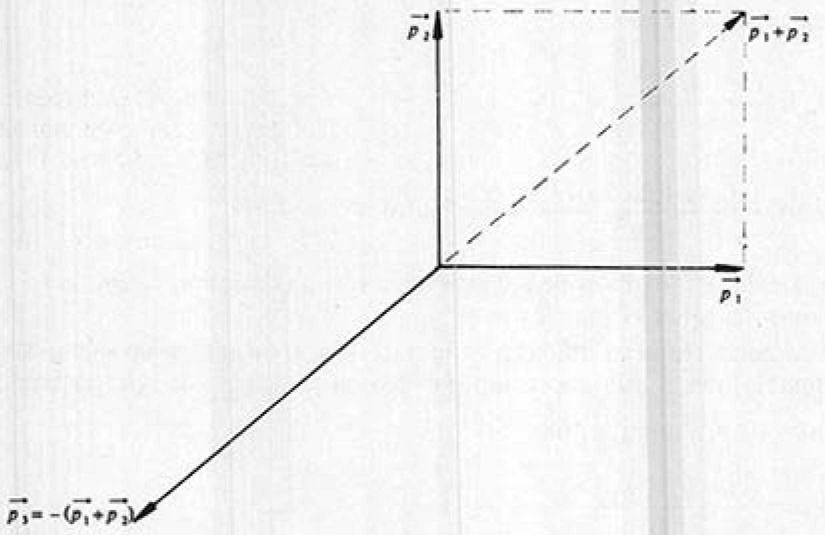


Fig. 2.14

b) De acuerdo con el diagrama vectorial de la figura 2.14, el valor de la cantidad de movimiento lineal del tercer fragmento será:

$$p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}$$

y como $p_3 = m_3v_3$, entonces:

$$m_3 = \frac{\sqrt{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}}{v_3} = 0{,}5 \text{ kg}$$

6. Una fuerza de 30 N acelera un objeto de 2,0 kg desde el reposo, y lo hace recorrer una distancia de 3,0 m a lo largo de una superficie horizontal sin rozamiento; entonces la fuerza cambia a 15 N y actúa durante 2,0 m. Si durante todo el recorrido la fuerza actúa en la dirección del movimiento:

a) ¿Cuál es la energía cinética del objeto?

b) ¿Con qué rapidez se desplaza?

Solución

a) $\Delta E_c = W_{res} = F_1\, s_1 + F_2\, s_2 = 30\ \text{N} \cdot 3{,}0\ \text{m} + 15\ \text{N} \cdot 2{,}0\ \text{m} = 1{,}2 \cdot 10^2\ \text{J}$

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci} = E_{cf} - 0$$

$$E_{cf} = 1{,}2 \cdot 10^2\ \text{J}.$$

b) $E_{cf} = \frac{1}{2}\ m\ v_f^2$

y por lo tanto:

$$v_f = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \approx 11\ \text{m/s}$$

7. Un cuerpo de 4,0 kg, que se desliza sobre una mesa horizontal sin rozamiento a la velocidad de 3,0 m/s, choca con un muelle parachoques de masa despreciable en comparación con la del cuerpo. Si la constante elástica del muelle es de 10 N/m:

a) Determina la compresión máxima del muelle.

b) ¿Qué relación existe entre la energía cinética y la potencial cuando el muelle se ha comprimido a la mitad?

Solución

a) Como sobre el sistema no actúan fuerzas no conservativas, se conserva la energía mecánica:

$$\Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_p = 0$$

Por lo tanto:

$$\Delta E_p = \Delta E_c$$

De manera que para la compresión máxima del muelle se tiene que:

$$\frac{1}{2}\ kx_m^2 - 0 = -\left(0 - \frac{1}{2}\ mv^2\right)$$

de donde:

$$x_m = \sqrt{\frac{m}{k}}\quad v = 1{,}9\ \text{m}$$

b) Cuando el muelle se ha comprimido a la mitad, su energía potencial es:

$$E_p = \frac{1}{2}\ k\left(\frac{x_m}{2}\right)^2 = 4{,}5\ \text{J}$$

La energía cinética en esta posición se puede calcular aplicando la ley de conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$E_{cf} - E_{ci} = -(E_{pf} - E_{pi})$$

$$E_{cf} = E_{ci} - E_{pf}$$

Donde $E_{pf} = 4{,}5$ J y $E_{ci} = \frac{1}{2}\ mv^2 = 18$ J.

Por lo tanto:

$$E_{cf} = 18 \text{ J} - 4{,}5 \text{ J} = 13{,}5 \text{ J}$$

y

$$\frac{E_p}{E_c} = \frac{4{,}5 \text{ J}}{13{,}5 \text{ J}} = 0{,}33 \text{ J}$$

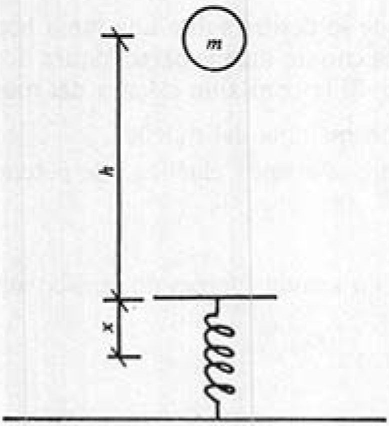


Fig. 2.15

Solución

Si se desprecia el efecto de la fuerza de fricción con el aire, se puede considerar que la energía mecánica se conserva (¿por qué?):

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

Como al inicio y al final la bola se encuentra en reposo, entonces $\Delta E_c = 0$. Además:

$$\Delta E_p = \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe}$$

por lo que:

$$\Delta E_{pe} = -\Delta E_{pg}$$

Tomando el nivel de $E_{pg}=0$ en el extremo libre del muelle, tenemos:

$$\left(\frac{1}{2}\ kx^2-0\right)=mg(h+x)$$

$$x^2=\frac{2\ mg}{k}\ x-\frac{2\ mgh}{k}=0$$

$$x=\frac{mg}{k}\ \pm\ \frac{1}{k}\ \sqrt{(\ mg)^2+2\ kmgh}$$

Tomando el signo positivo, nos queda:

$$x=\frac{mg}{k}+\frac{1}{k}\ \sqrt{(mg)^2+2\ kmgh}$$

Sustituyendo los datos y considerando $g=10$ m/s²

$x=0{,}78$ m

¿Por qué se toma el signo + ?

9. Una bola de masa 0,25 kg es lanzada hacia la derecha con una velocidad de 2 m/s, partiendo de un punto de una superficie sin rozamiento situado a la izquierda de la figura 2.16. ¿A qué altura ascenderá en la pendiente de la derecha antes de detenerse temporalmente?

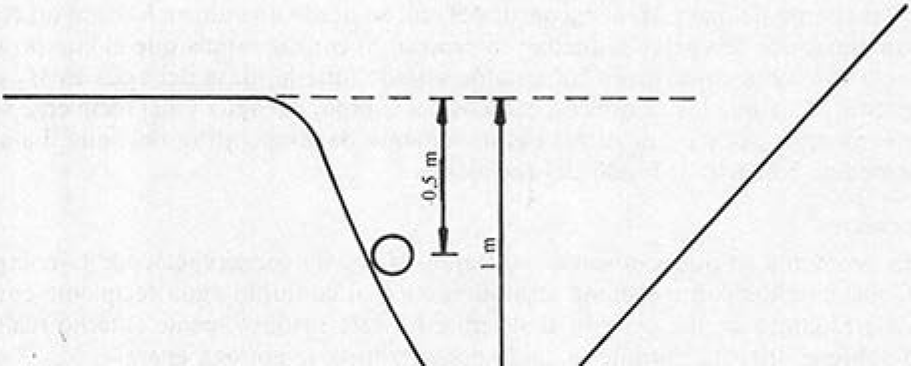


Fig. 2.16

Solución

Sobre la bola no actúan fuerzas no conservativas. Por lo tanto

$\Delta E_M=\Delta E_c+\Delta E_p=0$

$$0-\frac{1}{2}\ mv^2+(mgH-mgh)=0$$

donde v es la velocidad inicial, H la altura máxima que alcanza la bola en la superficie de la derecha y h la altura inicial de la bola en la superficie de la izquierda. Ambas alturas están medidas a partir del punto más bajo de la trayectoria de la bola. De manera que:

$$H=\frac{\frac{1}{2}mv^2+mgh}{mg}=0{,}7\ \text{m}$$

10. Dos protones se encuentran en reposo separados una distancia de $2{,}00\cdot10^{-5}$ m. Si uno de ellos se libera, determina el valor de la velocidad con que pasará por un punto situado a una distancia de $2{,}00\cdot10^{-4}$ m.

Solución

En este caso se conserva la energía mecánica del sistema (¿por qué?). Por lo tanto:

$$\Delta E_M=\Delta E_c+\Delta E_p=0$$

$$0-\frac{1}{2}mv^2+\left(k\frac{e^2}{r_2}-k\frac{e^2}{r_1}\right)=0$$

$$v=2\left(k\frac{e^2}{r_2}-k\frac{e^2}{r_1}\right)$$

donde $e=1{,}60\cdot10^{-19}$ C, $m=1{,}67\cdot10^{-27}$ kg y $k=8{,}99\cdot19^9$ Nm²/C². Sustituyendo estos valores y los de los demás datos, se obtiene que:

$$v=111\ \text{m/s}$$

11. Un cuerpo de masa M_1 cae a partir del reposo desde una altura h sobre un recipiente con agua, donde vuelve a quedar en reposo. Si consideramos que el cuerpo y el recipiente con agua constituyen un sistema aislado, que la masa del agua es M_2 y la del recipiente M_3, y que los calores específicos del cuerpo, del agua y del recipiente son respectivamente c_1, c_2 y c_3, determina el incremento de temperatura del agua. La altura h esta medida respecto al fondo del recipiente.

Solución

El problema se puede resolver utilizando la ley de conservación de la energía.

Consideremos como sistema termodinámico al conjunto agua-recipiente-cuerpo, y a la Tierra como agente externo al sistema. En este caso, el agente externo realiza trabajo sobre el sistema durante la caída del cuerpo, y le entrega energía.

Aplicando entonces la primera ley de la termodinámica al sistema agua-recipiente-cuerpo, queda:

$$Q=\Delta U+W$$

Si se considera al sistema aislado, $Q=0$. Y como el trabajo se realiza sobre el sistema:

$$\Delta U=-W=-(-mgh)=mgh$$

donde el signo del trabajo se ha tomado negativo de acuerdo con el convenio asumido. Por otra parte:

$$\Delta U=M_1c_1\Delta T+M_2c_2\Delta T+M_3c_3\Delta T$$

por lo que:

$$M_1c_1\Delta T + M_2c_2\Delta T + M_3c_3\Delta T = mgh$$

$$\Delta T(M_1c_1) + M_2c_2 + M_3c_3) = mgh$$

$$\Delta T = \frac{mgh}{M_1c_1 + M_2c_2 + M_3c_3}$$

12. 18 gramos (1 mole) de agua a la temperatura de ebullición se convierten en vapor dentro de un cilindro cerrado con un pistón sin rozamiento. El pistón es tan ligero que el gas permanece a la presión atmosférica en todo momento.

a) ¿Qué volumen ocupará el vapor de agua si se comporta como un gas ideal?

b) ¿Qué trabajo se realiza al empujar el pistón en contra de la presión atmosférica cuando toda el agua se vaporiza?

c) Conociendo que cada gramo de agua exige $2{,}3 \cdot 10^3$ J para evaporarse, ¿cuánto calor requiere el agua para convertirse en vapor y expansionarse contra el pistón?

d) ¿Cuál fue la variación de energía interna experimentada por la sustancia dentro del recipiente:

Solución

a) $\dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_1V_2}{T_2}$

$$V_2 = V_1\frac{T_2}{T_1} = 2{,}24 \cdot 10^{-2}\left(\frac{373}{273}\right)$$

$$V_2 = 3{,}06 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$$

b) Como el proceso es isobárico, el trabajo realizado se puede calcular mediante la ecuación:

$$W = P\,\Delta V$$
$$W = (1{,}02 \cdot 10^5\ \text{N/m}^2)(3{,}06 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3 - 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \text{m}^3)$$
$$W = 3{,}12 \cdot 10^3\ \text{J}$$

c) De acuerdo con los datos, el calor requerido para convertir el agua en vapor será:

$$Q = (2{,}3 \cdot 10^3\ \text{J/g})(18\ \text{g}) = 4{,}1 \cdot 10^4\ \text{J}$$

y el calor total requerido, incluyendo el trabajo de expansión del gas será:

$$Q = 4{,}1 \cdot 10^4\ \text{J} + 3{,}1 \cdot 10^3\ \text{J} = 4{,}4 \cdot 10^4\ \text{J}$$

d) $\Delta U = Q - W = 4{,}4 \cdot 10^3\ \text{J} - 3{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{J} = 4{,}1 \cdot 10^4\ \text{J}$

Tareas generales del capítulo

1. Un hombre de 100 kg está sentado en una canoa de 40,0 kg y dispara una bala de 0,06 kg con una escopeta de 2,50 kg. Si la velocidad de salida del proyectil por la boca del arma es de 600 m/s, ¿con qué velocidad retrocede la canoa?

2. Un cañón de masa 500 kg, montado sobre ruedas e inicialmente en reposo, dispara horizontalmente un proyectil de 5 kg con una velocidad de 1 000 m/s. ¿Cuál será la velocidad de retroceso del cañón:

   a) si se encuentra en una plataforma sobre la cual puede moverse;

   b) si se sujeta fuertemente a la Tierra, cuya masa es $6 \cdot 10^{24}$ kg?

3. Una bomba en reposo explota, rompiéndose en tres pedazos. Dos pedazos con igual masa vuelan en direcciones perpendiculares entre sí y con la misma velocidad de 30 m/s. Si el tercer pedazo tiene una masa triple que la de los otros dos, ¿cuál es la dirección y valor de su velocidad inmediatamente después de la explosión?

4. Un cañón de 600 kg está montado sobre ruedas. Si dispara una granada de 10 kg con una velocidad de salida en la boca de 540 m/s y un ángulo de elevación de 45°, calcula la velocidad de retroceso del cañón.

5. Un núcleo de uranio 238, que originalmente estaba en reposo, emite una partícula α con una velocidad de $1{,}4 \cdot 10^9$ m/s. Halla la velocidad de retroceso del núcleo residual (torio 234).

6. Un cuerpo de masa M se mueve en el espacio con una velocidad v. Mediante una explosión se divide en dos partes iguales, de forma que ambas partes siguen moviéndose en la misma dirección y sentido que antes. Si la velocidad de una parte es $\frac{v}{3}$, ¿cuál es la velocidad de la otra?

7. Dos bloques, A y B, de masas 5 g y 10 g respectivamente, están unidos por un resorte comprimido y de masa despreciable. El sistema se mueve como un todo con una velocidad de 5 m/s por una superficie horizontal sin fricción, como se muestra en la figura 2.17. Al liberarse el resorte, el bloque B incrementa su velocidad en 2 m/s. Calcula la velocidad que adquiere el bloque A después de liberarse el resorte.

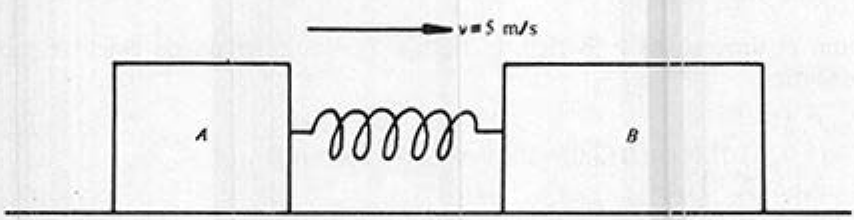


Fig. 2.17

8. Dos bolas de plastilina, de masas 15 g y 30 g, se mueven al encuentro con velocidades de 10 m/s y 20 m/s respectivamente. Determina la velocidad del conjunto después del choque. Considera la fricción.

9. Un auto de masa 800 kg se mueve en dirección norte con una velocidad de 15 m/s. En un cruce de calles con un suelo muy resbaladizo, choca con otro auto de masa 1 600 kg, que se movía en dirección este con una velocidad de 10 m/s. A consecuencia del choque, los autos se traban y siguen moviéndose unidos. Determina la dirección, el sentido y el valor de la velocidad de ambos autos después del choque.

10. Una bola de billar va al encuentro de otra de igual masa, moviéndose sobre una superficie horizontal lisa con una velocidad de 8 m/s. Determina la velocidad con

que se mueve la segunda bola después del choque, si la primera se detiene al chocar.

11. En la figura 2.18 se representan dos bloques A y B cuyas masas son 2 kg y 4 kg respectivamente. El bloque A se mueve por una superficie horizontal antes de chocar con el B. Si después del choque el bloque A rebota con una velocidad de 1 m/s, determina la velocidad del bloque B después del choque.

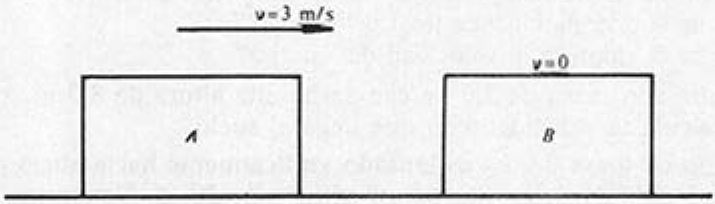


Fig. 2.18

12. Un patinador sobre hielo se encuentra en una pista y tiene cargada una caja de masa 2,0 kg. Calcula la velocidad del patinador al lanzar la caja horizontalmente con una velocidad de 25 m/s, si la masa del patinador es 65 kg.
13. Un vagón de ferrocarril de $3{,}0 \cdot 10^3$ kg se mueve a 10 m/s y empieza a llover (supongamos que la lluvia cae verticalmente). Al cabo de cierto tiempo en el vagón se han depositado 6,0 m³ de agua. ¿Cuál es la velocidad del vagón en ese momento?
14. Un ladrillo de masa 2,0 kg se deja caer sin movimiento horizontal sobre un carrito de 2,0 kg que se mueve sin rozamiento sobre una mesa a 0,40 m/s. ¿Cuál será la variación de la velocidad del carrito?
15. En la figura 2.19 se representa un cuerpo que se mueve sobre una superficie horizontal cuyo coeficiente de fricción dinámico es 0,100. Si el cuerpo se movió a una distancia de 10,0 m, su masa es de 20,0 kg y la fuerza tiene un valor de 100,0 N, calcula:
    a) el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo;
    b) el trabajo de la fuerza resultante;
    c) la variación de energía cinética experimentada por el cuerpo.

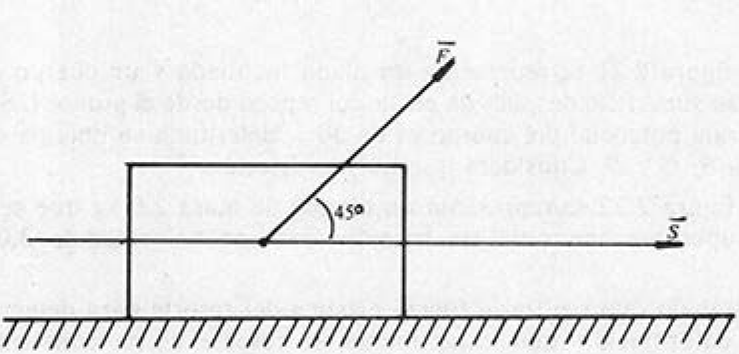


Fig. 2.19

16. Una fuerza de 10 N actúa sobre un patín de ruedas de 2,0 kg, que se encuentra inicialmente en reposo, sobre una mesa sin rozamiento. El patín se desplaza 3,0 m mientras actúa la fuerza.
    a) ¿Qué trabajo ha realizado?
    b) ¿Cuánta energía se trasmite al patín?
    c) ¿Cuál es la velocidad del patín?
17. Una fuerza de 30 N acelera un cuerpo de 2,0 kg desde el reposo, haciéndolo recorrer una distancia de 3,0 m a lo largo de una superficie horizontal sin rozamiento; entonces la fuerza cambia a 15 N y actúa durante otros 2,0 m.
    a) ¿Cuál es la energía cinética final del cuerpo?
    b) ¿Cuál es el valor de la velocidad del cuerpo?
18. Una piedra con masa de 2,0 kg cae desde una altura de 8,0 m con respecto al suelo. Calcula la velocidad con que llega al suelo.
19. Un cuerpo de masa 3,0 kg es lanzado verticalmente hacia abajo con una velocidad de 6 m/s desde lo alto de un edificio de 20 m. Determina la energía cinética con que llega al suelo.
20. El cuerpo de la figura 2.20, de masa 4,0 kg, desciende por una rampa sin fricción y sin velocidad inicial. Determina la velocidad del cuerpo en los puntos *A*, *B* y *C*.

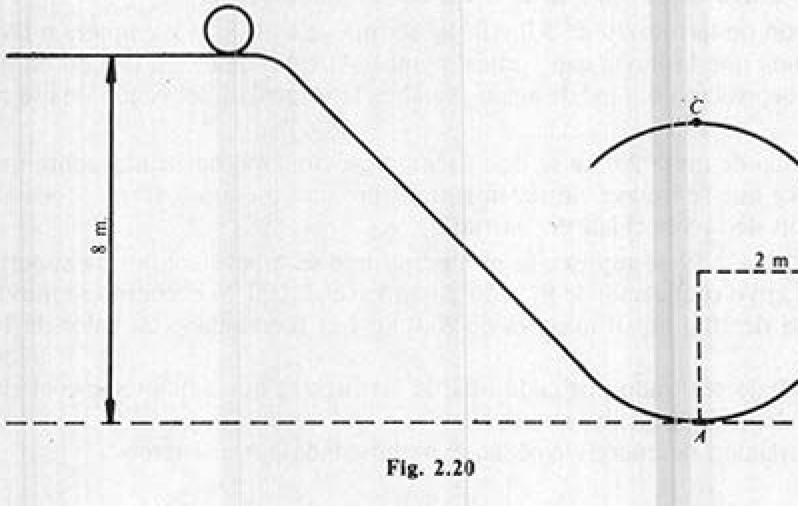


Fig. 2.20

21. En la figura 2.21 se representa un plano inclinado y un cuerpo que se desliza sobre su superficie después de partir del reposo desde el punto *A*. Si en ese punto la energía potencial del cuerpo es de 30 J, determina su energía cinética en los puntos *B*, *C* y *D*. Considera que no hay fricción.
22. En la figura 2.22 se representa un bloque de masa 2,0 kg que se mueve sobre una superficie horizontal sin fricción, con una velocidad de 3,0 m/s. Determina:
    a) el trabajo que realiza la fuerza elástica del resorte para detener al bloque;
    b) la deformación que experimenta el resorte si su constante elástica es 100 N/m y su masa es despreciable.

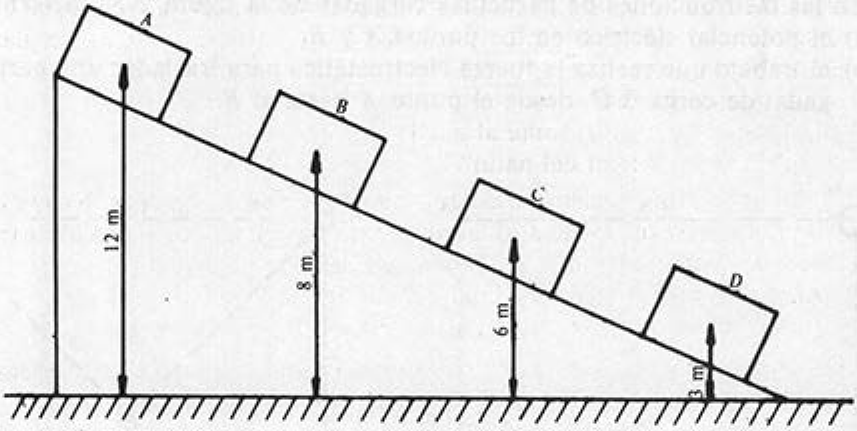


Fig. 2.21

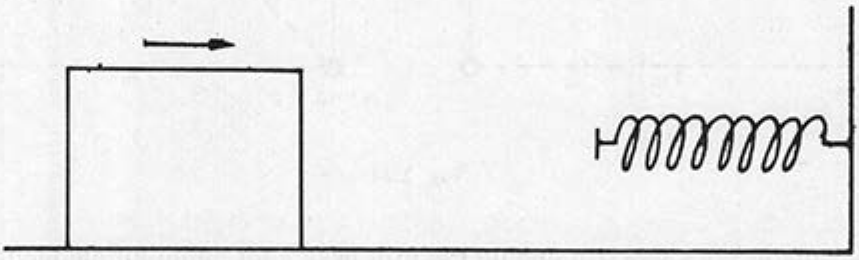


Fig. 2.22

23. En la figura 2.23 se representa un resorte de masa despreciable y constante elástica igual a 200 N/m, que está comprimido 20 cm. En estas condiciones se coloca en el extremo libre del resorte un cuerpo de masa 2 kg y se libera el muelle. Determina la distancia que recorre el bloque respecto a la posición inicial a los 10 s de haberse separado del resorte. Desprecia la fricción con el plano.

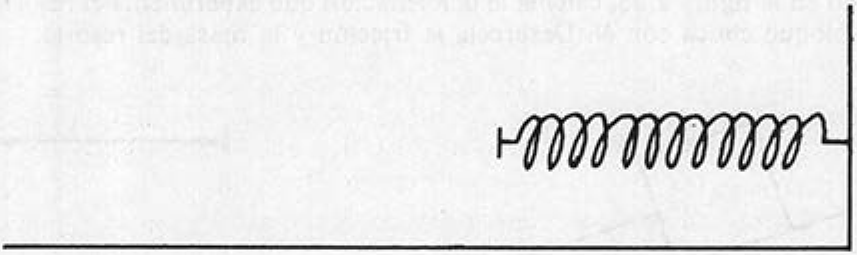


Fig. 2.23

24. ¿Cuál es la energía potencial electrostática de un electrón en un átomo de hidrógeno si su distancia al núcleo es de unos $5 \cdot 10^{-11}$ m?

25. En las distribuciones de partículas cargadas de la figura 2.24, determina:
    a) el potencial eléctrico en los puntos A y B;
    b) el trabajo que realiza la fuerza electrostática para trasladar una partícula cargada, de carga 3 C, desde el punto A hasta el B.

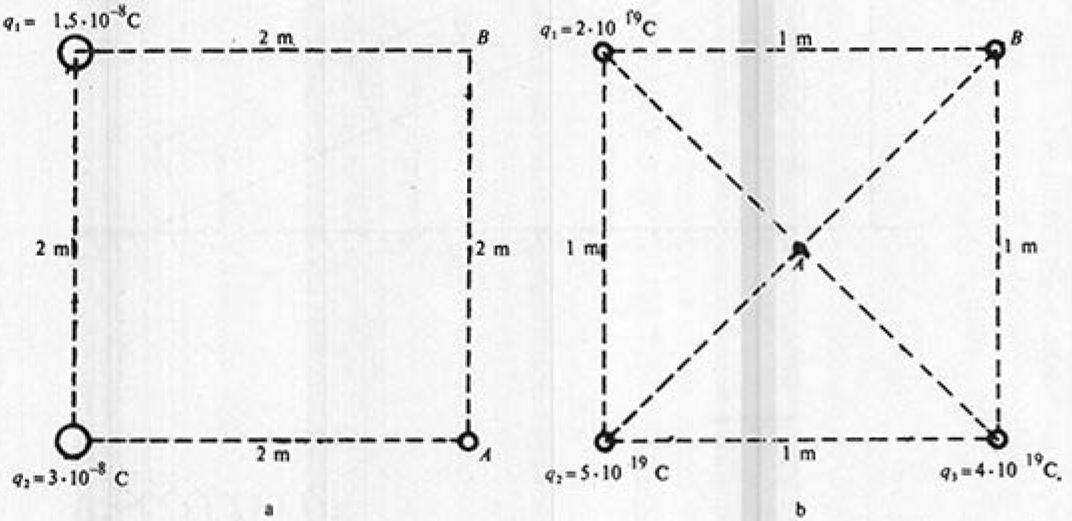


Fig. 2.24

26. Calcula la velocidad con que un electrón llega a un punto infinitamente alejado de otro electrón, si se liberó estando ambos a una distancia de $5{,}0 \cdot 10^{-10}$ m uno del otro.
27. Se tienen dos partículas en reposo, con cargas de $3{,}0 \cdot 10^{-8}$ C y $-5{,}0 \cdot 10^{-8}$ C, separadas una distancia de $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ m en el vacío. Determina la velocidad con que una de ellas llega a un punto situado a $5{,}0 \cdot 10^{-3}$ m, manteniendo la otra fija y considerando que la masa de las partículas es de $4{,}0 \cdot 10^{-4}$ kg. No consideres la interacción gravitatoria.
28. Un resorte tiene una constante $k = 1{,}0 \cdot 10^3$ N/m. Si un bloque A de 0,6 kg parte del reposo desde la parte superior del plano inclinado de altura 50 cm representado en la figura 2.25, calcula la deformación que experimenta el resorte cuando el bloque choca con él. Desprecia la fricción y la masa del resorte.

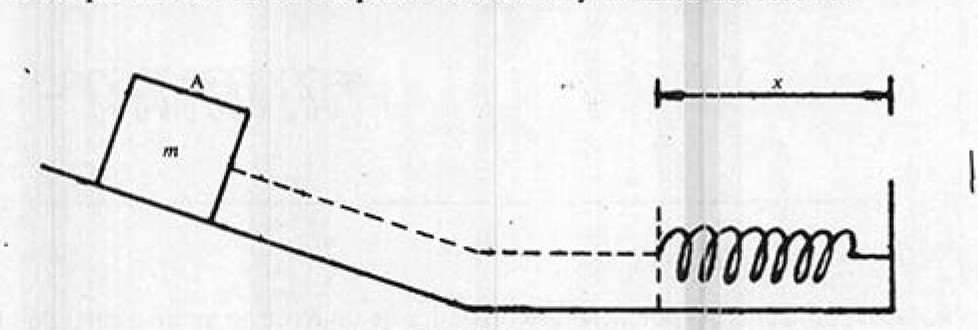


Fig. 2.25

29. En la figura 2.26, un resorte de constante elástica igual a 200 N/m está comprimido 1,0 m. Un cuerpo de masa 2,0 kg, cuya fricción con la superficie es despreciable, está colocado junto al extremo libre del resorte. Calcula:
a) la velocidad con que el cuerpo llega al suelo;
b) la distancia x, medida desde C, a la que el cuerpo choca con el suelo.

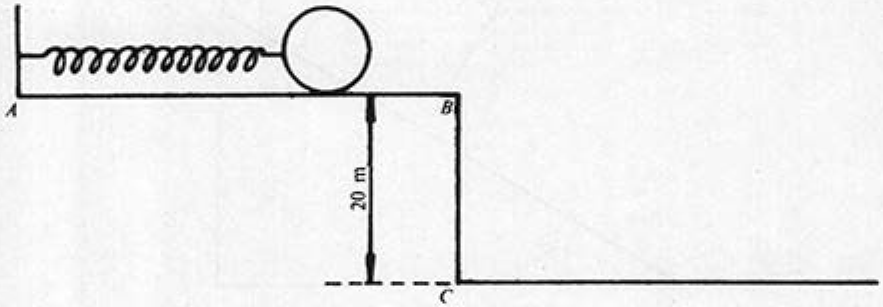


Fig. 2.26

30. El cuerpo A de la figura 2.27, de masa 1,0 kg, se encuentra comprimiendo un resorte de constante elástica 100 N/m una distancia de 50 cm. Si se libera el resorte y se desprecia la fricción, determina:
a) la altura que sube el cuerpo por la rampa;
b) la velocidad del cuerpo cuando ha alcanzado la quinta parte de la altura máxima.

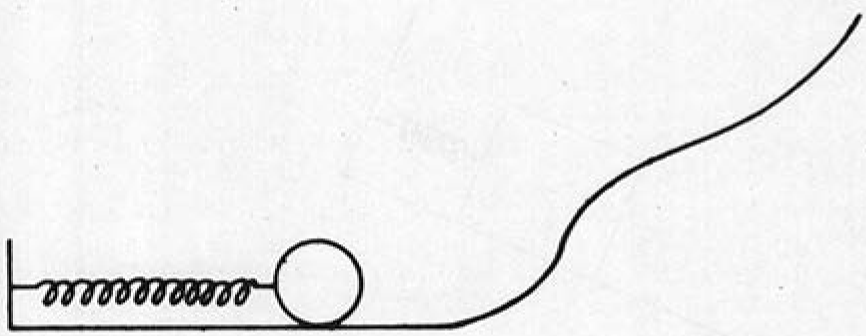


Fig. 2.27

31. Un cuerpo de masa 2,0 kg se encuentra sobre un plano que está inclinado un ángulo de 30° con la horizontal (fig. 2.28). La constante elástica del resorte al que está unido el cuerpo es 100 N/m. Supón la superficie del plano inclinado lisa.
a) Calcula la energía mecánica del cuerpo cuando es llevado hasta una posición $x = 10$ cm, medida a partir de la posición de equilibrio.
b) Si el cuerpo se suelta, determina su velocidad cuando pasa por un punto a 5 cm de la posición de equilibrio.

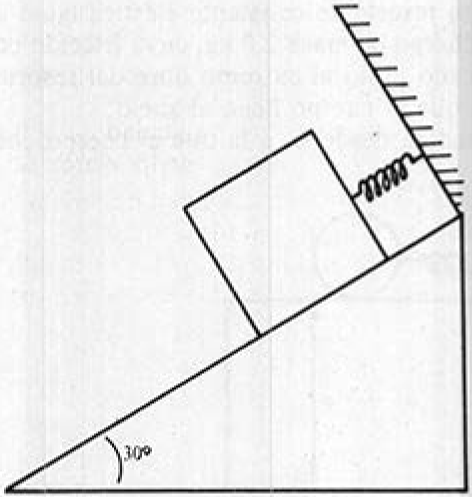


Fig. 2.28

32. En el caso representado en la figura 2.29, se empuja el cuerpo sobre el plano hacia arriba hasta que, en relación con su posición de equilibrio, el muelle de constante elástica k sufre un acortamiento de valor d. En esta posición se suelta el cuerpo. ¿Qué distancia sobre el plano recorrerá el cuerpo antes de pararse si se supone que no existe fricción entre el cuerpo y el plano, y que el muelle está atado al bloque?

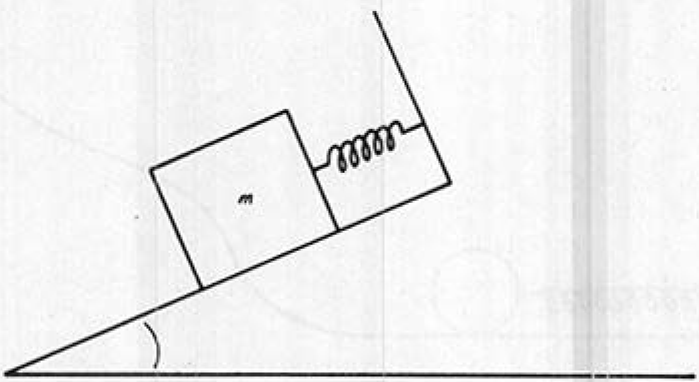


Fig. 2.29

33. Un cuerpo de masa 5,0 kg desciende por un plano inclinado con fricción después de partir del reposo desde una altura de 5,0 m, y llega al suelo con una velocidad de 2,0 m/s. Determina el trabajo de la fuerza de fricción entre el cuerpo y la superficie.
34. Un vagón de carga de $2{,}5 \cdot 10^3$ kg, que se mueve a 3,0 m/s, choca con otro de $30 \cdot 10^3$ kg que avanza a 2,4 m/s en el mismo sentido. Determina:

a) la velocidad resultante después del choque si los vagones quedan enganchados;
b) la energía disipada durante el choque.

35. Una bala de masa 30 g que tiene una velocidad de 500 m/s, penetra 10 cm en un bloque fijo de madera. ¿Qué fuerza media ejerce sobre el bloque?

36. Una bala de rifle de 10 g, con una velocidad de 850 m/s, se detiene en un saco de arena y se observa que ha penetrado 20 cm en la arena.
a) ¿Cuál es el valor de la fuerza media que ha actuado sobre la bala?
b) ¿Cuánto tiempo habrá tardado la bala en detenerse?

37. Un coche de masa $1,0 \cdot 10^3$ kg parte del reposo y empieza a descender una pendiente de 30°. En la parte inferior de la pendiente, que tiene 120 m de longitud, la velocidad del coche es de 90 km/h.
a) ¿Qué energía habrán consumido las fuerzas no conservativas?
b) ¿Cuál debe ser la masa de un cuerpo cuya energía potencial en la parte superior es igual a la energía disipada por el coche?

38. Un cuerpo que tiene una masa de 20 kg se mueve sobre un plano horizontal. Calcula la cantidad de calor disipada por rozamiento con el plano desde el instante en que lleva una velocidad de 5,0 m/s hasta que se detiene.

39. Se coloca un cuerpo sobre un plano inclinado, a una altura de 10,0 m; si el mismo llega a la base del plano con una velocidad de 10,0 m/s y su masa es de 10 kg, calcula la cantidad de calor disipada.

40. Desde qué altura debe caer una masa de cobre para que su temperatura se eleve 3 °C al chocar con el suelo, si el cuerpo absorbe el 40% del calor producido?

41. Un gas ideal absorbe 252 J mientras su volumen aumenta de 300 cm^3 a 800 cm^3 a una presión de $4,0 \cdot 10^5$ P. ¿Cuál es la variación de su energía interna?

42. Halla el trabajo realizado por 1,0 kg de aire al aumentar su temperatura de 0 °C a 1,0 °C a la presión de $1,0133 \cdot 10^{11}$ P, si la densidad normal del aire es 0,0013 g/cm^3.

43. Un recipiente cerrado contiene 10 g de oxígeno a 20 °C. Si su temperatura se eleva hasta 40 °C, halla:
a) el calor absorbido;
b) el trabajo realizado;
c) la variación de energía interna que experimenta el O_2.

44. Una masa de 2,8 g de nitrógeno que está a 27 °C y a presión normal, se calienta manteniendo constante la presión, hasta que su volumen se duplica. Halla:
a) el calor absorbido;
b) el trabajo realizado;
c) la variación de su energía interna.

Capítulo 3
MEDICIÓN DE MAGNITUDES FÍSICAS

El estudio de un conjunto de leyes y teorías durante el curso de Física te ha permitido explicar distintos fenómenos de la naturaleza. Para ello, al realizar observaciones y experimentos has determinado cuantitativamente valores de distintas magnitudes físicas.

La magnitud física es una característica general y particular de los fenómenos y objetos del mundo material. Es general desde el punto de vista cualitativo, pues caracteriza a los objetos y fenómenos; pero, simultáneamente, desde el punto de vista cuantitativo es particular, porque permite diferenciar entre sí a dichos objetos y fenómenos.

Medir una magnitud física significa determinar experimentalmente su valor, y esto se hace comparando dicha magnitud con otra de la misma especie que se toma como referencia y que se denomina patrón.

En Física, según el Sistema Internacional de Unidades (SI) las magnitudes se clasifican en fundamentales y derivadas.

Son *magnitudes físicas fundamentales* la longitud, la masa, el tiempo, la temperatura, la intensidad de la corriente eléctrica, la cantidad de sustancia y la intensidad luminosa. En función de estas se expresan las restantes magnitudes, que reciben el nombre de *magnitudes derivadas.*

Las mediciones de las magnitudes físicas se realizan en la práctica mediante la utilización de instrumentos de medición.

Las magnitudes físicas se pueden medir directa e indirectamente.

Se denomina *medición directa* de una magnitud física a aquella que se obtiene directamente a partir de la información que brinda el instrumento de medición. No obstante, en la práctica diaria el valor de un gran número de magnitudes físicas no se determina mediante mediciones directas, sino como resultado de operaciones matemáticas realizadas a partir de expresiones que relacionan las magnitudes a determinar con otras que han sido obtenidas directamente, entonces decimos que la magnitud física en cuestión se ha medido *indirectamente.*

TRABAJO DE LABORATORIO 1 Errores en las mediciones

Durante la medición de cualquier magnitud física el resultado de la medición no coincide exactamente con el valor verdadero. Esta diferencia puede estar dada por imperfección del instrumento de medición, error del experimentador en la lectura de los instrumentos, influencia de factores externos sobre el proceso de medición, el método empleado, etcétera.

El objetivo principal de medir una magnitud física consiste en determinar un valor aproximado de esta lo más cercano posible a su valor verdadero. Lo anterior condiciona que el error cometido durante el proceso de medición alcance el mínimo valor posible.

Por ello, durante la planificación de un experimento en el que intervengan mediciones de magnitudes físicas, resulta imprescindible, junto a la elección del método e instrumental que se va a utilizar, tener muy presente la evaluación inicial de los límites de los errores de las mediciones. Ello nos permitirá determinar qué métodos e instrumentos de medición son los más apropiados para que los límites de los errores de medición sean los mínimos.

Para caracterizar los límites de los errores de las mediciones se precisa conocer qué se entiende por error absoluto y relativo de una medición.

La diferencia entre el resultado de la medición de una magnitud y su valor verdadero se denomina *error absoluto de la medición* (δ), y se determina por la expresión:

$$\delta = |x - a| \tag{3.1}$$

donde x es el resultado de la medición y a el valor verdadero de la magnitud.

El error absoluto nos da la exactitud de la medición realizada, pero no brinda información de la calidad o precisión de la medición. Para caracterizar la calidad se utiliza el error relativo.

Se denomina *error relativo de la medición* (ε) a la relación entre el error absoluto y el valor verdadero de la magnitud medida:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{|a|} \tag{3.2}$$

El error relativo se puede expresar en porcentaje, es decir:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{|a|} \cdot 100\% \tag{3.3}$$

En realidad, durante el proceso de medición lo que se hace es valorar los límites de los errores absoluto y relativo de la medición, no determinar los propios errores absoluto y relativo, pues para ello sería necesario conocer el valor exacto a de la medición.

O sea, cuando determinamos el límite del error absoluto (Δ), en realidad lo que estamos precisando es el rango en el que se encuentra el valor verdadero (a) de la magnitud.

Por ejemplo, si realizamos una medición de una determinada longitud con una regla graduada y se obtiene como resultado de la medición $x = 75{,}2$ cm, el valor verdadero a de la magnitud se encuentra en un intervalo comprendido entre:

$$75{,}2 \text{ cm} - \Delta < a < 75{,}2 \text{ cm} + \Delta$$

El límite de error absoluto (Δ) se calcula si se conocen los límites de los errores sistemáticos (Δ_s) y accidentales Δ_a), o sea:

$$\Delta = \Delta_s + \Delta_a \tag{3.4}$$

Si los resultados de varias mediciones reiteradas de una magnitud no se diferencian prácticamente unos de otros, se puede concluir que en este caso los errores accidentales son muy pequeños y se pueden despreciar. Entonces el límite del error absoluto de la medición se puede considerar igual al límite de los errores sistemáticos, y la ecuación 3.4 adopta la forma:

$$\Delta = \Delta_s \tag{3.5}$$

El límite del error sistemático está compuesto a su vez por el límite de los errores instrumentales (Δ_i), del error del método empleado (Δ_m) y del error de lectura (Δ_l). Por lo tanto, la ecuación 3.5 puede escribirse como:

$$\Delta = \Delta_i + \Delta_m + \Delta_l \tag{3.6}$$

El límite del error relativo (ε) de la medición se calcula mediante la expresión:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{x} \tag{3.7}$$

que expresado en porcentaje es:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{|x|}\ 100\% \tag{3.8}$$

En ocasiones, al trabajar con un instrumento de medición, se conoce por sus datos el límite de error relativo que se comete al trabajar con él; luego, a partir de la fórmula 3.8 se puede calcular el límite del error absoluto Δ:

$$\Delta = \varepsilon |x| \tag{3.9}$$

Ahora, ¿cómo determinar los límites de los errores que permiten calcular el límite del error absoluto?
Comencemos por el error instrumental.

Límites de los errores absolutos instrumentales (Δ_i)

Durante el trabajo experimental con los instrumentos de medición, resulta posible predecir el límite del error absoluto instrumental (Δ_i) que se comete.

En ocasiones, el error instrumental puede determinarse a partir de especificaciones que brindan los propios instrumentos. Tal es el caso de los instrumentos de mediciones eléctricas, que especifican el grado de exactitud que pueden tener: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 2,5; 4,0; etc. El grado de exactitud del instrumento representa el valor máximo permisible del error instrumental relativo, o el límite del error instrumental relativo ε, expresado en porcentaje, para una desviación de la aguja a toda la escala. Por ejemplo, si durante la utilización de un amperímetro con un grado de exactitud 0,1 y una escala de 1 A, el límite del error instrumental relativo (ε_i) que se comete, es igual a 0,1 o 0,001, entonces:

$$\varepsilon_i = 0{,}001$$

De aquí, el límite del error absoluto instrumental (Δ_i) en este ejemplo, a partir de la expresión 3.10, es igual a:

$$\Delta_i = \varepsilon_i \cdot x$$

donde x es la máxima indicación de la escala. Entonces:

$$\Delta_i = I\varepsilon_i = 1\ \text{A} \cdot 0{,}001 = 10^{-3}\ \text{A}$$

Cuando no se conocen las especificaciones, generalmente se puede usar como límite del error del instrumento la menor división de la escala (fig. 3.1).

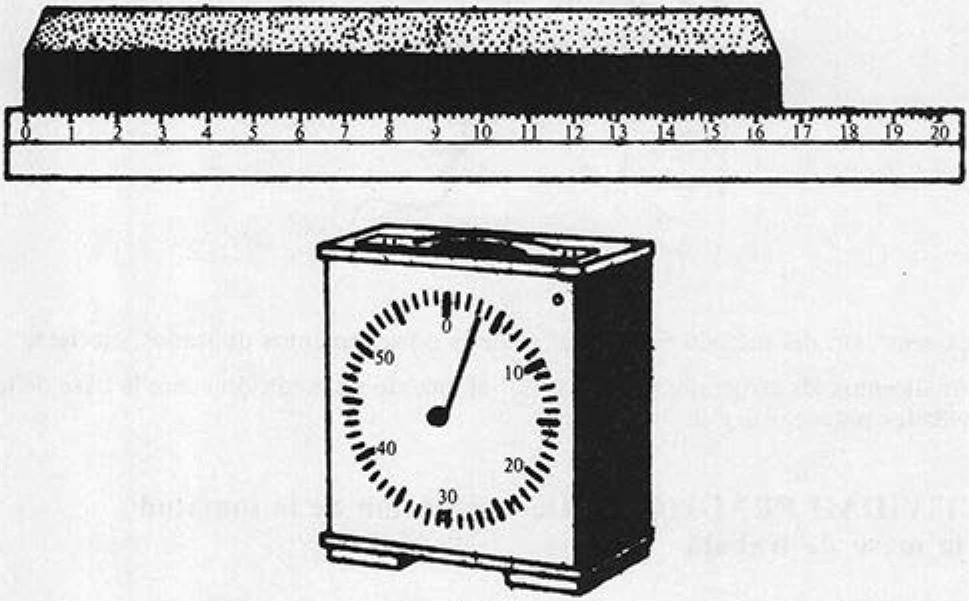


Fig. 3.1

Este también puede ser el caso cuando se trabaja con instrumentos de acción discreta, como los cronómetros, cuyas agujas no se mueven continuamente, sino a saltos, de una división a otra de la escala. Esta acción discreta condiciona el límite de error instrumental en estos instrumentos.

Límites de los errores absolutos de lectura (Δ_l)

Durante la lectura de las escalas de los instrumentos de medición se introducen en ocasiones errores motivados por una mala colocación del ojo del experimentador con relación a la escala del instrumento. Este tipo de error recibe el nombre de error de paralaje.

Si el experimentador tiene habilidades experimentales, estos errores pueden ser eliminados y, como consecuencia, se puede considerar que el error introducido se debe a la apreciación del investigador cuando el indicador no coincide con una división de la escala. Se toma entonces como error de lectura la mitad de la menor división de la escala (fig. 3.2).

Límite de los errores absolutos de métodos (Δ_m)

Durante las mediciones de una magnitud dada, el experimentador puede cometer errores de métodos condicionados por dos causas fundamentales:

a) El propio experimentador, por ejemplo, durante el trabajo con los instrumentos de medición del tiempo, comete un error que está dado por el método de medición, y que consiste en el atraso o adelanto del instante de poner en funcionamiento o detener el instrumento. Este error del experimentador se encuentra habitualmente entre los límites de 0,1-0,2 segundos.

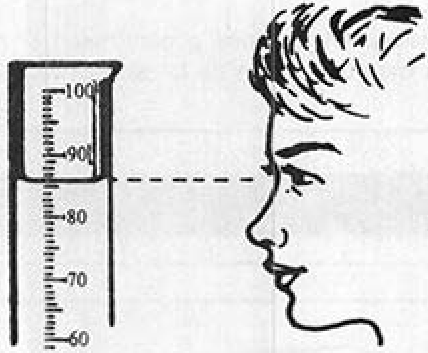


Fig. 3.2

b) La selección del método empleado, equipos e instrumentos utilizados, etcétera.

Analicemos los errores ocasionados por el método de medición sobre la base de las actividades prácticas 1 y 2.

ACTIVIDAD PRÁCTICA 1. Determinación de la longitud de la mesa de trabajo

Instrumentos y materiales: cinta métrica, regla graduada de 30 cm.

Indicaciones para el trabajo:

1. Mide la longitud de la mesa utilizando para ello la cinta métrica y la regla graduada. Anota los resultados en la tabla 3.1.
2. Compara los dos valores de longitud obtenidos. ¿Por qué son distintos? ¿Introducen ambos métodos igual error en la medición?

Al analizar el proceso de medición, comprobamos que con ambos instrumentos no se introduce el mismo error.

En el primer caso, al medir la longitud de la mesa con la cinta métrica se realiza una medición directa y única (la longitud de la cinta es mayor que la de la mesa), por lo que el error de método condicionado por el instrumento se puede considerar equivalente a cero ($\Delta_m = 0$). El límite de error absoluto Δ será, de acuerdo con 3.6:

$$\Delta = \Delta_i + \Delta_l$$

Para una cinta métrica $\Delta_i = 1$ cm, pues esta es su menor división, y $\Delta_l = 0{,}5$ cm (en el caso de un investigador experimentado), luego $\Delta = 1{,}5$ cm.

Al realizar la medición de la longitud de la mesa con la regla graduada se comete un error de método, pues la longitud de la regla es menor que la de la mesa y, por lo tanto, no se puede medir directamente con una sola medición; hay que realizar una serie de mediciones sucesivas. Cada vez que se realice una medición con la regla, es necesario marcar su longitud con un punto sobre la superficie de la mesa. Para medir la longitud total es necesario realizar n marcas y, por tanto, se cometerá un error total de método igual a:

$$\Delta = n\ (\Delta_i + \Delta_l)$$

donde n es el número de marcas y Δ_i y Δ_l son los límites de los errores absoluto y relativo respectivamente.

Como $\Delta = \Delta_i + \Delta_l + \Delta_m$, el límite del error absoluto que se cometa al medir con la regla será:

$$\Delta = \Delta_i + \Delta_l + n(\Delta_i + \Delta_l)$$

Para el caso de la regla, $\Delta_i = 1$ mm, $\Delta_l = 0{,}5$ mm. Luego.

$$\Delta = 1 \text{ mm} + 0{,}5 \text{ mm} + n(1 \text{ mm} + 0{,}5 \text{ mm})$$

$$\Delta = 1{,}5 \text{ mm} + n(1{,}5 \text{ mm})$$

Tabla 3.1

	l	Δ_i	Δ_l	Δ_m	Δ
cinta métrica		1 cm	0,5 cm	0	1,5 cm
regla graduada		1 mm	0,5 mm	1,5 mm	1,5 mm + n(1,5 mm)

Podemos arribar entonces a la conclusión de que los instrumentos de medición elegidos influyen en el error de método cometido.

Tarea complementaria

Valora los límites del error absoluto de la medición de la longitud de una habitación utilizando una cinta métrica y una regla graduada de 30 cm. Explica los resultados.

ACTIVIDAD PRÁCTICA 2. Determinación de la resistencia de un conductor

Instrumentos y materiales: fuente de corriente directa; conductores; resistor con resistencia de valor desconocido; amperímetro de corriente directa; voltímetro de corriente directa.

Indicaciones para el trabajo:

1. Monta un circuito como el representado en la figura 3.3.
2. Anota las lecturas del voltímetro y el amperímetro en la tabla 3.2.
3. Determina el valor de la resistencia R_x.
4. Monta con los mismos elementos un circuito como el mostrado en la figura 3.4.
5. Anota las lecturas del voltímetro y el amperímetro en la tabla 3.2.
6. Determina el valor de la resistencia R_x.
7. Compara los dos valores de la resistencia obtenidos.¿Por qué son distintos?, ¿introducen ambos métodos error de medición?

Tabla 3.2

Método	*U*	*I*	R_x
No. 1 (fig. 3.3)			
No. 2 (fig. 3.4)			

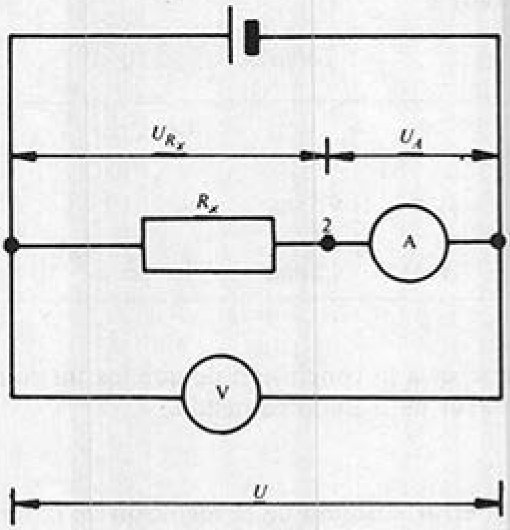


Fig. 3.3

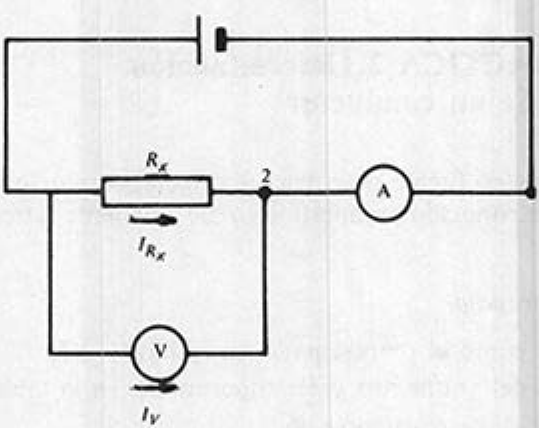


Fig. 3.4

Los errores condicionados por el método de medición se hacen más notorios durante las mediciones eléctricas que precisan la utilización simultánea de voltímetros y amperímetros. Durante estas mediciones pueden aparecer algunas dificultades de principio, relacionadas con la influencia mutua entre el voltímetro y el amperímetro al conectarse a la vez en el circuito eléctrico.

En el primer caso (fig. 3.3) el error del método está condicionado por el error del método de medición de la tensión, ya que el voltímetro no mide la tensión del resistor R_x solamente, sino la de la porción del circuito donde están conectados en serie el resistor y el amperímetro.

En el segundo caso (fig. 3.4) el error del método es debido al error ocasionado por la medición de la intensidad de la corriente, pues el amperímetro mide la suma de las corrientes que circulan a través del voltímetro y el resistor.

El error del método de medición se puede eliminar mediante correcciones realizadas en base a cálculos o experimentos adicionales donde se determina el error del método. Por ejemplo, si se conoce el valor de la resistencia interna del amperímetro, R_A, se puede utilizar el esquema de la figura 3.3 y realizar la corrección a partir de:

$$R_x = \frac{U_{Rx}}{I}$$

pero $U_{Rx} = U - U_A$ y

$$R_x = \frac{U - U_A}{I}$$

$$R_x = \frac{U}{I} \; \frac{U_A}{I}$$

Como $\frac{U_A}{I}$ es R_A, se obtiene:

$$R_x = \frac{U}{I} - R_A$$

Si se conoce el valor de la resistencia interna del voltímetro R_v se puede utilizar el esquema de la figura 3.4 y realizar la corrección como:

$$R_x = \frac{U}{I_{R_x}}$$

pero $I_{R_x} = I - I_v$ luego:

$$R_x = \frac{U}{I - I_v}$$

Como $I_v = \frac{U}{R_v}$,

entonces:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}}$$

Si no se conocen los valores de las resistencias internas del voltímetro R_v y del amperímetro R_A, se puede verificar en la práctica con cuál de los métodos utilizados se comete un error despreciable. Para ello, es suficiente valorar durante la utilización del primer método en cuestión, si aparecen o no variaciones sustanciales de las indicaciones en el voltímetro al cambiar una de sus terminales del punto 1 al punto 2 (fig. 3.3). Si la variación de la lectura es considerable, ello nos indica que la caída de tensión en el amperímetro no es despreciable.

Al utilizar el esquema de la figura 3.4, es necesario verificar si son notables las variaciones de las indicaciones del amperímetro cuando se desconecta el voltímetro. Si son apreciables, no será despreciable la corriente que circula por el voltímetro.

ACTIVIDAD PRÁCTICA 3. Determinación de los límites de los errores de las mediciones indirectas

Como ya vimos anteriormente, en la práctica diaria es necesario medir el valor de muchas magnitudes físicas indirectamente, a partir de expresiones que relacionan dichas magnitudes con otras que pueden ser medidas directamente. ¿Cómo se determinan los límites del error relativo y absoluto en las mediciones indirectas?

Para el procesamiento de los datos obtenidos experimentalmente, existen reglas matemáticas que permiten calcular el límite del error relativo de una magnitud física que haya sido determinada experimentalmente.

En la tabla 3.3 se presentan algunas de las relaciones matemáticas más usadas en la física para la determinación de magnitudes físicas indirectas a partir de mediciones directas.

Tabla 3.3

No.	*Fórmula*	*Límite del error relativo (E)*
1	$Z = X + Y$	$\varepsilon_z = \dfrac{\Delta X + \Delta Y}{X + Y}$
2	$Z = X - Y$	$\varepsilon_z = \dfrac{\Delta X + \Delta Y}{X - Y}$
3	$Z = X \cdot Y$	$\varepsilon_z = \dfrac{\Delta X}{X} + \dfrac{\Delta Y}{Y}$
4	$Z = \dfrac{X}{Y}$	$\varepsilon_z = \dfrac{\Delta X}{X} + \dfrac{\Delta Y}{Y}$
5	$Z = X^n$	$\varepsilon_z = \dfrac{\lvert n\rvert \, \Delta X}{X}$
6	$Z = k\, X^m t^n$	$\varepsilon_z = \lvert m\rvert \dfrac{\Delta X}{X} + \lvert n\rvert \dfrac{\Delta t}{t}$

X, Y: magnitudes medidas directamente
Z: magnitudes a determinar indirectamente
k: número exacto (1,2,3...etc.) sin errores
m, n: números naturales

Demostremos, en calidad de ejemplo, la expresión 1.

Llamémosle X y Y a las magnitudes físicas que son medidas directamente, y Z a la magnitud física determinada indirectamente. ΔX, ΔY y ΔZ serán los límites de los errores absolutos de X, Y y Z respectivamente. Así, a partir de la expresión:

$$X = X' \pm \Delta X$$

$$Y = Y' \pm \Delta Y$$

$$Z = Z' \pm \Delta Z$$

donde X', Y' y Z' son los valores que se obtienen de las mediciones directas de X y Y, y de la medición indirecta de Z.

$$Z' \pm \Delta Z = X' \pm \Delta X + Y' \pm \Delta Y$$

$$Z' + \Delta Z = (X' + Y') \pm (\Delta X + \Delta Y)$$

pero $Z' = X' + Y'$

$$\Delta Z = \Delta X + \Delta Y$$

Un razonamiento análogo permite demostrar las restantes expresiones.

Analicemos, mediante la determinación del área de un bloque rectangular, la forma de trabajar con la tabla 3.3.

Instrumentos y materiales: regla graduada; bloque de madera.

Indicaciones para el trabajo:

1. Mide con la regla graduada el largo y el ancho del bloque de madera. Anota los resultados en la tabla 3.4.
2. Calcula el área del bloque de madera.
3. Evalúa el límite de los errores absoluto y relativo cometidos durante las mediciones.

Tabla 3.4

l	a	A	Δl	Δa	ε_a	ε_l	ΔA

La ecuación para determinar el área del bloque es:

$$A = l \cdot a$$

donde l y a son el largo y el ancho respectivamente.

El límite del error relativo, según la tabla 3.3 se calcula por una expresión similar a la 3, o sea:

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}$$

Ahora, ¿cómo calcular Δl y Δa?

Sabemos que el límite del error absoluto Δ de cualquier magnitud medida, según la ecuación 3.6, es igual a la suma de los límites de los errores absolutos instrumental, de lectura y de método, o sea:

$$\Delta = \Delta_i + \Delta_l + \Delta_m$$

En nuestro caso, al trabajar con una regla graduada de 30 cm y medir la longitud l y el ancho a:

$$\Delta_i = 1 \text{ mm}$$

$$\Delta_l = 0{,}5 \text{ mm}$$

$$\Delta_m = 0$$

luego:

$$\Delta = \Delta_i + \Delta_l$$

$$\Delta = 1 \text{ mm} + 0{,}5 \text{ mm}$$

$$\Delta = 1{,}5 \text{ mm}$$

Lo anterior es válido para las mediciones de l y de a, entonces:

$$\Delta l = \Delta a = 1{,}5 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_A = \frac{\Delta_A}{A} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} = \frac{1{,}5 \text{ mm}}{l} + \frac{1{,}5 \text{ mm}}{a}$$

y el límite del error absoluto ΔA, a partir de la expresión 3.10 es:

$$\varepsilon_A A = \Delta A$$

$$\Delta A = \left(\frac{1{,}5 \text{ mm}}{l} + \frac{1{,}5 \text{ mm}}{a}\right) l \cdot a$$

Sustituye los valores obtenidos de l y a, y determina los límites de los errores relativo (ε) y absoluto (Δ) de las mediciones.

TRABAJO DE LABORATORIO 2 Medición de longitud, tiempo y velocidad

Medición de longitud

La longitud es una de las magnitudes físicas fundamentales en el SI. Las mediciones de la longitud se realizan, generalmente, de forma directa.

La medición de una longitud se realiza comparándola con otra tomada como patrón. En el SI se toma como unidad patrón de la longitud el *metro* (m). Un metro es la distancia que recorre la luz en el vacío en 1 229 792 458 s.

La comparación de una longitud con el metro patrón se puede realizar mediante una regla graduada, una cinta de medición, un pie de rey, etcétera.

Medición del tiempo

El tiempo, al igual que la longitud, es una de las magnitudes físicas fundamentales en el SI.

La medición de la magnitud tiempo se realiza de forma directa mediante equipos e instrumentos mecánicos o electrónicos, capaces de comparar el intervalo de tiempo a medir con la unidad patrón de medición de tiempo.

En el SI la unidad de tiempo se expresa en *segundo* (s). Un segundo es igual a 9 172 631 770 veces el período de radiación del átomo de cesio (Cs).

Los instrumentos más comunes de medición del tiempo son los cronómetros y relojes pulseras, analógicos o digitales, aunque también se utilizan en la técnica y la ciencia instrumentos más sofisticados, como es el caso de los contadores electrónicos y digitales.

Medición de la velocidad

La velocidad de un cuerpo, a diferencia de la longitud y el tiempo, es una magnitud física derivada.

La velocidad es una magnitud física vectorial que caracteriza la rapidez con que varía la posición de un cuerpo en el transcurso del tiempo.

La determinación de la velocidad de un cuerpo que se mueve con movimiento rectilíneo uniforme se efectúa midiendo el desplazamiento (Δs) recorrido por el cuerpo y el tiempo (Δt) transcurrido en ese desplazamiento:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{3.11}$$

Durante un movimiento uniforme, el desplazamiento y el tiempo se pueden elegir libremente.

La expresión 3.11 permite calcular la velocidad de forma indirecta. En la técnica y la vida diaria, para medir la velocidad se utilizan instrumentos denominados velocímetros.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivo:

Determinar la velocidad de un peatón que se mueve con movimiento aproximadamente rectilíneo uniforme.

Instrumentos y materiales: cinta métrica; cronómetro, reloj pulsera o contador digital.

Indicaciones para el trabajo:

1. Mide la distancia *(s)* entre dos puntos del aula, laboratorio, pasillo, etc. Anota el resultado en la tabla 3.5.
2. Determina el tiempo que demora un compañero en recorrer, con movimiento rectilíneo aproximadamente uniforme, la distancia *s*. Anota el resultado de la medición en la tabla 3.5.
3. Calcula a partir de los datos obtenidos la velocidad del movimiento.
4. Evalúa los límites de los errores absoluto de las mediciones realizadas del desplazamiento y el tiempo.

Tabla 3.5

s	t	v	Δs	Δt

Tarea complementaria

5. Evalúa los límites de los errores relativos de las mediciones realizadas. Refleja tus resultados en la tabla 3.6.
6. Evalúa el límite del error absoluto Δv.

Tabla 3.6

ε_s	ε_t	ε_v	Δv

TRABAJO DE LABORATORIO 3 Medición de masa, fuerza y aceleración

Medición de masa

La masa es una de las magnitudes físicas fundamentales del SI.

La masa de un cuerpo es la magnitud física escalar que expresa su inercialidad, y se determina por la relación entre la aceleración del cuerpo patrón y la aceleración del cuerpo objeto de estudio, durante la interacción.

En el SI se adopta como unidad de masa patrón el *kilogramo* (kg). Un kilogramo es igual a la masa del prototipo internacional de un kilogramo que se guarda en el Buró Internacional de Pesas y Medidas en Sèvres, Francia.

La importancia especial del concepto masa está condicionada por dos razones: su universalidad y su variedad.

La universalidad de la masa consiste en que todos los objetos materiales se caracterizan por poseer masa. En la naturaleza no existen cuerpos que no tengan masa. Al medir la masa de un cuerpo se determina uno de los más importantes parámetros de la física.

La variedad del concepto masa nos da la posibilidad, al medir la masa de un cuerpo de:

a) conocer una característica cuantitativa de la capacidad que posee el cuerpo de variar su velocidad durante la interacción con otros cuerpos, bajo la acción de cualquier fuerza. Según la segunda ley de Newton, la aceleración de un cuerpo de masa m se determina por:

$$a = \frac{F}{m} \tag{3.12}$$

b) conocer una característica cuantitativa de la capacidad de un cuerpo de interactuar con otros cuerpos mediante fuerzas gravitacionales. Según la ley de gravitación universal, la interacción gravitacional se determina según:

$$F=\frac{G\,m\,M}{R^2} \tag{3.13}$$

c) conocer una característica cuantitativa de la energía total que posee un cuerpo de masa m. Esta energía se determina según:

$$E=mc^2$$
$$\Delta E=\Delta mc^2 \tag{3.14}$$

En cada una de las tres leyes presentadas anteriormente es necesario utilizar un concepto particular de masa: masa inercial, masa gravitacional y masa energética, respectivamente. No obstante, en todas las mediciones es posible utilizar la misma unidad de masa (el kilogramo).

La existencia de estas tres leyes fundamentales de la naturaleza permite, en principio, utilizar tres métodos para la medición de la masa:

1. Comparación de la aceleración que adquiere el cuerpo cuya masa se quiere medir (m_x) con la de un cuerpo de masa conocida m_p, (masa patrón) bajo la influencia de fuerzas iguales:

$$m_x a_x = m_p a_p$$

$$\frac{m_x}{m_p}=\frac{a_p}{a_x}$$

2. Comparación de las fuerzas gravitacionales de atracción del cuerpo a investigar con las fuerzas gravitacionales de la masa patrón. Para iguales fuerzas gravitacionales respecto a la Tierra, las masas del cuerpo y la de la masa patrón son iguales, por lo que:

$$G\,\frac{m_x\,M}{R^2}=G\,\frac{m_p\,M}{R^2}$$

$$m_x=m_p$$

3. Comparación de la energía del cuerpo y comparación de las masas:

$$m_x c^2=m_p c^2$$

$$m_x=m_p$$

En la práctica se utilizan, fundamentalmente, los dos primeros métodos de medición de la masa. El primero, por ejemplo, tiene gran aplicación en astronomía, para el estudio del movimiento de las estrellas, planetas, satélites y otros cuerpos celestes. El segundo método es, prácticamente, el de uso más frecuente; se realiza mediante la utilización de un instrumento de medición que ya hemos estudiado: la balanza.

En principio, existen distintos tipos de balanzas; desde las más sencillas, como son la balanza pesa cartas y la de triple brazo (utilizadas en centros comerciales, educacionales, etc.), hasta balanzas analíticas y electrónicas de alta precisión, utilizadas en la ciencia y la técnica.

El tercer método, basado en la interrelación de la masa con la energía, se utiliza en la física nuclear y en la física de las partículas fundamentales, donde se determina la masa de las partículas en interacción según la energía emitida o absorbida.

Medición de fuerzas

La magnitud fuerza es una magnitud física derivada en el SI. Por esta razón, no existe un patrón único de fuerza con el cual se puedan comparar las fuerzas objeto de medición.

A partir de la segunda ley de Newton se determina la magnitud fuerza.

La fuerza es una magnitud física vectorial. La fuerza que actúa sobre un cuerpo dado es igual al producto de la masa de este por la aceleración que dicha fuerza comunica al cuerpo, es decir:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

En el SI se adopta como unidad de fuerza el *newton* (N).

Un newton es la fuerza que le comunica a un cuerpo de masa un kilogramo una aceleración de 1 m/s^2, en la dirección de la acción de la fuerza.

En la práctica, el instrumento que se utiliza para la medición de fuerzas es el dinamómetro graduado a partir de la fuerza de gravedad.

Medición de la aceleración

La aceleración es una magnitud física derivada. La aceleración de un cuerpo que se mueve con movimiento rectilíneo uniformemente variado es una magnitud física vectorial constante, que caracteriza la variación que experimenta la velocidad del cuerpo en el transcurso del tiempo en que se produce dicha variación.

En el SI la aceleración se expresa en m/s^2.

Si el movimiento es uniformemente variado y la velocidad del cuerpo es igual en cada intervalo de tiempo, entonces para encontrar el módulo de la aceleración de un cuerpo se puede medir el módulo de la variación de su velocidad Δv en el intervalo de tiempo Δt, y encontrar la relación:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (3.15)$$

Si un cuerpo se mueve a partir del reposo con movimiento uniformemente variado, entonces el desplazamiento Δs del cuerpo, el tiempo de movimiento t y la aceleración a están relacionados por la ecuación:

$$\Delta s = \frac{at^2}{2} \qquad (3.16)$$

A partir de esta expresión la aceleración se puede encontrar como:

$$a = \frac{2\Delta s}{t^2} \qquad (3.17)$$

En la técnica, para la medición de la aceleración se utilizan instrumentos llamados acelerómetros.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivos:

1. Calcular la aceleración a con la que se mueve un bloque de madera de masa m por la superficie horizontal de una mesa.
2. Comparar el resultado del cálculo realizado con el del experimento.

Instrumentos y materiales: bloque de madera; balanza; hilos; juego de masas; regla graduada; cronómetro, reloj pulsera o contador digital; polea.

Indicaciones para el trabajo:

1. Determina la masa (m_1) del bloque mediante la balanza.
2. Utilizando el dinamómetro, desplaza el bloque con movimiento uniforme. Determine la fuerza de fricción (f_r).
3. Amarra un hilo al gancho del bloque. Fija en un extremo de la mesa una polea. Pasa el hilo a través de la polea.
4. Utilizando un juego de masas, elige una masa (m_2) tal que, al ser suspendida del hilo, origine en este un movimiento uniforme sobre la superficie de la mesa.
5 Determine con el dinamómetro la fuerza de gravedad que actúa sobre la masa elegida
6 Calcula el valor de la aceleración teórica (a_t) con que se mueve el bloque.
7. Coloca el bloque en un extremo de la mesa. Mide el desplazamiento Δs del bloque hasta la polea. Anota el resultado de la medición en la tabla 3.7.
8. Suspende del hilo una masa similar a la anterior.
9. Suelta el bloque y, al mismo tiempo, pon en funcionamiento el cronómetro. En el momento del choque del bloque con la polea, detén el cronómetro. Escribe en la tabla 3.7 las indicaciones del cronómetro.
10. Según los valores obtenidos del desplazamiento Δs y del tiempo t, calcula la aceleración a_e.
11. Evalúa los límites de los errores absolutos y relativos de las mediciones realizadas.

Tabla 3.7

m_1	f_r	F_g	m_2	a_t	Δs	t	a_e	ε_m	ε_s	ε_t	ε_{f_r}	ε_f

12. Evalúa el límite de los errores absolutos de la aceleración obtenida de experimentalmente. Llena la tablas 3.8.

Tabla 3.8

ε_{a_e}	ε_{a_t}	Δa_e	Δa_t

TRABAJO DE LABORATORIO 4 Medición de la cantidad de movimiento de un cuerpo

La cantidad de movimiento de un cuerpo es igual al producto de la masa m del cuerpo por su velocidad $\vec{v}$. Por lo tanto, es una magnitud física derivada.

La cantidad de movimiento es una magnitud física vectorial, cuya dirección y sentido coincide con el de la velocidad y se representa por la letra $\vec{p}$, entonces:

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

La unidad de cantidad de movimiento de un cuerpo no tiene nombre especial, y se determina a través de unidades de masa y de velocidad. En el SI la unidad de cantidad de movimiento es el kilogramo metro por segundo (kgm/s).

Si se conocen la masa m y la velocidad v del cuerpo, no hay necesidad de realizar mediciones especiales para calcular la cantidad de movimiento (p) de un cuerpo. En este caso se calcula como el producto mv.

No obstante, en física aparecen a menudo casos en los que las mediciones directas de la masa o de la velocidad de un cuerpo (o de ambas) presentan dificultades o resultan imposibles. La información sobre estas magnitudes se puede obtener entonces mediante la medición de la cantidad de movimiento del cuerpo. Una situación así, es característica en muchos experimentos de la física nuclear y la física de las partículas fundamentales, donde se detectan nuevas partículas de masa desconocida. Al medir la cantidad de movimiento y la energía cinética de una partícula se puede determinar posteriormente su masa y su velocidad.

La medición de la cantidad de movimiento de un cuerpo de masa y velocidad desconocidas se puede realizar basándose en el principio de conservación de la cantidad de movimiento. De acuerdo con este principio, en un sistema cerrado de cuerpos la suma de las cantidades de movimiento de los cuerpos, para cualquier interacción entre ellos, se mantiene constante:

$$\sum \vec{p_i} = \text{constante}$$

$$\sum \Delta\vec{p_i} = \vec{0} \tag{3.18}$$

Cuando interactúan dos cuerpos con masas m_1 y m_2, podemos afirmar, basándonos en la ley de conservación de la cantidad de movimiento, que:

$$m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = m_1\vec{V_1} + m_2\vec{V_2} \tag{3.19}$$

donde v_1 y v_2 son las velocidades de los cuerpos antes de la interacción, y V_1 y V_2 son las velocidades de los cuerpos después de la interacción.

Si antes de la interacción el segundo cuerpo está en reposo $(\vec{v_2} = 0)$ y después de la interacción los cuerpos se mueven unidos $(\vec{V_1} = \vec{V_2})$, entonces la ecuación 3.19 toma la forma:

$$m_1\vec{v_1} = (m_1 + m_2)\,\vec{V_2} \tag{3.20}$$

En este caso $\vec{v_1}$ y $\vec{v_2}$ tienen igual dirección y sentido, por lo que la ecuación 3.20 se podrá escribir:

$$m_1v_1 = (m_1 + m_2)V_2 \tag{3.21}$$

A partir de este razonamiento se mide en la práctica, por ejemplo, la cantidad de movimiento de una bala o proyectil disparada por un fusil, una pistola, etc. Para eso, se suspende de dos hilos una caja con arena y se dispara la bala contra esta. La bala se incrusta en la arena y trasmite toda su cantidad de movimiento a la caja, la cual se eleva a una altura h (fig. 3.5).

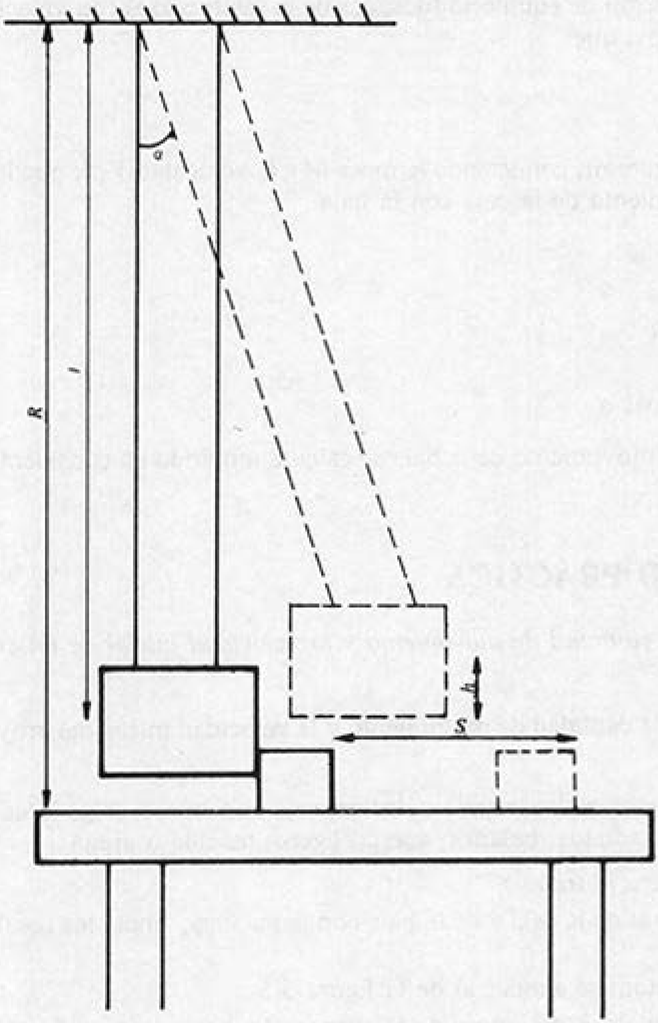


Fig. 3.5

La variación de la energía cinética ΔE_c es igual a la variación de la energía potencial ΔE_p con signo contrario: $\Delta E_c = -\Delta E_p$.

La energía cinética del sistema formado por la caja y la bala es:

$$E_c = \frac{MV_2^2}{2} \tag{3.22}$$

y su energía potencial E_p es:

$$E_p = Mgh \tag{3.23}$$

donde $M = m_1 + m_2$ son las masas de la bala y de la caja con arena respectivamente. Si sobre los cuerpos actúan solamente fuerzas elásticas y gravitacionales, se pone de manifiesto la ley de conservación de la energía mecánica; por eso, cuando la caja se deflecta de la posición de equilibrio (después de la interacción) con velocidad V_2 a una altura h, se cumple que:

$$V_2 = \sqrt{2gh} \tag{3.24}$$

A partir de lo anterior, conociendo la masa M y la velocidad V_2 se puede calcular la cantidad de movimiento de la caja con la bala:

$$p_2 = MV_2$$

$$p_2 = M\sqrt{2gh} \tag{3.25}$$

donde $h = l - l\cos\alpha$

La cantidad de movimiento de la bala se calcula tomando en consideración la ecuación 3.21.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Medición de la cantidad de movimiento y la velocidad inicial de un cuerpo

Objetivo:

Determinar la cantidad de movimiento y la velocidad inicial del proyectil de una pistola balística.

Instrumentos y materiales: pistola balística; caja con hueco colgada de una doble suspensión; regla graduada; balanza; cuerpo ligero; macilla o arena.

Instrucciones para el trabajo:

1. Mide las masas de la caja y de la bala con la balanza; anota los resultados en la tabla 3.9.
2. Realiza un montaje similar al de la figura 3.5.
3. Mide la distancia R del punto de la suspensión hasta la superficie de la mesa, y la distancia l hasta el centro de masa de la caja. Anota los resultados en la tabla 3.9.
4. Dispara la pistola balística contra el hueco de la caja. Nuestro objetivo es determinar la velocidad de la caja y ésta depende de la altura a que ella se eleva; es necesario conocer el ángulo barrido por el hilo que suspende la caja. Se puede considerar que la longitud del arco s es aproximadamente igual a su proyección sobre la superficie de la mesa, siempre que el hilo que se utilice para suspender la caja sea de una longitud grande comparada con el arco barrido por esta. Para medir la longitud de esta proyección se puede instalar en la mesa un objeto ligero (cuerpo B de la figura 3.5) que sería el medidor del desplazamiento.

5. Con los valores de s y R, determina el valor del ángulo α según la ecuación:

$$\alpha = \frac{s}{R} \quad \frac{360^\circ}{2\pi}$$

   Conocido el valor del ángulo α y la distancia l, determina la altura a que se eleva la caja según la ecuación $h = l - l \cos \alpha$. Anota el resultado en la tabla 3.9.
6. Calcula la velocidad de la caja según los valores obtenidos. Anota el resultado en la tabla 3.9.
7. Calcula la cantidad de movimiento p_2 de la caja con el proyectil; $p_2 = M_2 V_2$.
8. Evalúa el límite de los errores absolutos cometidos durante las mediciones. Anota el resultado en la tabla 3.9.

Tabla 3.9

m_c	m_b	R	l	Δs	α	h	p_2	V_2	ε_{m_c}	ε_{m_b}	ε_R	ε_l	ε_s	ε_α	ε_{V_2}	ε_{p_2}

9. Evalúa los límites de los errores relativos cometidos durante las mediciones. Anota los resultados en la tabla 3.9.

TRABAJO DE LABORATORIO 5 Medición del trabajo y de la energía cinética de un cuerpo

La energía cinética (E_c) de un cuerpo es una magnitud física derivada en el SI. En este sistema la unidad de energía cinética es el *joule* (J).

Un joule (J) es el trabajo que realiza una fuerza de 1 N al desplazar el cuerpo 1 m.

Se denomina energía cinética de un cuerpo a la magnitud física derivada igual a 1/2 del producto de la masa del cuerpo por el cuadrado de su velocidad, o sea:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \tag{3.26}$$

Si en un problema concreto son conocidas la masa y la velocidad del cuerpo, entonces no se necesita realizar mediciones específicas para determinar su energía cinética. Sin embargo, en algunas ocasiones algunos de estos parámetros son desconocidos; entonces, para determinar la variación de la energía cinética del cuerpo se utilizan las mediciones del trabajo de las fuerzas que han ocasionado esta variación.

A diferencia del impulso, la energía cinética no es una magnitud física conservativa, es decir, no existe en la naturaleza un principio de conservación de la energía cinética. La energía cinética puede aparecer y desaparecer. No obstante, según el principio de conservación y transformación de la energía, las transformaciones de la energía de un tipo a otro siempre se realizan en términos cuantitativos.

La medición de la energía cinética de un cuerpo se puede realizar mediante el estudio de su proceso de transformación en otro tipo de energía. La transformación de la energía cinética de un cuerpo en otro tipo de energía se efectúa debido a la interacción de este cuerpo con otros cuerpos.

La variación de la energía cinética ΔE_c del cuerpo cuando sobre él actúa una fuerza externa F se denomina trabajo W de esta fuerza:

$$W = \Delta E_c \tag{3.27}$$

La magnitud física trabajo de una fuerza constante, según conoces de cursos anteriores se expresa mediante la ecuación

$$W = F\,\Delta S \cos\alpha \tag{3.28}$$

donde A es el trabajo realizado, F es el módulo de la fuerza aplicada al cuerpo, ΔS es el desplazamiento del cuerpo y α es el ángulo que forma la fuerza con la dirección del desplazamiento. Por lo tanto, la expresión para una fuerza constante se puede escribir:

$$F\,\Delta S \cos\alpha = \Delta E_c \tag{3.29}$$

y como $\Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1}$, entonces:

$$F\,\Delta S \cos\alpha = E_{c_2} - E_{c_1}$$

Pero $E_{c_2} = 0$ porque $v_2 = 0$, entonces:

$$F\,\Delta S \cos\alpha = -E_{c_1} \tag{3.30}$$

Si $\alpha = 180°$ y el vector $\vec{F}$ está en sentido contrario al vector velocidad $\vec{v}$ del cuerpo, entonces el trabajo de la fuerza es igual a:

$$F\,\Delta S \cos\alpha = -F\,\Delta S$$

y la expresión 3.30 adopta la forma:

$$F\,\Delta S = E_{c_1} \tag{3.31}$$

$$F\,\Delta S = \frac{m\,v_1^2}{2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2F\,\Delta S}{m}} \tag{3.32}$$

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivo:

Determinar el valor inicial de la energía de un cuerpo y su velocidad inicial.

Instrumentos y materiales: bloque de madera de masa 1-2 kg; dinamómetro; regla graduada; balanza.

Indicaciones para el trabajo:

1. Coloca el bloque de madera en un extremo de la mesa, de forma tal que un extremo de este sobresalga 2-3 cm respecto al extremo de la mesa.
2. Con la palma de la mano, trasmite al bloque una determinada velocidad inicial a lo largo de la mesa.
3. Mide el trayecto Δs de desplazamiento del bloque. Anota el resultado en la tabla 3.10.

4. Fija al bloque un dinamómetro. Mide la fuerza de rozamiento (f_r) que aparece durante el movimiento uniforme del bloque sobre la mesa.
5. Mide la masa m del bloque. Anota el resultado en la tabla 3.11.
6. Calcula el trabajo de la fuerza de rozamiento, el valor inicial de la energía cinética del bloque y la velocidad inicial.
7. Evalúa los límites de los errores absoluto y relativo cometidos durante las mediciones. Anótalos en la tabla 3.10.

Tabla 3.10

ΔS	F	m	W	ε_s	ε_F	ε_m	$\varepsilon_{E_{c_1}}$	ε_{V_1}

TRABAJO DE LABORATORIO 6 Medición de la presión

La presión es una magnitud física derivada en el SI. Se determina por la relación entre el módulo de la fuerza F de presión normal sobre la superficie y el área de la superficie, S:

$$P = \frac{F}{S}$$

La unidad de presión en el SI se llama *pascal* (Pa).

Un pascal es igual a la presión provocada por una fuerza de 1 N, uniformemente distribuida, sobre una superficie perpendicular a la misma con un área de 1 m^2.

$$1\ \text{Pa} = \frac{1\ \text{N}}{1\ \text{m}^2}$$

La medición de la presión no representa en principio una gran dificultad, porque resultan ser tareas relativamente simples la medición de la fuerza y del área. Sin embargo, a veces en la práctica se presentan dificultades para determinar la presión. Por ejemplo, si se quiere medir la presión del aire, su fuerza de presión no se puede medir con un dinamómetro, una balanza, etc., pues, según la ley de Pascal, el aire presiona igualmente sobre el plato de la balanza tanto por arriba como por abajo y las fuerzas de presión están equilibradas. Para la medición de la fuerza de presión del aire sobre una superficie hay que diseñar un instrumento de medición de forma tal que por uno de sus lados no haya aire. Según este principio está compuesto el barómetro aneroide. La escala del instrumento se gradúa en pascales o en milímetros de la columna de mercurio.

La presión P de una columna de líquido de altura h y densidad ρ es igual a:

$$P = \rho g h$$

Si el líquido en cuestión es mercurio, la presión de una columna de 1 mm de altura es $P \approx 133$ Pa, pues como la densidad del mercurio es aproximadamente igual a $13{,}6 \cdot 10^3$ kg/m^3, entonces

$$P = 13{,}6 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$$

En ocasiones se precisa medir presiones mayores o menores que la presión atmosférica. Para ello se utilizan instrumentos denominados manómetros. Estos pueden ser de líquido o metálicos (fig. 3.6).

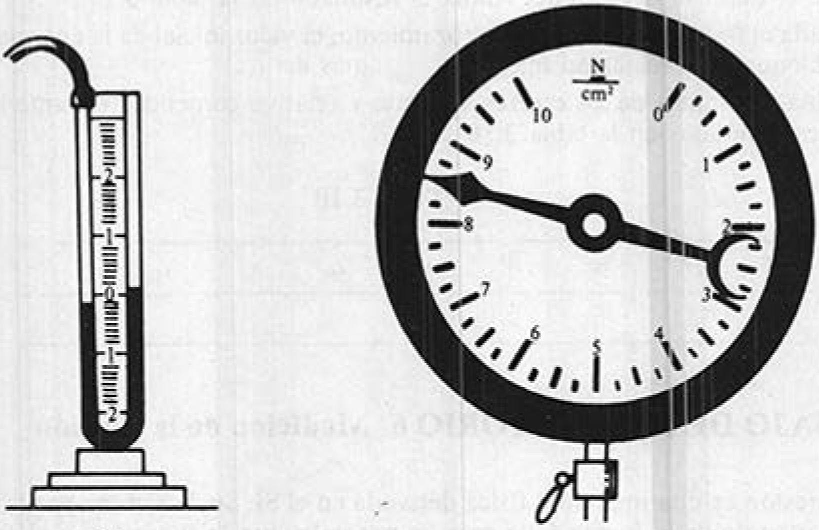


Fig. 3.6

El manómetro de líquido consta de un tubo fino de vidrio doblado en forma de U y abierto en sus extremos, al que se le adiciona una determinada cantidad de líquido. Cuando el manómetro está desconectado, sobre ambas columnas actúa idéntica presión externa, P_0, y el nivel del líquido en ambas ramas es igual. Si en uno de los extremos se coloca una cápsula y ésta se coloca en el recipiente o lugar que se encuentra a una presión P_1 distinta de P_0, entonces los niveles de líquido se desequilibrarán.

La diferencia h entre los niveles de líquido en ambas ramas del manómetro está relacionada con la diferencia de presión ΔP_r por la expresión:

$\Delta P_r = \rho g h$

Conocida la presión atmosférica, P_0, la presión buscada se determina como:

$P_1 = P_0 + \Delta P_r$

Si como sustancia manométrica se utiliza el agua, entonces la diferencia de presiones ΔP_r, en pascal, se puede calcular según la diferencia de los niveles del agua en el manómetro. Si $h = 1$ cm, tendremos que:

$\Delta P_r = 10^3\ \mathrm{kg/m^3} \cdot 9{,}8\ \mathrm{m/s^2} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} \approx 100\ \mathrm{N/m^2} \approx 100\ \mathrm{Pa}$

es decir, 1 cm de la columna de agua en el manómetro es aproximadamente 100 Pa.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivo:

Medir la presión de un gas en el interior de un recipiente.

Instrumentos y materiales: barómetro aneroide; manómetro de líquido (agua); regla graduada; globo o muñeco inflable.

Indicaciones para el trabajo:

1. Infla el globo o muñeco, cierra la entrada de aire.
2. Acopla la entrada de aire con una de las ramas del manómetro (fig. 3.7).
3. Abre la llave y permite la salida del aire.
4. Mide la diferencia de los niveles h del agua en el manómetro, y calcula la diferencia de presión ΔP_r del aire en el interior del globo respecto a la presión atmosférica. Anota el resultado en la tabla 3.11.
5. Determina la presión atmosférica P_0 del aire según las indicaciones del barómetro aneroide, anótalo en la tabla 3.11.
6. Calcula la presión P_1 del aire en el globo:

$$P_1 = P_0 + \Delta P_r$$

7. Evalúa los límites de los errores absolutos y relativos cometidos durante las mediciones. Anótalos en la tabla 3.11.

Tabla 3.11

h	ΔP_r	P_0	P_1	Δh	ε_{h_1}	$\varepsilon_{\Delta P_r}$	ε_{P_1}	$\Delta_{\Delta P}$	Δ_{P_1}

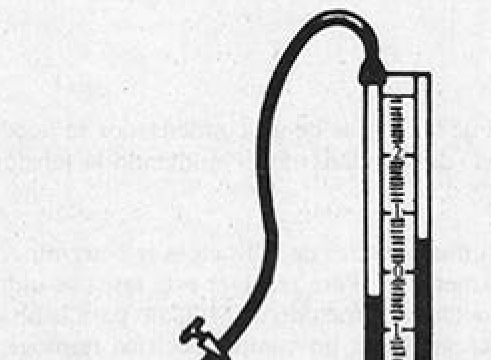


Fig. 3.7

TRABAJO DE LABORATORIO 7 Medición de la carga eléctrica

La carga eléctrica en el SI es una magnitud física derivada. En este sistema la unidad de carga eléctrica es el *coulomb* (C).

Un coulomb es igual a la cantidad de electricidad que pasa en el tiempo de 1 s por una sección transversal de un conductor cuya intensidad de corriente es de 1 A.

La carga eléctrica q puede medirse de varias formas. Uno de los métodos posibles está fundamentado en la medición de la intensidad de la corriente I cuando la carga se traslada de un cuerpo a otro en un tiempo t:

$$q = It$$

Otro método de medición de la carga eléctrica de un cuerpo, consiste en la determinación de la fuerza F_e que actúa sobre este cuerpo en un campo eléctrico cuya tensión se conoce:

$$F_e = q\ E$$

$$q = \frac{F_e}{E}$$

Para la medición de la carga eléctrica de una partícula de masa m y velocidad v conocidas, se pueden utilizar las observaciones de su movimiento en un campo magnético homogéneo con inducción magnética $\vec{B}$. En estas condiciones, el movimiento de la partícula bajo la influencia de la fuerza de Lorentz se realiza por un círculo de radio R, esto es:

$$\frac{m\ v^2}{R} = qvB$$

de donde:

$$q = \frac{mv}{RB}$$

La carga q en una de las placas de un condensador se puede encontrar conociendo la capacidad eléctrica C del condensador y midiendo la tensión entre sus armaduras:

$$q = U\ C$$

Una de las tareas fundamentales de la física es la determinación de la carga eléctrica de las partículas fundamentales. Para resolver esta tarea se utilizan diferentes métodos. Entre ellos el más conocido es el método de Millikan para la observación del movimiento de gotas de aceite cargadas en un campo eléctrico homogéneo.

Históricamente, el método más simple (y el primero utilizado para la medición de la carga eléctrica elemental) está fundamentado en la aplicación del fenómeno de la electrólisis. En este método, al medir la intensidad de la corriente I que circula por el circuito en el tiempo t, se puede calcular la carga eléctrica q transferida por los iones del mismo signo:

$$q = It$$

Para determinar la carga e de un ion es necesario dividir la carga transferida entre el número n de iones. Este número se puede encontrar midiendo la masa m de sustancia liberada, o el volumen V si esta se encuentra en estado gaseoso.

Si en calidad de electrólito se utiliza una solución débil de ácido clorhídrico (HCl), entonces, al circular una corriente eléctrica, se libera en el cátodo hidrógeno y en el ánodo cloro. El hidrógeno gaseoso liberado en el cátodo se puede recoger en un tubo de ensayo o en una probeta graduada, lo que permite medir su volumen V en condiciones de presión normal. Con este valor de volumen se puede encontrar el número N de las moléculas de hidrógeno mediante la proporción conocida:

$$\frac{N_A}{N} = \frac{22{,}4 \text{ dm}^3}{V}$$

$$N = \frac{N_A V}{22{,}4 \text{ dm}^3}$$

donde N_A es el número de Avogadro. Entonces:

$$N = \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot V}{22{,}4 \text{ dm}^3}$$

$$N = \frac{6 \cdot 10^{23} \cdot V \text{ cm}^3}{22{,}4 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3}$$

La molécula de hidrógeno (H_2) está compuesta de dos átomos de hidrógeno. Por lo tanto, el número n de iones de hidrógeno es dos veces mayor que el número N de moléculas de hidrógeno. Luego la carga e de un ion de hidrógeno es igual a:

$$e = \frac{q}{n} = \frac{It}{2N}$$

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivo:

Determinar la carga eléctrica de un ion de hidrógeno.

Instrumentos y materiales: beaker de 1 000 ml con solución débil de ácido clorhídrico (HCl), tubo de ensayos o probeta graduada, fuente de corriente, cables de conexión, miliamperímetro, voltímetro, reostato, cronómetro.

Indicaciones para el trabajo:

1. Llena la probeta graduada hasta su extremo superior con una solución de ácido clorhídrico.
2. Tapa la probeta con una pequeña hoja de papel; inviértela e introdúcela en el beaker con solución de HCl (fig. 3.8).
3. Retira la hoja de papel. Desde el borde negativo de la fuente, coloca dentro de la probeta un conductor cuyo extremo no debe estar aislado, y desde el borne positivo introduce en el beaker un segundo conductor (fig. 3.9).
4. Conecta la fuente de corriente. Regula la tensión en sus terminales hasta que la intensidad de la corriente en el circuito sea igual a 50-100 mA. Pon en marcha el cronómetro. Anota el valor de la intensidad de la corriente en la tabla 3.12.
5. Observa el proceso de liberación de hidrógeno gaseoso dentro de la probeta. Mantén al mismo nivel la intensidad de la corriente en el circuito. Al obtener un volumen de 10 cm³ en la probeta, detén el cronómetro y determina el tiempo t transcurrido. Anótalo en la tabla 3.12.

6. A partir de los valores de la medición de la intensidad de la corriente I en el circuito del tiempo t y del volumen V de hidrógeno liberado, calcula la carga e de un ión de hidrógeno.
7. Evalúa los límites de los errores absolutos y relativos cometidos durante las mediciones. Anota los resultados en la tabla 3.12.

Tabla 3.12

I (mA)	V (cm³)	N	t (s)	ε_I	ε_V	ε_t	e	ε_e

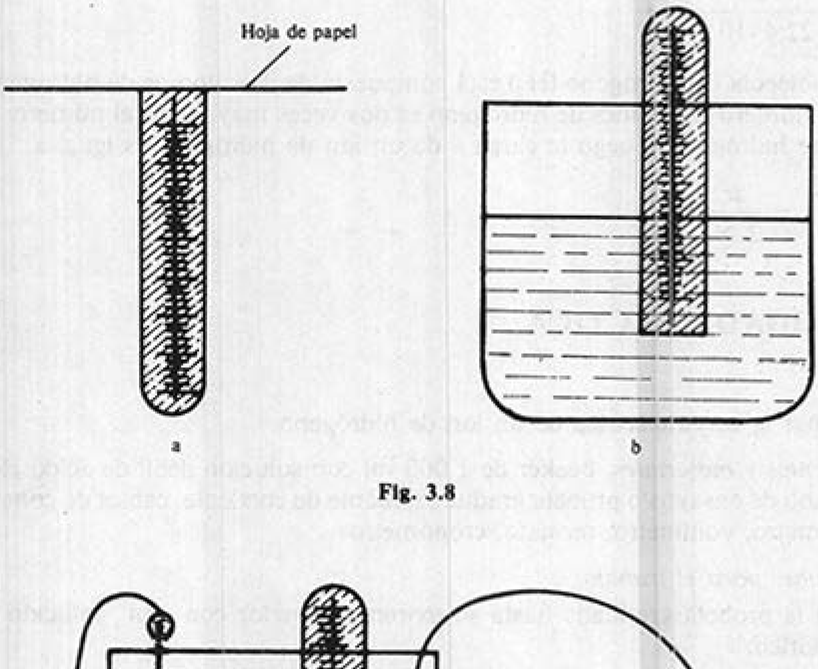


Fig. 3.8

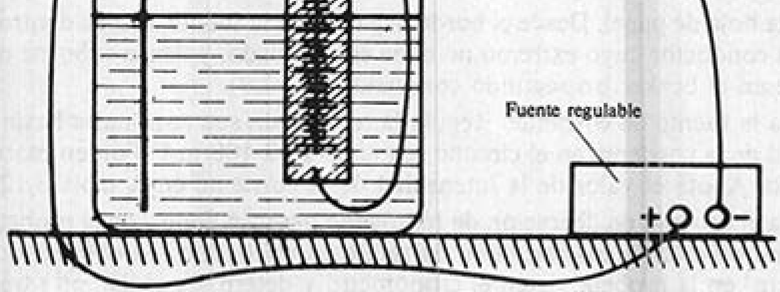


Fig. 3.9

TRABAJO DE LABORATORIO 8 Medición de la intensidad de la corriente, la tensión y la resistencia en un circuito eléctrico

Medición de la intensidad de la corriente

La intensidad de la corriente es una de las magnitudes físicas fundamentales en el SI. La unidad de intensidad de la corriente en este sistema es el *ampere* (A) y se determina a partir de la interacción magnética entre dos conductores con corriente.

Un ampere es la intensidad de corriente constante que, mantenida en dos conductores paralelos, rectilíneos, de longitud infinita, de secciones circulares despreciables y situados a una distancia de 1 m uno del otro en el vacío, produce entre estos conductores una fuerza igual a $2 \cdot 10^{-7}$ N por metro de longitud.

La definición expuesta anteriormente de la unidad de intensidad de la corriente eléctrica no se puede realizar por completo en la práctica. En los patrones reales no se mide la fuerza de la interacción entre dos conductores rectilíneos de longitud infinita, sino la fuerza de interacción entre bobinas circulares con corriente.

Para la medición de la intensidad de la corriente eléctrica se utilizan instrumentos basados en sistemas magneto-eléctricos (amperímetros, galvanómetros, multímetros), que se fundamentan en la aplicación del efecto de la fuerza magnética sobre un conductor con corriente. Esta fuerza magnética recibe el nombre de fuerza de ampere y se expresa por la ecuación:

$$F = BIl \operatorname{sen} \alpha \qquad (3.33)$$

donde B es el módulo del vector inducción magnética, I es la intensidad de la corriente, l es la porción de conductor comprendida dentro del campo magnético y α es el ángulo formado entre el vector inducción y la dirección de la corriente. La expresión 3.33 recibe el nombre de ley de Ampere.

Los instrumentos utilizados para la medición de la intensidad de la corriente eléctrica siempre se conectan en serie en el circuito.

Medición de la tensión eléctrica

La tensión eléctrica en el SI es una magnitud física derivada.

Se denomina tensión eléctrica (U) a la magnitud física que relaciona el trabajo (W) realizado por el campo eléctrico al desplazar dentro de sí mismo una carga eléctrica q, y el valor de esta carga:

$$U = \frac{W}{q}$$

La unidad de tensión en este sistema es el *volt* (V), y se determina a través de las unidades de trabajo y de la carga eléctrica, o a través de la potencia y la intensidad de la corriente:

$$U = \frac{W}{q} = \frac{W}{It}$$

$$1\ \mathrm{V} = \frac{1\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{C}} = \frac{1\ \mathrm{J}}{1\ \mathrm{A} \cdot 1\ \mathrm{s}} = \frac{1\ \mathrm{W}}{1\mathrm{A}}$$

Un volt es igual a la tensión eléctrica en una porción de circuito eléctrico donde se libera una potencia de 1 W con una intensidad de la corriente de 1 A.

De acuerdo con la ley de Ohm para una porción de circuito, la intensidad de la corriente I en este es directamente proporcional a la tensión U; por eso, para la medición de la tensión eléctrica se pueden utilizar instrumentos con idénticos principios de funcionamiento que los utilizados para la medición de la intensidad de la corriente.

El instrumento utilizado para la medición de la tensión es el voltímetro. Este debe conectarse paralelamente con la porción del circuito eléctrico a investigar. La tensión a medir U es igual al producto de la intensidad de la corriente I_v a través del voltímetro por su resistencia interna R_v, es decir:

$$U = I_v R_v$$

Para que la conexión del voltímetro no influya prácticamente sobre la distribución de la corriente y la tensión en el circuito, la resistencia interna del voltímetro debe ser significativamente superior a la resistencia eléctrica de la porción del circuito donde se mide la tensión eléctrica.

Medición de la resistencia eléctrica

La resistencia eléctrica R de un circuito en el SI es una magnitud física derivada. Es igual a la relación entre la tensión U en la porción del circuito y la intensidad de la corriente que circula por el mismo:

$$R = \frac{U}{I}$$

En el SI la unidad de resistencia eléctrica se llama *ohm* (Ω). Una sección de un circuito eléctrico posee una resistencia eléctrica de 1 ohm, si al aplicar en esta porción una tensión de 1 volt la intensidad de la corriente que circula por el circuito es de 1 ampere, o sea:

$$1\ \Omega = \frac{1\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{A}}$$

Para medir la resistencia eléctrica de un conductor o un instrumento, es necesario conectarlo en un circuito eléctrico de corriente continua y medir la tensión U en la porción del circuito que nos interesa y la intensidad de la corriente I en este circuito (fig. 3.10)

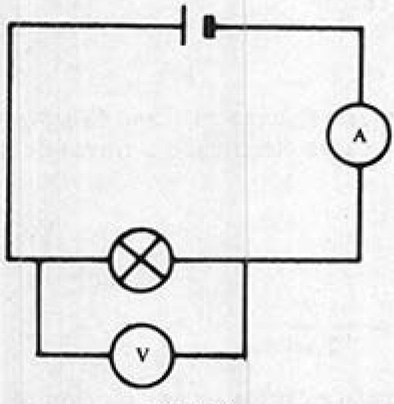


Fig. 3.10

Durante estas mediciones pueden aparecer algunas dificultades de principio, relacionadas con la influencia mutua entre el voltímetro y el amperímetro al conectarse simultáneamente en el circuito eléctrico, como pudimos ver en la actividad práctica 2 del trabajo de laboratorio 1.

Los instrumentos de medición se pueden conectar en un circuito según los esquemas de las figuras 3.3 y 3.4. En ambos casos se introducen errores condicionados por el método de medición empleado.

Ohmímetro

La resistencia eléctrica a menudo resulta posible medirla con la utilización de un instrumento especial llamado ohmímetro, constituido en su interior por un circuito como el mostrado en la figura 3.11.

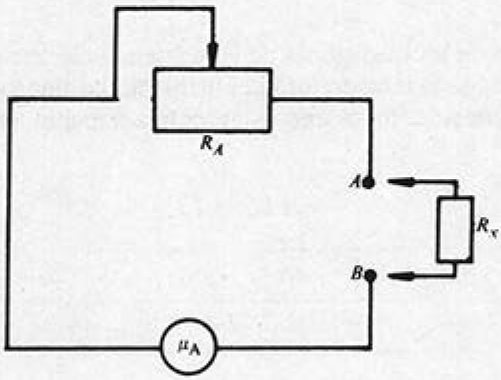


Fig. 3.11

En los bornes *AB*, terminales del ohmímetro, se conecta la resistencia a medir. El resistor ajustable R_A permite regular la aguja al valor "cero" de la escala, en condiciones de cortocircuitar los terminales.

Al medir con un ohmímetro la resistencia de un conductor o de otro dispositivo, se comete un error absoluto que puede considerarse aproximadamente igual al valor de la menor división de la escala en la que se realiza la medición.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivo:

Medir la resistencia eléctrica del filamento de un bombillo, utilizando un amperímetro, un voltímetro y un ohmímetro.

Instrumentos y materiales: amperímetro; voltímetro; ohmímetro; fuente de corriente continua; conductores de conexión; bombillo.

Indicaciones para el trabajo:

1. Monta un circuito eléctrico según el esquema de la figura 3.10.
2. Suministra al bombillo su tensión normal.

3. Observa las indicaciones del voltímetro y del amperímetro, y anótalas en la tabla 3.13.
4. Calcula la resistencia eléctrica R_1 del filamento del bombillo. Anota el resultado en la tabla 3.13.
5 Mide la resistencia R_2 del filamento del bombillo utilizando el ohmímetro.
6. Compara los resultados de las mediciones de la resistencia eléctrica por ambos métodos. Realiza tus conclusiones.
7. Evalúa los límites de errores absolutos de las mediciones del voltímetro y del amperímetro. Anótalas en la tabla 3.13.
8. Evalúa los límites de los errores relativos de las mediciones realizadas. Anótalas en la tabla 3.13.
9. Evalúa los límites de los errores absolutos y relativos de la medición de R_2.

Tarea adicional

Según los resultados de las mediciones de la resistencia eléctrica del filamento en los estados frío y caliente, evalúa la temperatura del filamento luminoso. (El coeficiente térmico α de la resistencia eléctrica del tungsteno es aproximadamente igual a $5{,}8 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$).

Tabla 3.13

U	I	R_1	R_2	ε_U	ε_I	ε_{R_1}	ε_{R_2}	ΔU	ΔI	Δ_{R_1}	Δ_{R_2}

TRABAJO DE LABORATORIO 9 Medición de la reactancia capacitiva de un condensador

En un circuito de corriente alterna se conectan junto a otros dispositivos, unos elementos denominados *condensadores.*

Un condensador representa en sí un dispositivo eléctrico formado por dos conductores eléctricos (armaduras) próximos entre sí, con cargas del mismo valor y de signo contrario.

Para expresar la carga que un condensador puede almacenar para una determinada tensión entre sus armaduras, se utiliza en física una magnitud denominada capacidad eléctrica C:

$$C = \frac{q}{U}$$

La capacidad eléctrica de un condensador en el SI es una magnitud física derivada.

En el SI la unidad de capacidad eléctrica es el *farad* (F).

$$1\,F = \frac{1\ C}{1\ V}$$

En la práctica se utilizan submúltiplos de esta unidad: el microfarad (μF) y el picofarad (pF).

En un circuito de corriente alterna, un condensador se comporta como un elemento del circuito con una resistencia eléctrica X_c, que se denomina reactancia capacitiva.

La reactancia capacitiva de un condensador en el SI es una magnitud física derivada y se calcula a partir de la relación entre la tensión eficaz y la corriente eficaz, a partir de la expresión:

$$X_c = \frac{U_e}{I_e}$$

o a partir de la expresión:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

si son conocidas la frecuencia del circuito de corriente alterna y la capacidad eléctrica del condensador.

En el SI la frecuencia se expresa en *hertz* ($1 Hz = 1 s^{-1}$) y la capacidad del condensador en farad, la reactancia capacitiva se expresa en ohm.

Para determinar experimentalmente la reactancia capacitiva de un condensador en un circuito de corriente alterna con frecuencia ν, es necesario conectar el condensador al circuito eléctrico y medir el valor eficaz de la tensión U en él, así como el valor eficaz I de la intensidad de la corriente que circule a través de él.

ACTIVIDAD PRÁCTICA

Objetivo:

Determinar la reactancia capacitiva de un condensador en un circuito de corriente alterna con frecuencia de 60 Hz.

Instrumentos y materiales: condensador; fuente de corriente alterna; voltímetro de corriente alterna; amperímetro de corriente alterna; cables de conexión.

Indicaciones para el trabajo:

1. Monta un circuito eléctrico como el mostrado en la figura 3.12.
2. Conecta en la fuente de corriente alterna el mínimo valor posible de tensión alterna. Si las lecturas del amperímetro y el voltímetro son demasiado pequeñas, aumenta entonces la tensión de salida de la fuente.
3. Anota las lecturas del amperímetro y del voltímetro en la tabla 3.14. A partir de estos datos calcula la reactancia capacitiva del condensador según la fórmula:

$$X_{c_1} = \frac{U_e}{I_e}$$

4. Para el valor dado de la capacidad eléctrica C del condensador y de la frecuencia ν de la corriente alterna, calcula la reactancia capacitiva X_{c_1} del condensador:

$$X_{c_1} = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

5. Evalúa los límites de los errores de las mediciones de la reactancia capacitiva del condensador y haz la conclusión acerca de si coinciden o no los valores obtenidos de la reactancia capacitiva.

Tabla 3.14

U	I	X_{C_1}	C	ν	X_{C_2}	ε_U	ε_I	$\varepsilon_{X_{C_1}}$	$\Delta_{X_{C_1}}$	$\varepsilon_{X_{C_2}}$	$\Delta_{X_{C_2}}$

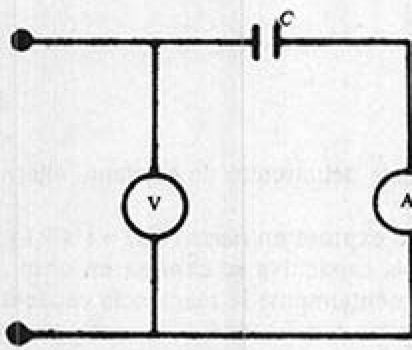


Fig. 3.12

RESPUESTAS A LAS TAREAS GENERALES DE LOS CAPÍTULOS

Capítulo 1

2. Si $m_1 = m_2$; dada la misma fuerza las aceleraciones serán iguales para cualquier tiempo.
   Si $m_1 > m_2$, la fuerza tiene que ser mayor o el intervalo de tiempo para que la aceleración sea la misma.
3. $F = 520$ N
4. $F = 186$ N
5. $F = -200$ N
6. $F = 163{,}8 \cdot 10^{-17}$ N
7. $F = 12$ N
   $F_e = 9$ N
8. a) $a = 2$ m/s²; b) $F = 19{,}6 \cdot 10^{-3}$ N
9. $m_1 = m_2 = 20$ g
10. $F = 1\,040$ N
11. $F = (m_A + m_B + m_C)\dfrac{m_A}{m_B}\, g = 29{,}4$ N
12. a) $F = 48{,}8$ N; b) $a = 6{,}5$ m/s²
13. $a = 4{,}9$ m/s² ; $F = 49$ N
14. $F = 5\,000$ N
15. $\mu = 0{,}01$
16. $s = 102$ m
17. $F = 14{,}4$ N; $a = 6{,}2$ m/s²
18. $a = 2{,}36$ m/s²
19. $F = 50$ N; $a = 3{,}9$ m/s²
21. $T = 117$ N; $v = 2{,}8$ m/s
23. $x = 10$ cm
24. $a = 1{,}25$ m/s²
25. $a' = 2a = 30$ m/s²
26. $F_T / F_S \approx 2{,}2$
27. $m_T = 5{,}55 \cdot 10^{24}$ kg
28. $x = 0{,}37$ cm
29. $\rho T^2 = \dfrac{3\pi}{G}$; $\rho T^2 = 1{,}41 \ \dfrac{\text{kgs}^2}{\text{m}^3}$

30. Son iguales.

31. $d = 2 \cdot 10^4$ km

32. $g' = \frac{g}{2} \approx 4{,}9$ m/s²

33. a) $F = 32$ N; b) $F = 472$ N; c) $a = 9{,}8$ m/s²

34. No se podría, solo es posible en un plano inclinado 30°.

35. Disminuye 4 veces.

36. $F = 1 \cdot 10^{-6}$ N

37. $F = 10{,}8 \cdot 10^{-7}$ N

38. Es aproximadamente $1{,}25 \cdot 10^{36}$ veces menor.

39. $F = 0{,}7$ N

40. a) $F = 3 \cdot 10^{-6}$N; b) $F = 5 \cdot 10^{-6}$ N

42. a) $E = 160\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$; b) $E = 5 \cdot 10^{-3}\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$; c) $E = 3 \cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}}$

44. a) La partícula cargada mayor produce un campo de $13 \cdot 10^4$ N/C en el sitio donde está la menor; la partícula cargada menor produce un campo de $5{,}3 \cdot 10^4$ N/C en el lugar donde está la mayor.
    b) $1{,}1 \cdot 10^{-2}$ N (repulsión)

45. $q = 1{,}5 \cdot 10^{-16}$ C; N = 938

48. $\Delta y = \frac{qE}{2\,m} \frac{l^2}{v_0^2}$

49. $\Delta y = \frac{eEl^2}{2m\ v_0^2}$; $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{e\,E\,l}{mv_0^2}$

50. $y = \frac{e}{m}\ E\ \frac{l_1}{v_0^2} \left(\frac{1}{2}\ l_1 + l_2\right)$

$y = \frac{1}{2}\ (l_1 + l_2) \tan \alpha$

54. $F = 14{,}2 \cdot 10^{-6}$ N

55. $F = 1 \cdot 10^{-4}$ N

56. $v = \frac{FB}{q} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-4}\ \text{N} \cdot 6\ \text{T}}{5 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}$

57. $B = 3{,}7$ T

58. $q = 0{,}4 \cdot 10^{-4}$ C

59. $B = 5{,}7 \cdot 10^{-3}$ T

60. $v = \frac{E}{B} = 0{,}5 \cdot 10^5$ m/s

61. a) $a = 1{,}76 \cdot 10^{14}$ m/s²
    b) $a = 2{,}41 \cdot 10^{14}$ m/s²

62. $\frac{e}{m_e}=1,77\cdot10^{11}$ C/kg ; $m_e=9,04\cdot10^{-31}$ kg

63. $v=\frac{E}{B}=2\cdot10^6$ m/s ; $R=\frac{mV}{eB}=0,623$ m

64. $\Delta y=\frac{e}{m}\,B\,\frac{l_1}{v_0^2}\left(\frac{1}{2}\,l_1+l_2\right)$

Capítulo 2

1. $v=0,25$ m/s
2. $v=10$ m/s; $v=8\cdot10^{-22}$ m/s
3. $v=14,1$ m/s
4. $v=6,4$ m/s
5. $v=+2,4\cdot10^7$ m/s
6. $v'=5/3\,v$
7. $v=1$ m/s
8. $v=-10$ m/s
9. $v=8,3$ m/s
10. $v=8$ m/s
11. $v=2$ m/s
12. $v=-0,77$ m/s
13. $v=3,3$ m/s
14. $\Delta v=0,20$ m/s
15. $W_N=0$; $W_{F_g}=0$; $W_F=707$ J; $W_f=-125$ J; $W_T=582$ J; $E=582$ J
16. $W=30$ J; $\Delta E=30$ J; $v=5,5$ m/s
17. $E=1,2\cdot10^2$ J; $v=11$ m/s
18. $v\approx13$ m/s
19. $E_c=654$ J
20. $v_A=13$ m/s; $v_B\approx11$ m/s; $v_C\approx8,9$ m/s
21. $E_c=10$ J; $E_c=15$ J; $E_c=23$ J
22. $W=9$ J; $\Delta x=0,42$ m
23. $d=20,2$ m
24. $E_{Pelec}=4,6\cdot10^{-18}$ J
25. I. $\varphi_A=1,8\cdot10^2$ V; $\varphi_B=1,7\cdot10^2$ V; $W=30$ J;
    II. $\varphi_A=1,4\cdot10^{-8}$ V: $\varphi_B=8,6\cdot10^{-9}$ V; $W=1,6\cdot10^{-8}$ J
26. $v=1,0\cdot10^6$ m/s
27. $v=3,2$ m/s
28. $x=7,6\cdot10^{-2}$ m
29. $v=22$ m/s; $x=20$ m
30. $h=1,3$ m ; $v=4,5$ m/s
31. $h=1,5$ m ; $v=3$ m/s

32. $s=\dfrac{2(mg \text{ sen } \theta + kd)}{k}$

33. $W=2{,}4\cdot 10^2$ J

34. $v=2{,}5$ m/s; $E=63$ J

35. $F=3{,}8\cdot 10^4$ N

36. $F=1{,}8\cdot 10^4$ N ; $t=4{,}7\cdot 10^{-4}$ s

37. $E=2{,}9\cdot 10^5$ J; $m=4{,}8\cdot 10^2$ kg

38. $Q=250$ J

39. $Q=4{,}8\cdot 10^2$ J

40. $h=300$ m

41. $\Delta U=52$ J

42. $W=2{,}9\cdot 10^2$ J

43. $Q=1{,}3\cdot 10^2$ J: $W=0$; $\Delta U=1{,}3\cdot 10^2$ J

Este libro forma parte del conjunto de trabajos dirigidos al Perfeccionamiento Continuo del Sistema Nacional de Educación en la Educación General Politécnica y Laboral. Ha sido elaborado por un colectivo de autores integrado por metodólogos, maestros, profesores y especialistas, y revisado por la subcomisión correspondiente de la Comisión Nacional Permanente para la Revisión de Planes, Programas y Textos de Estudio del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas del Ministerio de Educación.

Colección
Preuniversitario

El presente libro es el texto de Física correspondiente a la segunda parte del duodécimo grado de la Enseñanza General. A diferencia de los textos precedentes de esta asignatura, este material está destinado a la ejercitación de los alumnos en algunos aspectos fundamentales de la Física, estudiados en el preuniversitario. El libro propone especial énfasis en la resolución de ejercicios y en el planteamiento de problemas que hagan al alumno generalizar y sistematizar los conocimientos adquiridos en la asignatura. El último capítulo contiene numerosos trabajos prácticos que ayudan a comprender mejor los contenidos estudiados.

La obra consta de gran cantidad de problemas resueltos, ejemplos y ejercicios propuestos que, sin duda, les serán muy útiles a los estudiantes en su preparación.

EDITORIAL
PUEBLO Y EDUCACIÓN

9789591306784